



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

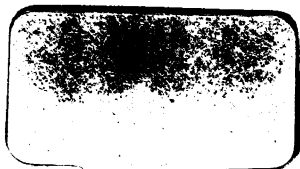
- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.

QC73
P6
1687
COP.2
ENG

Physics
75



QC 73.

P6

1887

C.2

ENGINEERING LIBRARY

16
P

DAS PRINCIP
DER
ERHALTUNG DER ENERGIE
VON
MAX PLANCK.

VON DER PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT GÖTTINGEN PREISGEKRÖNT.



LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1887.

Vorwort.

Die Veranlassung zur Entstehung der vorliegenden Schrift gab ein Preisausschreiben, welches die Göttinger philosophische Facultät für das Jahr 1887 zur Beneke'schen Preisstiftung erlassen hatte. Die Aufgabe, welche im Jahre 1884 gestellt war, lautete wie folgt:

„Seit Thomas Young (Lectures on Natural Philosophy, London 1807, Lecture VIII) wird den Körpern von vielen Physikern Energie zugeschrieben, und seit William Thomson (Philosophical Magazine and Journal of Science, IV Series, London 1855 p. 523) wird häufig das Princip der Erhaltung der Energie als ein für alle Körper giltiges ausgesprochen, worunter dasselbe Princip verstanden zu werden scheint, was schon früher von Helmholtz unter dem Namen des Principis der Erhaltung der Kraft ausgesprochen war.

Es wird nun zunächst eine genaue historische Entwicklung der Bedeutung und des Gebrauchs des Wortes Energie in der Physik verlangt; sodann eine gründliche physikalische Untersuchung, ob verschiedene Arten der Energie zu unterscheiden und wie jede derselben zu definieren sei; endlich in welcher Weise das Princip der Erhaltung der Energie als allgemein giltiges Naturgesetz aufgestellt und bewiesen werden könne.“

Der Ideengang, der mich in der Bearbeitung dieser Aufgabe leitete, sowie das Ziel, welches mir dabei vor Augen schwebte, dürfte am klarsten zur Darstellung kommen, wenn ich aus den Bemerkungen, von denen die Einsendung meiner Arbeit an das Preisgericht begleitet war, das Wesentliche mittheile:

..... „Zuvörderst sei es mir gestattet, über den Plan und die Ausführung der Arbeit einige einleitende Bemerkungen vorauszuschicken. Schon von jeher für die Lehre

von der Energie von besonderem Interesse erfüllt, lag mir der Gedanke, sie durch die Bearbeitung der gestellten Preisaufgabe zum Gegenstand einer ausführlicheren Arbeit zu machen, um so näher, als ich persönlich oft den Mangel eines Werkes empfand, welches, in erster Linie für den Physiker von Fach berechnet, die mannigfachen Formen und Anwendungen, deren der Energiebegriff fähig ist, und die sich von verschiedenen Autoren in der verschiedensten Weise dargestellt finden, unter einen gemeinsamen Gesichtspunkt vereinigt. Denn so viel in den letzten 40 Jahren bereits über die Lehre von der Energie geschrieben und gesprochen worden ist, so sind doch — mit alleiniger Ausnahme der Helmholtz'schen Abhandlung über die Erhaltung der Kraft vom Jahre 1847 — alle darauf bezüglichen Publicationen, sofern sie den allgemeinen Begriff der Energie und nicht etwa nur specielle Anwendungen desselben, etwa auf die Wärmelehre, behandeln, in erster Linie für einen weiteren Kreis von Lesern berechnet: von den Schriften J. R. Mayer's an bis zu den umfangreicheren Werken von A. Secchi, G. Krebs, Balfour Stewart u. a. m.

„Es ist also im wesentlichen ein praktisch-physikalisches Bedürfnis, dem ich mit der vorliegenden Schrift zu genügen trachte, und ich hoffe nur, dass sich diese Auffassung nicht zu weit von dem Sinn der gestellten Aufgabe entfernt, um noch als eine Bearbeitung derselben gelten zu können. — Die angedeutete Beschränkung erwies sich mir übrigens auch mit Rücksicht auf die Beschaffenheit des zu bewältigenden Stoffes als sehr gelegen, da derselbe mir während der Vorarbeiten zu solchen Dimensionen answoll, dass ich ohne ein durchgreifendes Sichten des ganzen Materials fürchten musste, die Einheit der Darstellung, auf die es mir hauptsächlich ankam, zu gefährden. So durfte ich vor allen Dingen die Besprechung aller über das rein physikalische Gebiet hinausgehenden philosophischen Speculationen, die an den Begriff der Energie häufig genug geknüpft worden sind, einfach übergehen; ferner konnte ich, der physikalischen Auffassung entsprechend, der ich auch in der Wahl des Titels Ausdruck gegeben habe, den Hauptnachdruck der Untersuchung stets auf das Princip der Erhaltung der Energie

legen, während ich den Begriff der Energie nur insofern eingehend behandelte, als er mit dem Princip in Zusammenhang gebracht werden kann, von dem Gedanken ausgehend, dass der Begriff der Energie seine Bedeutung für die Physik erst durch das Princip gewinnt, welches ihn enthält. Auf der anderen Seite erschien es mir im Hinblick darauf, dass die Spuren der Existenz des Begriffes der Energie doch noch beträchtlich weiter in die Vergangenheit zurückreichen als der Gebrauch des Wortes, unerlässlich, der historischen Entwicklung des Begriffes, schon vor seiner Benennung durch Th. Young, wenigstens in aller Kürze zu gedenken.

„Im übrigen war es natürlich mein Bestreben, die Darstellung so eng als möglich an den Wortlaut der Aufgabe anzuschliessen; insbesondere habe ich ihm entsprechend eine Eintheilung in drei Hauptabschnitte vorgenommen: Historische Entwicklung, verschiedene Arten der Energie, Formulierung und Beweis des Principes der Erhaltung der Energie. Dabei habe ich mir allerdings, Erwägungen folgend, die sich zum Theil erst im Verlauf der Ausarbeitung selber geltend machten, eine Umstellung der Titel insofern erlaubt, als ich den in der Aufgabe an dritter Stelle genannten Abschnitt dem zweiten vorausschickte. Erschien mir einerseits diese Änderung der Ordnung als zu unwesentlich, um auf ernstliche Bedenken zu stossen, so glaubte ich andererseits den Intentionen des Aufgabestellers durch möglichste Rücksichtnahme auf die Übersichtlichkeit der Behandlung besser gerecht zu werden, als wenn ich durch allzu ängstliches Anklammern an den Buchstaben den lebendigen Zusammenhang, so wie er meinem subjectiven Gefühl nun einmal vorschwebte, beeinträchtigt hätte.

„Nach dem schon oben dargelegten Ausgangspunkt meiner Auffassung liegt der Schwerpunkt der ganzen Arbeit im zweiten und dritten Abschnitt; doch habe ich auch dem ersten viel Mühe und Sorgfalt zugewendet; namentlich glaube ich die Zahl der irgendwie bemerkenswerten Thatfachen vollständig erschöpft zu haben, ebenso wie ich für die Richtigkeit aller Angaben und Citate eintreten zu können glaube, die ich, soweit die betr. Arbeiten mir irgend zugänglich waren, stets eingehend controlliert habe.

„Es ist eine alte Erfahrung, dass fast jede wissenschaftliche Entdeckung von einiger Tragweite öfters als einmal, und von verschiedenen Forschern unabhängig von einander, gemacht wird. Ebenso häufig trifft es aber auch zu, dass, sobald die Entdeckung einigermaßen an Ansehen gewinnt, sich sogleich eine ganze Anzahl von Bewerbern einstellen, die auf den Ruhm der Priorität Anspruch erheben. Diese Fragen, welche bekanntlich gerade in Bezug auf das Princip der Erhaltung der Energie auf das lebhafteste ventilirt worden sind, und unter anderem leider auch zu masslosen Angriffen gegen Persönlichkeiten geführt haben, die mit in erster Reihe an dem Ausbau der physikalischen Wissenschaften arbeiten, sind in der vorliegenden Schrift nur insoweit berührt worden, als die objective Darstellung der historischen Entwicklung des Princips mir zu erfordern schien. Zum Richter in derartigen Angelegenheiten darf ich mich um so weniger berufen fühlen, als ja viele der Männer noch am Leben sind, die durch ihr persönliches Zeugnis das competenteste Urtheil zu sprechen vermögen. Nur eine kurze allgemeinere Bemerkung sei mir hier anzufügen gestattet. Gewiss hat derjenige, der einen bedeutenden Gedanken zum erstenmale ausspricht, ein bleibendes Verdienst gewonnen; allein es wird immer darauf ankommen zu prüfen, ob er sich auch der Tragweite dieses Gedankens voll auf bewusst war und ob er mit diesem Gedanken etwas anzufangen und ihn weiter auszubilden verstand. Wenn man diese Bedingung bei der Beurtheilung von Prioritätsstreitigkeiten mit anlegt, so wird man sicher die Zahl der Concurrenten bedeutend einschränken müssen. Es ist heutzutage fast Mode geworden, in den Schriften älterer Physiker und Philosophen nach Aussprüchen zu forschen, die an das Princip der Erhaltung der Energie oder an die mechanische Theorie der Wärme erinnern; vieles hat man in dieser Richtung schon gefunden und würde bei weiterem Suchen ohne Zweifel noch viel mehr finden. So wichtig indes die Feststellung der Thatsache erscheint, dass gewisse Ideen, schon lange bevor sie als reife Frucht der Menschheit als Gemeingut übermacht wurden, in den Köpfen einzelner hervorragender Geister in aller Stille heranwuchsen, so darf man doch nicht einseitig das Verdienst der Entdeckung denen zuerkennen, die viel-

leicht noch gar keine Ahnung hatten von der Entwicklungsfähigkeit des Keimes, den ein gelegentlich von ihnen geäusselter Gedanke in sich barg.

„Wenn es sich darum handelt, die Bedeutung eines physikalischen Satzes für die Erforschung der Gesetze der Erscheinungswelt klar zu legen, so ist es vor allen Dingen notwendig, den Inhalt des Satzes mit solchen Thatsachen in Vergleich zu bringen, die durch die Erfahrung mit vollständiger Sicherheit festgestellt erscheinen, und je tiefer und umfassender die Bedeutung ist, welche man dem zu untersuchenden Satze beimisst, um so enger muss man sich an die unmittelbaren Ergebnisse der Beobachtung anschliessen, die doch den allein zuverlässigen Ausgangspunkt aller Naturwissenschaft bilden. Dies gilt in hervorragendem Maasse von dem Princip der Erhaltung der Energie, einem Satze von so universaler, in alle naturwissenschaftliche Theorien tief eingreifender Wirkung, dass man ihn nicht sorgfältig genug von allen hypothetischen Vorstellungen reinigen kann, die man sich zur Erleichterung der Übersicht über den gesetzlichen Zusammenhang der verschiedenartigen Naturerscheinungen so leicht zu bilden geneigt ist. Denn zieht man irgend eine zweifelhafte Voraussetzung, irgend eine unbewiesene Hypothese in die Untersuchung hinein, so prüft man nicht das Princip an sich, sondern zugleich jene Hypothese, und eine etwaige Differenz zwischen Theorie und Erfahrung wird dann nicht allein auf Rechnung des Princip, sondern ebensogut auf die der Hypothese zu setzen sein. Von dieser Erwägung ausgehend glaubte ich in der Darstellung ein Hauptaugenmerk stets darauf richten zu sollen, den Begriff und das Princip der Energie vor allem auf reine Erfahrungsthatfachen aufzubauen, mit möglichster Vermeidung aller Hypothesen, einschliesslich der verschiedenen Molekularhypothesen, wenn sich auch einige derselben in der neueren Zeit einen beachtenswerten Platz in der Wissenschaft erobert haben. So habe ich auch das Carnot-Clausius'sche Princip: den sogenannten zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, mit seinen Folgerungen grundsätzlich von der Untersuchung ausgeschlossen, weil er sich seinerseits erst aus dem Energieprincip entwickelt, indem er ihm ein ganz neues

Element: die Bedingungen der Umwandlung der verschiedenen Energiearten ineinander (S. 129) hinzüfugt. Ich beabsichtige eventuell, ihn zum Gegenstand einer besonderen Arbeit zu machen.

„Erst wenn so der Boden, auf dem die Lehre von der Energie ruht, sicher fundiert ist, darf man beginnen, sie auf entlegenere Gebiete der Forschung zu übertragen; dann soll aber das Princip nicht mehr an und für sich untersucht werden, sondern es dient umgekehrt als Richtschnur, um andere Hypothesen daran zu prüfen. In dieser Beziehung bin ich so weit gegangen, als es mir die schliesslich noch zur Verfügung stehende Zeit erlaubte; eine vollständige Übersicht zu geben über alle einzelnen Anwendungen, die je von dem Princip gemacht worden sind, konnte mir nicht in den Sinn kommen, doch glaube ich immerhin, wenn auch natürlich nicht in der Zahl der äusseren Thatsachen, so doch in der Art der Auffassung einiges Neue beigebracht zu haben.

„Schliesslich fühle ich mich noch verpflichtet, der hohen Facultät meinen aufrichtigen Dank auszusprechen für die vielseitige wissenschaftliche Anregung und Förderung, die mir durch die Bearbeitung dieser reichen und schönen Aufgabe zu Theil geworden ist.“ —

Ausser meiner Bearbeitung der Aufgabe gingen noch zwei andere ein, welche nicht gekrönt wurden. Das Urtheil der Facultät über die meinige lasse ich im Wortlaut folgen:

„Im ersten Abschnitt verbindet der Verfasser die Entwicklung des Energiebegriffes mit einer ausführlichen Geschichte des Äquivalenzsatzes der mechanischen Wärmetheorie, welche von seinem gesunden und selbständigen Urtheil, von seiner eingehenden Bekanntschaft mit den Quellen das vortheilhafteste Zeugnis ablegt. Mit grosser Klarheit und genauester Sachkenntnis werden die epochemachenden Leistungen dargestellt, welche das Princip vorbereitet und begründet haben; die Continuität der Entwicklung wird durch eine auf feinem wissenschaftlichen Gefühle ruhende Wertschätzung der Zwischenglieder gewahrt. Dass auch der allmählichen Ausbreitung des Principes, seiner Anwendung auf die verschiedenen Gebiete der Physik eine sehr ausführliche Darstellung gewidmet worden ist, war für die Arbeit nicht

eben günstig. Es ist dem Verfasser in diesem Theile derselben nicht immer gelungen, den Eindruck ermüdender Wiederholung zu vermeiden, und die Beschränkung, welche er der Freiheit seiner Darstellung durch das Voranstellen des rein historischen Gesichtspunktes auferlegt hat, wird hier besonders fühlbar. Für die Ökonomie des Ganzen würde es besser gewesen sein, einen Theil des hier verarbeiteten Stoffes dem zweiten oder dritten Theile zu überweisen, während auf der anderen Seite noch manches der Berücksichtigung sich dargeboten hätte, wenn der Verfasser sich weniger streng an das Jahr 1860 als Grenze der historischen Entwicklung gebunden haben würde. Der einseitig physikalische Standpunkt, welchen der Verfasser mit vollem Bewusstsein einnimmt, bringt es mit sich, dass er den Antheil, welchen die Technik an der Entwicklung des Energiebegriffes genommen hat, nur flüchtig gestreift, den der philosophischen Ideenkreise gar nicht berücksichtigt hat. Grössere Fülle der Darstellung und eingehendere Würdigung dieser Einflüsse würde der Facultät erwünscht gewesen sein.

„Mit grossem Interesse hat die Facultät von dem zweiten Abschnitte der Abhandlung Kenntniss genommen; hier kommt die methodische Denkart, die gründliche mathematisch-physikalische Bildung des Verfassers, die Besonnenheit seines Urtheils zur vollen Geltung. Der Liebe, mit welcher sich der Verfasser in den Gegenstand seiner Untersuchung vertieft hat, entspricht die Sorgfalt, mit welcher er nach allen Richtungen hin denselben aufzuklären weiss. Mit lebhafter Befriedigung constatirt die Facultät, dass abgesehen von einigen sachlich unbedeutenden Incorectheiten die Frage nach der Formulierung und dem Beweise des Energieprinzips in diesem Theile der Abhandlung eine schöne und vollständige Lösung gefunden hat.

„Nicht ebenso unbeschränkt ist die Anerkennung, welcher die Facultät auch dem letzten Theile der Arbeit gegenüber gerne Ausdruck verleiht. Sie bedauert es, wenn die Beschränkung der Zeit den Verfasser verhindert hat, seiner Darstellung der verschiedenen Arten der Energie die wünschenswerte Vollständigkeit und Gleichmässigkeit zu ertheilen. So anziehend die Betrachtungen des Verfassers sind, so mannig-

fache Belehrung man daraus zu schöpfen vermag, so vermisst die Facultät doch eine allgemeinere Untersuchung der Frage, wie viele Energiearten zu unterscheiden und wie jede derselben zu definieren sei. Statt dessen hat sich der Verfasser darauf beschränkt, im einzelnen nachzuweisen, wie in den verschiedenen Gebieten der Physik das Energieprincip als ein sicheres und einheitliches Fundament der Darstellung zu benützen ist. Die gewandte Behandlung, welche er von diesem Gesichtspunkte aus der Mechanik angedeihen lässt, würde grössere Bedeutung gewonnen haben, wenn der Verfasser die Tragweite des von ihm eingeführten Principes der Superposition verschiedener Energien einer eingehenderen Kritik unterworfen hätte. Auch würde nach der Auffassung der Facultät eine etwas eingehendere Betrachtung der Reflexion und Brechung des Lichtes den Rahmen der Aufgabe keineswegs überschritten haben. Ebenso wie die Behandlung der Optik, erscheint auch die der thermischen und chemischen Energie etwas knapp, insbesondere hat der Verfasser eine kritische Besprechung derjenigen Experimentaluntersuchungen unterlassen, auf welchen unsere Kenntnis von dem numerischen Werte des mechanischen Wärmeäquivalentes beruht. Die Bearbeitung der elektrischen und magnetischen Energie bekundet in hinreichendem Maasse die umfassenden und gründlichen Kenntnisse, welche der Verfasser auf diesem Gebiete besitzt, dennoch lassen seine Betrachtungen die Klarheit, Consequenz und Stetigkeit, welche das Studium seiner Schrift zu einer so angenehmen Aufgabe gemacht haben, in einzelnen Fällen vermissen. Die Facultät muss endlich den Bemerkungen, durch welche sich der Verfasser mit dem Weber'schen Gesetz abzufinden sucht, ihre Zustimmung versagen; sie würde eine eingehende Untersuchung des Weber'schen Ideenkreises für notwendig erachtet haben.

„Es wird dem Verfasser nicht schwer fallen, seine Abhandlung in den genannten Punkten vor ihrer Veröffentlichung zu ergänzen. In dieser Hoffnung und in voller Anerkennung des Geleisteten ertheilt die Facultät dieser Abhandlung den zweiten Preis.“ —

Wenn ich mich dem von der Facultät ausgesprochenen Wunsche gegenüber dennoch entschlossen habe, die Arbeit

im wesentlichen ungeändert der Öffentlichkeit zu übergeben, so ist dies nicht ohne ernste Bedenken und reifliche Überlegung geschehen, da mir doch Alles daran gelegen sein muss, der einmal bis zu einem gewissen Grad vollendeten Arbeit auch diejenige Vollständigkeit und Abrundung zu geben, wie sie von solch hoher Seite für wünschenswert erachtet wird. Indessen: gerade diese Erwägung war es zuerst, die mir ernstliche Zweifel einflösste, ob es mir überhaupt gelingen würde, die von der Facultät geäußerte Hoffnung zu verwirklichen. Dies gilt namentlich von einer eventuellen Umarbeitung des dritten Abschnitts, besonders des Capitels über die elektrische Energie, im Sinne der in dem Urtheil der Facultät enthaltenen Bemerkungen. Ich bin selbstverständlich weit entfernt, den Weber'schen Ideengängen etwas von der hohen Bedeutung nehmen zu wollen, die sie sich während der letzten Jahrzehnte besonders in Deutschland errungen haben; die mächtige Förderung, die grossartige Erweiterung des Überblickes, welche auf dem gesammten Gebiete der Elektrizität und darüber hinaus den Arbeiten des genialen Forschers zu danken ist, liegt ja einem jeden Physiker offen zu Tage. Aber ebensowenig kann ich umhin, ja ich erachte es für meine Pflicht, offen zu gestehen, dass ich durch sorgfältiges Studium und reifliches Nachdenken zu der festen Überzeugung gekommen bin, dass die mehr speculative, auf deductive Bahnen weisende Richtung, welche Weber einschlagen lehrt, ihre wertvollsten Früchte bereits getragen hat, dass also für die Zukunft ein weiterer wesentlicher Fortschritt von ihr nicht mehr in gleichem Maasse zu erwarten steht. Meinem persönlichen Dafürhalten nach dürfte ein solcher für die nächste Zeit vielmehr nur durch engen Anschluss an die inductive Methode zu gewinnen sein, und diesem Standpunkt habe ich in der Darstellung der elektrischen Erscheinungen dadurch Ausdruck zu geben versucht, dass ich mich wesentlich auf die Untersuchung gleichförmiger geschlossener Ströme beschränkte, deren Gesetze ja durch die Erfahrung hinreichend festgestellt sind und die sich auch ohne das allgemeine Weber'sche Gesetz ableiten lassen, während ich dagegen das Gebiet, in welchem dessen eigentliche Bedeutung anfängt: die Wirkungen ungeschlosse-

ner Ströme beziehungsweise bewegter elektrischer Massenpunkte grundsätzlich meiden oder doch nur streifen zu sollen glaubte. Da sich freilich wohl jeder Physiker zur Erhöhung der Übersichtlichkeit über die Erscheinungswelt eine den beobachteten Naturgesetzen möglichst angepasste Grundanschauung nach seinem persönlichen Geschmack zurechtlegt, so will auch ich gerne bekennen, dass ich mich gegenwärtig zu den Anhängern derjenigen Theorie zähle, welche die Annahme der unmittelbaren Fernwirkung und somit auch den Gedanken an die primäre Existenz eines elektrischen Grundgesetzes nach Art des Weber'schen überhaupt aufgibt. Die Entscheidung über diese Frage muss ja allerdings der Zukunft überlassen bleiben, für mich kommt aber dabei der eine wichtige Umstand in Betracht, dass ich mich bei dem eventuellen Versuche einer Umarbeitung im angedeuteten Sinne jedenfalls nicht mit der gleichen Freudigkeit, wie das erste Mal, an die Arbeit machen würde, und diese musste doch unbedingte Voraussetzung sein, wenn ich darauf rechnen wollte, die für mich so ehrenvollen Erwartungen der Facultät zu erfüllen. Nehme ich zu dieser Unsicherheit in der Aussicht auf einen befriedigenden Erfolg den Zeitaufwand, der mit einer derartigen Umarbeitung notwendig verbunden wäre, und der mich gerade jetzt, wo ich mich anderen Studien zugewandt habe, doppelt empfindlich treffen würde, sowie die damit verbundene Verzögerung in dem Erscheinen des Werkes, dessen Abschluss nun schon fast um ein Jahr zurückliegt, so glaube ich mich der Hoffnung nicht ganz ent schlagen zu dürfen, dass mein Entschluss, es bei einigen redactionellen Änderungen¹⁾ bewenden zu lassen, und im übrigen doch lieber die Arbeit ganz in der Form, wie sie das im Vorigen mitgetheilte Urtheil der Facultät gefunden hat, zu veröffentlichen, auch bei der hohen Facultät die Entschuldigung finden möchte, an der mir in so hervorragendem Maasse gelegen ist.

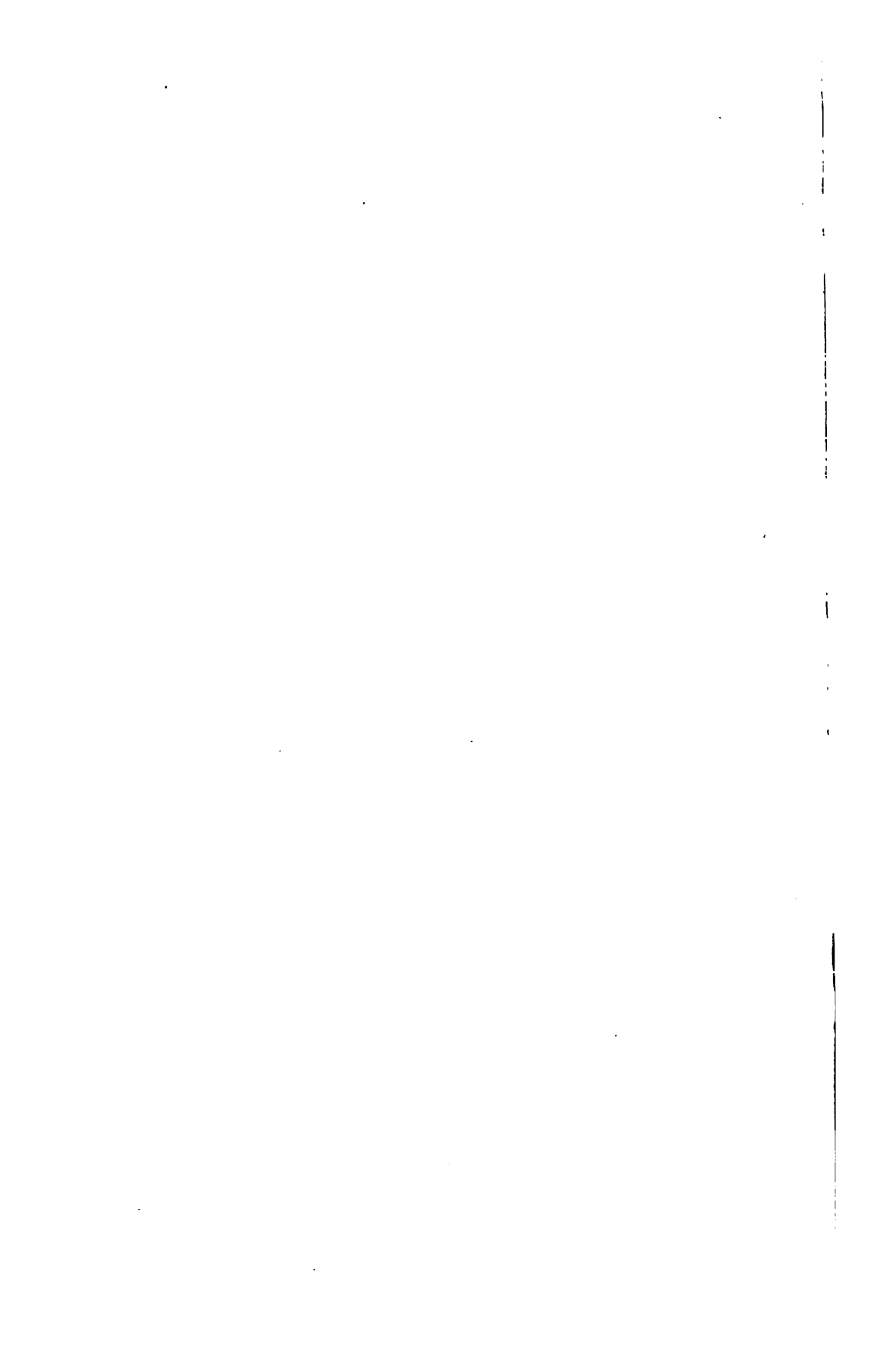
Kiel, im Juli 1887.

Der Verfasser.

1) Abgesehen von einer neu hinzugefügten Bemerkung am Schluss des dritten Abschnitts.

Inhalt.

	Seite.
I. Abschnitt. Historische Entwicklung	1—91
II. Abschnitt. Formulierung und Beweis des Principis . .	92—142
III. Abschnitt. Verschiedene Arten der Energie.	143—247
1. Mechanische Energie	146—188
2. Thermische und chemische Energie.	188—200
3. Elektrische und magnetische Energie	200—247



I. Abschnitt.

Historische Entwicklung.

Zwei Sätze sind es, welche dem gegenwärtigen Bau der exacten Naturwissenschaften zum Fundament dienen: das Princip der Erhaltung der Materie und das Princip der Erhaltung der Energie. Vor allen anderen noch so umfassenden Gesetzen der Physik behaupten sie den unbestreitbaren Vorrang; denn selbst die grossen Newton'schen Axiome: die Gesetze der Trägheit, der Proportionalität von Kraft und Beschleunigung, und der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung, erstrecken sich doch nur auf einen speciellen Theil der Physik: die Mechanik, — für welche sie sich überdies, unter gewissen später zu erläuternden Voraussetzungen, sämtlich aus dem Princip der Erhaltung der Energie herleiten lassen. (S. 3. Abschnitt.) Nun ist es allerdings in der neueren Zeit immer mehr wahrscheinlich geworden, dass sich sämtliche Naturvorgänge auf Bewegungserscheinungen, also auf die Gesetze der Mechanik, zurückführen lassen, indes ist diese Überführung jedenfalls noch lange nicht in einem Maasse geglückt, welches die unmittelbare Anwendung jener mechanischen Axiome auf eine beliebige Naturerscheinung gestattet. Das Princip der Erhaltung der Energie dagegen documentiert seinen universellen Charakter eben dadurch, dass, wenn heutigen Tags ein ganz neues Naturphänomen entdeckt werden sollte, aus ihm ohne weiteres ein Maass und ein Gesetz für die neue Erscheinung zu gewinnen wäre, während es sonst kein anderes Axiom gibt, das mit derselben Zuversicht auf alle Vorgänge in der Natur ausgedehnt werden könnte. Es hat sich dies in besonders deutlicher Weise gezeigt bei der Begründung der verschiedenen Electricitäts-

theorien, indem ausser den experimentell erhärteten That-
sachen (Wirkungen geschlossener Ströme) die Anerkennung
des Princip's der Erhaltung der Energie den einzigen ge-
meinsamen Ausgangspunkt für alle Theorien bildet, die
Anspruch auf Zulässigkeit erheben.

Die am Eingang genannten beiden Principien stehen
sich gewissermassen coordiniert gegenüber, indem das eine
die Unzerstörbarkeit des Stoffes (besser: der durch das
Gewicht gemessenen Masse), das andere die der Kraft (im
entsprechenden Sinne dieses Wortes) ausdrückt, — eine Ana-
logie, die sich noch mehr ins einzelne durchführen lässt und
die zur Klärung der Auffassung entschieden viel beigetragen
hat. So verwandt indes die beiden Sätze ihrem Inhalt nach
erscheinen, eine so verschiedenartige Entwicklungsgeschichte
haben sie durchgemacht. Während die Constanz der Materie
schon von den alten griechischen Naturphilosophen, besonders
Demokrit, behauptet, von allen Atomisten festgehalten und
schliesslich von Black und Lavoisier zur unbeschränkten An-
erkennung gebracht wurde durch den Satz, dass das Gewicht
eines Systems von Körpern durch keinen chemischen Process,
auch nicht durch Verbrennung, geändert wird, muss man die
Entdeckung des Princip's der Erhaltung der Energie als eine
Errungenschaft der neueren Zeit, und in seiner präcisen,
allgemeinsten Form, der allerneuesten Zeit betrachten.

Die erste Spur der Existenz eines derartigen Princip's
machte sich in der schon vor Jahrhunderten, zum Theil
durch mühsame und kostspielige Experimente, also auf in-
ductivem Wege, gewonnenen Erfahrung geltend, dass es
nicht möglich sei, ein perpetuum mobile¹⁾ zu bauen, d. h.
eine (periodisch wirkende) Maschine zu construieren, durch
die beliebig viel Arbeit oder lebendige Kraft gewonnen wer-
den kann, ohne einen entsprechenden Aufwand irgend eines
anderen Agens, sei es Verbrauch gewisser Materialien, sei
es Verlust anderer Arbeit oder lebendiger Kraft, mit anderen
Worten: ohne eine gewisse damit im Zusammenhang stehende

1) Im Gegensatz zu seiner wörtlichen Bedeutung wird der Aus-
druck: Perpetuum mobile gewöhnlich nicht im Sinne der beständigen
Bewegung, sondern in dem der beständigen Arbeitsleistung
gebraucht.

anderweitige Veränderung, welche, — um eine Ausdrucksweise zu gebrauchen, die R. Clausius, allerdings bei einer ganz anderen Gelegenheit, anwendet, — die Eigentümlichkeit hat, dass sie nicht rückgängig werden kann, ohne ihrerseits, sei es mittelbar oder unmittelbar, einen Verbrauch von Arbeit oder lebendiger Kraft zu veranlassen. Diese Veränderung kann als Compensation, als Äquivalent der geleisteten Arbeit betrachtet werden und man kann dann kurz sagen: Leistung von Arbeit oder Erzeugung von lebendiger Kraft kann nicht ohne irgend eine Compensation erfolgen, oder noch kürzer: Es ist unmöglich, Arbeit aus Nichts zu gewinnen.

Inwieweit dieser Satz dazu dienen kann, das Princip der Erhaltung der Energie in seiner Allgemeinheit zu erweisen, werden wir im nächsten Abschnitt dieser Schrift zu zeigen haben, immerhin ersieht man schon hier, dass von der Erkenntnis dieses Erfahrungssatzes bis zur genauen mathematischen Formulierung des allgemeinen Princips noch ein weiter Weg zurückzulegen war. Dauerte es doch geraume Zeit, bis man zu der weiteren, hier höchst wesentlichen, Erkenntnis kam, dass jener Satz sich auch umkehren lasse, dass es also auch keine Vorrichtung gibt, durch welche sich Arbeit oder lebendige Kraft fortwährend verbrauchen liesse, ohne eine anderweitige als Compensation zu betrachtende Veränderung. Denn die allgemeinere Anerkennung dieses letzteren Satzes ist, wie wir auch später noch deutlich sehen werden, ungleich jüngeren Datums — ein weiterer schlagender Beweis dafür, dass wir es hier mit einer reinen Erfahrungsthatsache zu thun haben, da es den Menschen immer mehr darauf ankam, Arbeitskraft zu gewinnen als Arbeitskraft zu verlieren.

Die ausserdem noch zu überwindenden Schwierigkeiten bezogen sich hauptsächlich auf die Beantwortung der Frage, in welchen Vorgängen denn die oben angegebene Compensation zu suchen sei, in welchem Zusammenhang die Grösse derselben mit der geleisteten (bez. verbrauchten) Arbeit stehe, was man also als Maass der Compensation, als Äquivalenzwert der geleisteten Arbeit zu betrachten habe. Wir werden in der Folge öfters Gelegenheit haben zu bemerken,

dass die meisten und wichtigsten Meinungsverschiedenheiten und Missverständnisse, die im Laufe der Zeiten bei der Anwendung unseres Princips zu Tage traten, sich nicht sowohl auf die Anerkennung oder Leugnung des Satzes an sich bezogen, — seine Gültigkeit wurde in der Regel allgemein gegeben — sondern vielmehr auf die Messung der Compensation, auf den Äquivalenzwert der geleisteten Arbeit. Es lässt sich dies bis in die neueste Zeit hinein verfolgen.

Trotz seiner unvollkommenen Form zeigte der primitive Satz, dass Arbeit ebensowenig wie Materie aus Nichts entstehen kann, doch schon in früheren Zeiten eine gewisse Fruchtbarkeit, und während er sich tiefer und tiefer dem menschlichen Denken einprägte, wurde dadurch die beste Vorbereitung für seine nachmalige Präcisierung durch das allgemeine Princip gewonnen. Auch zu wissenschaftlichen Schlussfolgerungen, in der Mechanik, finden wir den Satz von der Unmöglichkeit des perpetuum mobile wiederholt verwendet. Berühmt ist der Beweis, den S. Stevin¹⁾ in seinen 1605 in Leiden erschienenen *Hypomnemata mathematica*²⁾ für die Gleichgewichtssätze an der schiefen Ebene gibt und als Grundlage seines ganzen Systems der Statik verwertet. Denkt man sich über die Spitze und die anstossenden Schenkel eines vertical aufgestellten Dreiecks (mit horizontaler Grundlinie) eine schwere Kette gelegt, deren auf beiden Seiten der Grundlinie herabhängende Enden zusammen verbunden sind, so ist nach Stevin klar, dass die Kette sich im Gleichgewicht befindet. Denn wäre dies nicht der Fall, so würde sie nach einer Seite hin zu gleiten anfangen, und diese Bewegung würde ohne Ende fortdauern, da die Configuration des Systems stets dieselbe bleibt; man könnte also diese Vorrichtung benutzen, um ohne eine entsprechende Compensation bis ins Unendliche Arbeit zu gewinnen. Aus der Unmöglichkeit eines solchen Apparates schliesst Stevin das Bestehen des Gleichgewichts, das auch dann ungestört

1) Vgl. E. Mach: Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt, Leipzig 1883, p. 24. E. Dühring: Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik, Berlin 1873, p. 61.

2) S. Stevinus: *Hypomnemata mathematica*, französisch von Girard. Leiden 1634, p. 448.

bleibt, wenn man die beiden von den Endpunkten der Grundlinie symmetrisch herabhängenden Kettenenden gleichzeitig abschneidet, so dass schliesslich der auf den ersten Anblick durchaus nicht in die Augen springende Satz resultiert, dass eine über ein verticales Dreieck gelegte ungeschlossene Kette sich dann im Gleichgewicht befindet, wenn ihre Endpunkte in derselben horizontalen Ebene liegen.

Auch G. Galilei scheint bei dem Beweis des Satzes, dass die von einem schweren Körper durch den Fall auf einer beliebigen Bahn erlangte Geschwindigkeit nur von dem verticalen Abstand der Anfangs- und der Endlage abhängt, von einer ähnlichen Voraussetzung wie Stevin ausgegangen zu sein, durch die Annahme, dass, wenn dieser Satz unrichtig wäre, sofort ein Mittel angegeben werden könnte, um einen Körper nur durch die Wirkung seiner eigenen Schwere auf eine grössere Höhe zu bringen, indem man ihn auf einer gewissen Curve fallen und auf einer anderen geeigneten wieder aufsteigen liesse; dadurch wäre dann natürlich das *perpetuum mobile* gegeben.

In engem Zusammenhang hiermit steht die ebenfalls schon von Galilei gewonnene Erkenntnis, dass, wenn durch ein herabsinkendes Gewicht eine grössere Last (langsam) gehoben wird, die Producte der Gewichte in die gleichzeitig zurückgelegten Wege gleich sind — ein Satz, der später, namentlich durch Joh. Bernoulli¹⁾ (1717) zum Princip der virtuellen Verschiebungen (Geschwindigkeiten) erweitert wurde. — Gerade der Satz, dass ein Körper nicht durch seine eigene Schwere emporsteigen kann, oder allgemeiner gesprochen: dass ein System schwerer Punkte oder Körper nicht durch die treibende Kraft seiner eigenen Schwere seinen Schwerpunkt höher rücken kann, ist für die Entwicklung der Mechanik durch C. Huygens von der grössten Bedeutung geworden. Derselbe stützte bekanntlich²⁾ seine Theorie des physikalischen Pendels auf den Satz, dass ein System fest mit einander verbundener mathematischer Pendel (als welches ja jedes physikalische Pendel angesehen werden kann) bei

1) Joh. Bernoulli: Opera, 1742, T. III.

2) C. Huygens: Horologium oscillatorium, Paris, 1673.

der aufsteigenden Bewegung seinen Schwerpunkt vermittelt der anfänglichen Geschwindigkeit nicht höher rücken kann, als wenn die Pendel alle (mit derselben Anfangswinkelgeschwindigkeit) unabhängig von einander schwingen würden. Einen Beweis dieses Satzes zu liefern scheint Huygens nicht für nötig befunden zu haben, es muss also die instinctive Überzeugung von seiner Richtigkeit, d. h. die Anerkennung der Unmöglichkeit des perpetuum mobile, bei ihm schon vorhanden gewesen sein. Gibt man den Satz als richtig zu, so folgt daraus unmittelbar die Lehre vom Schwingungsmittelpunkt.

In dem Satz von Huygens liegt schon das Princip der lebendigen Kraft in seiner Anwendung auf die Schwere enthalten; denn man wusste ja schon durch Galilei, dass die Höhe, bis zu welcher ein empor geworfener Körper aufsteigen kann, proportional ist dem Quadrat seiner Geschwindigkeit, und konnte daher, nachdem Leibnitz¹⁾ im Jahre 1695 für die Grösse mv^2 den Namen vis viva eingeführt hatte (der Factor $\frac{1}{2}$ findet sich wohl zuerst bei Coriolis²⁾), den Satz aussprechen, dass die lebendige Kraft eines Körpers, der sich unter dem Einfluss der Schwere bewegt, einerlei ob ganz frei oder durch feste Verbindungen (Drehungsachsen u. dgl.) beschränkt, lediglich abhängt von der Höhe des Schwerpunkts.

Leider ist durch die Leibnitzsche Bezeichnungsweise, die sich ja bis auf den heutigen Tag erhalten hat, infolge einer Verwechslung mit dem Newtonschen Kraftbegriff, eine unheilvolle Verwirrung der Ideen und eine zahllose Schaar von Missverständnissen heraufbeschworen worden, die dadurch nicht vermieden werden konnte, dass Leibnitz für den Druck eines ruhenden schweren Körpers, also für die Newtonsche Kraft, die unterscheidende Bezeichnung vis mortua angewendet wissen wollte; die beiden Arten von Kräften: lebendige und todte Kraft waren nun einmal von ganz verschiedenen Dimensionen. Wir werden auf diesen Punkt auch später noch, bei der Besprechung von R. Mayers Arbeiten, zurückkommen.

Die Bedeutung des Begriffes der lebendigen Kraft für die Gesetze des Stosses wurden schon früher (1669) von

1) G. W. Leibnitz: Acta Erud. Lips. 1695.

2) Coriolis: Calcul de l'effet de machines, Paris 1829.

Wren und Huygens erkannt, indem dieselben in ihren Theorien des elastischen Stosses übereinstimmend zu dem Resultat kamen, dass beim Stoss zweier elastischer Körper keine lebendige Kraft verloren geht; dagegen ergibt sich aus den Gesetzen, die gleichzeitig Wallis in seinen Untersuchungen über den unelastischen Stoss aufdeckte, ein Verlust von lebendiger Kraft bei diesem Stoss.

Am meisten gewann jedoch der Begriff der lebendigen Kraft an Interesse durch die bekannte Controverse zwischen Descartes (Papin) und Leibnitz, die noch lange nach deren Tode von ihren beiderseitigen Anhängern mit steigender Heftigkeit weitergeführt wurde, über das wahre Maass der Kraft eines in Bewegung befindlichen Körpers. Leibnitz stützte sich dabei auf die Erfahrung, dass zur Hebung eines bestimmten Gewichtes um 4 Fuss die nämliche Kraft (Arbeit) erforderlich ist, wie zur Hebung des 4fachen Gewichtes um 1 Fuss, da man ja in beiden Fällen die ganze Leistung zerlegen kann in 4 einzelne Leistungen, jede bestehend in der Hebung des einfachen Gewichtes um 1 Fuss.

Denkt man sich nun die Hebung der Gewichte dadurch bewerkstelligt, dass man ihnen eine nach oben gerichtete Geschwindigkeit ertheilt, die gerade dazu hinreicht, sie auf die bestimmte Höhe zu bringen, so muss man nach den Galileischen Sätzen dem einfachen Gewicht, damit es die vierfache Höhe erreicht, nicht die vierfache, sondern die doppelte Geschwindigkeit ertheilen von der, die man dem vierfachen Gewicht zu geben hat, damit es die einfache Höhe erreicht. Da aber zu gleichen Wirkungen gleiche Ursachen gehören, so, schliesst Leibnitz, ist auch die dem einfachen Gewicht mit der doppelten Geschwindigkeit innewohnende Kraft gleich der dem vierfachen Gewicht mit der einfachen Geschwindigkeit innewohnenden Kraft, woraus allgemein der Ausdruck mv^2 als Kräftemaass folgt.

Anders Descartes und seine Schüler: Eine doppelte Kraft erzeugt an dem nämlichen Körper in der nämlichen Zeit eine doppelte Geschwindigkeit, folglich bildet die Quantität der Bewegung: mv das wahre Kraftmaass¹⁾.

1) M. Zwerger: Die lebendige Kraft und ihr Maass. Ein Beitrag zur Geschichte der Physik. München 1886.

Nach unserer heutigen exacteren physikalischen Auffassungsweise, die genau zwischen Kraft und Arbeit unterscheidet, müssen wir natürlich diesen ganzen Streit zunächst als reinen Wortstreit erklären; denn von einer sachlichen Controverse kann doch erst dann gesprochen werden, wenn man sich über die (von vornherein vollständig willkürliche) Definition des Begriffes geeinigt hat, von dem die Rede ist. So lange man also mit dem Worte Kraft keine klare Vorstellung verband, war ein Streit über das Maass der Kraft vollständig gegenstandslos. Indessen ist nicht zu verkennen, dass dem besprochenen Streite dennoch ein wesentlich tieferer Inhalt zu Grunde lag; denn die Partheien waren sich, wenn dies auch nur gelegentlich und undeutlich ausgesprochen wurde, in der That bis zu einem gewissen Grade über das einig, was sie unter „Kraft“ verstehen wollten. Descartes sowohl als Leibnitz hatten sicherlich eine, wenn auch nicht ganz klar präcisierte Vorstellung von der Existenz eines Principis, welches die Unveränderlichkeit und Unzerstörbarkeit desjenigen ausspricht, aus dem alle Bewegung und Wirkung in der Welt hervorgeht. Während Descartes die Giltigkeit dieses Principis durch theologische Betrachtungen unterstützte, die auf die Ewigkeit des Schöpfers basiert sind, geht Leibnitz aus von dem Gesetz der Ursache und Wirkung. Eine Ursache kann nur diejenige Wirkung hervorbringen, die ihr gerade entspricht, keine grössere und keine kleinere. Es kann also in der fortlaufenden Kette von Ursachen und Wirkungen, aus denen die Erscheinungen der Welt gebildet sind, weder ein Wachstum noch eine Abnahme stattfinden: es ist etwas da, was constant bleibt. Nennen wir dieses Etwas Kraft, so haben wir eine, wenn auch nur sehr unvollkommene Vorstellung von dem, was in dem Begriff der Kraft den gemeinsamen Ausgangspunkt für die beiden verschiedenartigen Auffassungen bildete. Denn nun war sehr wohl eine Meinungsverschiedenheit darüber möglich, ob die Descartes'sche Quantität der Bewegung, oder ob die Leibnitz'sche lebendige Kraft das wahre Maass jenes Begriffes ist. Wäre der Streit in dieser etwas präcisieren Form geführt worden, so hätte Leibnitz Recht behalten müssen. — Wir haben hier schon einen der oben erwähnten Fälle vor uns,

wo es sich weniger um die Anerkennung der Unveränderlichkeit der Kraft handelt, als um den Äquivalenzwert dieser von beiden Partheien als unveränderlich anerkannten Grösse, nämlich um das Maass der Compensation, welche in der Geschwindigkeit eines Körpers eintritt, wenn seine Bewegung dazu benutzt wird, um eine bestimmte Wirkung hervorzubringen. Derselbe Gedanke wird uns noch öfters wiederkehren.

Als gegen Ende des 17. Jahrhunderts die Mechanik, die damals noch fast den einzigen Zweig der Physik ausmachte, durch Isaac Newton zu der Vollendung geführt wurde, die heute noch im Wesentlichen unübertroffen dasteht, wurde auch der Begriff der Kraft, wie es scheint, für alle Zeiten, endgiltig festgestellt, und zwar in einem Sinne, der sich an das von Descartes gebrauchte Kraftmaass anschliesst. Newton (1687) fasste die Kraft unmittelbar als einen Druck auf (wie er durch das Muskelgefühl wahrgenommen werden kann) und maass daher die Grösse einer Kraft durch die Bewegungsquantität, die dieser Druck an der Masseneinheit in der Zeiteinheit hervorbringt, woraus sich die Dimension der Kraft als Product aus Masse und Beschleunigung ergibt. Diese Grösse hat natürlich mit dem Princip der Erhaltung der „Kraft“ Nichts zu thun, und es mag dies auch ein Grund gewesen sein, weshalb nun für eine Zeit lang dies Princip wieder etwas an Interesse verlor. Der Leibnitz'sche Kraftbegriff erscheint jetzt als die Leistung oder Arbeit der Newton'schen Kraft; letztere bezeichnet bloss eine notwendige, aber noch nicht hinreichende Bedingung, eine Leistung zu vollbringen.

Newton selber scheint sich mit dem Begriffe der Leistung oder Arbeit einer Kraft niemals besonders beschäftigt zu haben, wenn sich in seinen Werken auch einige Stellen auffinden lassen, wo er diesem Begriffe näher tritt. Dahin gehört die oft citierte Definition der *actio agentis*¹⁾ (Product einer Kraft in die entsprechende Geschwindigkeitscomponente ihres Angriffspunktes), welche Grösse die von der Kraft in

1) I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Opera, ed. S. Horsley. Vol. II. Londini 1779. p. 28 s.

der Zeiteinheit geleistete Arbeit angibt. Indess wird von dieser Definition kein weiterer Gebrauch gemacht; überhaupt scheinen mir die Versuche, aus dieser Stelle, die dem Commentar zu dem Axiom von der Gleichheit der Action und Reaction entnommen ist, das Princip der Erhaltung der Energie abzuleiten, keinen Erfolg zu versprechen, schon weil der Inhalt der genannten beiden Sätze ganz verschiedenen Gebieten angehört. Jedenfalls nahm Newton die Thatsache, dass durch Reibung oder durch unvollkommene Elasticität Bewegung verloren geht, ohne irgend ein Bedenken oder sonstige Bemerkung hin¹⁾.

Die weitere Ausbildung des Begriffes der Arbeit und der lebendigen Kraft verdanken wir vielmehr den Physikern von Basel, vor allem Joh. Bernoulli, der sich ziemlich eng an die Leibnitz'sche Auffassung anschliesst. Derselbe spricht zu wiederholten Malen von der *conservatio virium vivarum* und betont dabei, dass, wenn lebendige Kraft verschwindet, die Fähigkeit, Arbeit zu leisten (*facultas agendi*²⁾) doch nicht verloren geht, sondern nur in eine andere Form (z. B. Compression) umgewandelt wird³⁾. Nach L. Euler ist die lebendige Kraft eines Punktes, der von einem festen Centrum nach einer Potenz der Entfernung angezogen oder abgestossen wird, immer dieselbe, so oft er wieder an die nämliche Stelle im Raume kommt, während im übrigen ihre Zunahme durch die Arbeit (*effort*) der Kraft gemessen wird. (Der Ausdruck *travail* stammt von Poncelet.⁴⁾) Daniel Bernoulli erweiterte diesen Satz auf mehrere bewegliche Punkte und lehrte ausserdem die hohe Fruchtbarkeit der von seinem Vater entwickelten Principien für die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten kennen⁵⁾.

1) I. Newton: Opera, ed. S. Horsley. Vol. IV. Londini 1782. p. 258.

2) Joh. Bernoulli: Opera, 1742. T. III. p. 239.

3) Joh. Bernoulli: Opera, Lausannae et Genevae 1742, T. III, p. 243.

4) Poncelet: Cours de mécanique appliquée aux machines. Metz 1826.

5) Dan. Bernoulli: Hydrodynamica, 1738. Ausserdem vgl. Remarques sur le principe de la conservation des forces vives pris dans un sens général. Histoire de l'Académie de Berlin, 1748, p. 356.

Auch in der Technik machte sich das Bedürfnis nach näherem Studium des Arbeitsbegriffes geltend und führte durch J. Watt zur Einführung der Bezeichnung „Pferdekraft“ (Arbeit eines Pferdes pro Secunde).

Thomas Young war es, der für die lebendige Kraft eines bewegten Körpers zuerst den Namen Energie gebrauchte und so den Grund legte zu der heutigen Bedeutung dieses Ausdrucks. (Das Wort *ἐνέργεια* in physikalischer Bedeutung findet sich schon bei Aristoteles; auch andere Physiker: Galilei, Joh. Bernoulli¹⁾ wenden es gelegentlich an, ohne jedoch einen speciellen Sinn damit zu verbinden.) Bei seiner Untersuchung der Gesetze des Stosses fand Young²⁾, ebenso wie vor ihm schon Wren, Wallis und Huygens, dass beim centralen Stoss zweier Körper die Bewegungsquantität (also die Bewegungsgrösse des Schwerpunktes) unter allen Umständen erhalten bleibt, und bezeichnet, ganz im Descartes'schen Sinn, unter Verwerfung der gegentheiligen, von Leibnitz und Smeaton geäusserten Ansichten, diese Grösse als das wahre Maass der dem bewegten Körper innewohnenden Kraft. Indes hält er doch die von Anderen als lebendige Kraft bezeichnete Grösse für wichtig genug, ihr einen besonderen Namen, den der Energie des bewegten Körpers, beizulegen, besonders da es Fälle gibt, wo die Wirkung des bewegten Körpers offenbar nach dem Quadrate seiner Geschwindigkeit bemessen wird. So bohrt eine Kugel mit doppelter Geschwindigkeit ein viermal so tiefes Loch in ein Stück weichen Lehm oder Talg, als eine mit einfacher Geschwindigkeit, und um die Geschwindigkeit eines Körpers zu verdoppeln, muss man ihn von der vierfachen Höhe fallen

1) Herr Hagenbach hebt in einem Vortrag über Die Verdienste von Joh. und Dan. Bernoulli um den Satz der Erhaltung der Energie (Verh. d. naturf. Ges. zu Basel, Th. VII, 1884) wiederholt (p. 24 und p. 28) hervor, dass bereits Joh. Bernoulli dem Arbeitsbegriff den Namen „Energie“ gegeben habe. Ich konnte indes trotz sorgfältiger Durchsicht aller Bernoulli'schen Schriften (Opera, 1742) diese Bemerkung nirgends bestätigt finden; das einzige Mal, wo mir das Wort *énergie* auffiel, (T. III, p. 45) wird es in einem ganz anderen Sinne gebraucht.

2) Th. Young: A course of lectures on natural philosophy. London 1807. Vol. I. Lect. VIII. p. 75. On collision.

lassen. Auch dass vollkommen elastische Bälle beim Stoss ihre Energie behalten, hebt Young hervor. Nichtsdestoweniger steht er dem allgemeinen Princip der Erhaltung der Energie noch fern; denn die hierzu notwendige Erweiterung des Begriffes der Energie war einer späteren Zeit vorbehalten.

Überblicken wir in Kürze die bis zum Ausgang des vorigen und Beginn des jetzigen Jahrhunderts auf dem von uns geschilderten Gebiete vorliegenden Forschungen, so ist als die gereifte Frucht derselben die Erkenntnis des Gesetzes der Erhaltung der lebendigen Kräfte zu bezeichnen. In einem System von materiellen Punkten, die Centralkräften unterworfen sind, ist die lebendige Kraft nur abhängig von der augenblicklichen Configuration des Systems, nämlich von dem Werte, welchen die (von R. Hamilton so benannte) Kräftefunction bei dieser Configuration hat. Die Änderung der Kräftefunction misst also die von den Kräften geleistete Arbeit, einerlei auf welchem Wege die Veränderung stattfindet; bei der Rückkehr in dieselbe Configuration ist auch die lebendige Kraft wieder dieselbe. Durch diesen Satz ist die Construction eines perpetuum mobile durch rein mechanische Wirkungen ausgeschlossen. Allerdings musste die Giltigkeit desselben beschränkt werden auf eine bestimmte Art von Kräften, die gegenwärtig als „conservative“ charakterisiert zu werden pflegen; auf Reibung, unelastischen Stoss u. s. w. findet er keine Anwendung, hier tritt vielmehr regelmässig Verlust von lebendiger Kraft ein.

Welch grossartiger Verallgemeinerung das Gesetz der lebendigen Kräfte fähig ist, davon mochten damals nur die Wenigsten eine Ahnung haben. Dennoch ist es Thatsache, dass schon am Ende des vorigen Jahrhunderts die Unmöglichkeit der Construction des perpetuum mobile, auch nach anderen als mechanischen Methoden, so ziemlich allgemein eingesehen wurde, wofür den besten Beweis der Umstand liefert, dass die französische Akademie¹⁾ im Jahre 1775 ein für alle Mal erklärte, keine angeblichen Lösungen dieses Problems mehr anzunehmen. Den meisten Zeitgenossen

1) Hist. de l'Acad. Roy. des Sciences. 1775, p. 61 u. 65. H. v. Helmholtz: Vorträge und Reden. Braunschweig 1884. I. p. 64.

mochte diese Unmöglichkeit als eine bedauerliche Thatsache, als eine Art notwendiges Übel erscheinen, ohne dass Jemand daran gedacht hätte, daraus für die Wissenschaft Capital zu schlagen, trotz der Erfolge, die Stevin und Huygens schon in dieser Richtung erzielt hatten.

Da that Sadi Carnot¹⁾ im Jahre 1824 den ersten entscheidenden Schritt, der die Anwendbarkeit jenes Satzes auch auf nichtmechanische Erscheinungen zeigte. Da die Erfindung der Dampfmaschine den Mangel einer befriedigenden Theorie der mechanischen Wirkungen der Wärme aufs empfindlichste fühlbar gemacht hatte, so unternahm es Carnot, ausgehend von dem Gedanken der Unmöglichkeit des perpetuum mobile, eine neue Theorie der Wärme zu begründen, die später in demselben Sinne, aber mit noch etwas eleganten, leichtfasslicheren Darstellungsmitteln, von Clapeyron²⁾ weiter ausgebildet wurde. Hierbei zeigte sich nun aber wieder, dass die Anwendung jenes Princip als wichtigste Bedingung die richtige Bestimmung des Äquivalenzwertes der geleisteten Arbeit verlangt. Es handelte sich um die Frage: Wenn durch Wärme Arbeit erzeugt wird, welcher Vorgang muss dann als Compensation für die geleistete Arbeit angesehen werden und wie hat man dieselbe zu messen? Da zur Zeit Carnot's diejenige Theorie der Wärme in vollem Ansehen stand, welche die Wärme als einen (unzerstörbaren) Stoff betrachtet, dessen Vorhandensein in grösserer oder geringerer Menge einen Körper mehr oder weniger warm erscheinen lässt, so musste er auf den Gedanken kommen, dass die Wärmematerie auf ähnliche Weise lebendige Kraft producirt wie die Schwere der ponderablen Materie. Letztere hat das Bestreben, aus höheren in tiefere Lagen zu fallen; die dabei erzeugte lebendige Kraft wird gemessen durch das Product der Schwerkraft in die durchfallene Höhe, und dies Product ist daher das Äquivalent der erzeugten lebendigen

1) S. Carnot: *Réflexions sur la puissance motrice du feu, et sur les machines propres à développer cette puissance*. Paris 1824. Wieder abgedruckt *Ann. de l'école norm.* (2) I. p. 393, 1872.

2) Clapeyron: *Mémoire sur la puissance motrice du feu*. *Journ. de l'école polytechnique*, T. XIV, p. 170, 1834. *Pogg. Ann.* 59, p. 446 und 566, 1843.

Kraft. Daraus schloss Carnot: Das Wärmefluidum hat das Bestreben, aus höheren in tiefere Temperaturen überzugehen, wie man aus den Gesetzen der Wärmeleitung erkennt. Man kann aber dies Bestreben nutzbar machen und damit lebendige Kraft erzeugen, die dann gemessen wird durch das Product der übergegangenen Wärmemenge in das durchlaufene Temperaturintervall. Daher suchte Carnot die Compensation für die Erzeugung von Arbeit in dem Übergang von Wärme aus höherer in tiefere Temperatur und betrachtete als das Maass derselben, also als das Äquivalent der Arbeit das Product einer Wärmemenge in eine Temperaturdifferenz. Nach einer Berechnung von Clapeyron ist der Übergang einer Calorie von 1° Cels. auf 0° Cels. gerade imstande, 1,41 Kilogramm 1 Meter hoch zu heben, man müsste danach die Zahl 1,41 das Carnot'sche Wärmeäquivalent nennen. (Diese Zahl ist nichts Anderes als das Joule'sche mechanische Wärmeäquivalent dividiert durch die absolute Temperatur in Cels.-Graden des schmelzenden Eises.) Wie man sieht, gleichen diese Betrachtungen der Form nach ganz denen, die später von Mayer und Joule angestellt wurden, Carnot's Fehler liegt bloß darin, dass er eine falsche Vorstellung von der Art des Vorganges mitbrachte, in welchem die Compensation für die erzeugte Arbeit zu suchen ist, eine Vorstellung, die aber durch die damals herrschende Theorie der Wärme wesentlich bedingt wurde.

In der Mechanik lässt sich Arbeit auf zweierlei Weise erzeugen: durch Leistung anderer Arbeit oder durch Aufwand von lebendiger Kraft. Statt nun das Analogon der Arbeitserzeugung durch Wärme in dem zweiten Vorgang zu suchen, also die Compensation in dem Verschwinden von Wärme zu erblicken und die geleistete Arbeit durch die Quantität der vernichteten Wärme zu messen, verglich Carnot die Wirksamkeit der Wärme mit der Arbeitsleistung durch die Schwere der ponderablen Materie, die an und für sich unzerstörbar ist und nur durch Veränderungen ihrer Lage imstande ist Wirkungen hervorzubringen. Für Carnot war also die Wärme nichts anderes als wie für Newton die Kraft: eine notwendige, aber noch nicht hinreichende Bedingung, Wirkungen hervorzubringen.

Man sieht aber auch weiter, dass, da sich die Carnot-Clapeyron'sche Theorie wesentlich auf das Princip des ausgeschlossenen perpetuum mobile stützt, auf ihr sehr wohl auch ein Princip der Erhaltung der Energie aufgebaut werden könnte, nur hat man dann als Energie der Wärme nicht eine einfache Wärmemenge, sondern das Product einer Wärmemenge in eine Temperatur anzusehen, und es ist daher unrichtig anzunehmen, dass das Princip der Erhaltung der Energie an sich einen Widerspruch gegen die materielle Wärmetheorie involviere, im Gegentheil: Carnot steht gerade voll und ganz auf dem Boden dieses Princips. In Übereinstimmung mit dieser Anschauung führt Helmholtz¹⁾ in seiner „Erhaltung der Kraft“ beide Theorien, die materielle und die mechanische, als von vorneherein neben einander gleichberechtigt an, und verwirft die erstere nur aus dem Grunde, weil durch Experimente nachgewiesen ist, dass die Quantität der Wärme sich ändern kann.

[Für die Beurtheilung der Leistungen Carnot's ist übrigens die Thatsache sehr wichtig und hier um so bemerkenswerter, weil sie in weiteren Kreisen gänzlich unbekannt geblieben sein dürfte, dass Carnot, wie sich aus einem handschriftlich nachgelassenen Aufsatz ergibt, der von seinem überlebenden Bruder²⁾ der französischen Akademie zugeeignet worden ist, sich längere Zeit nach Herausgabe seines Hauptwerkes veranlasst sah, die von ihm bis dahin vertretene materielle Wärmetheorie aufzugeben und die Wärme für Bewegung zu erklären. Soviel aus dem Inhalt des genannten Aufsatzes in den Comptes rendus mitgetheilt ist, lässt erkennen, dass Carnot sich der Consequenzen, die aus dem Princip der Erhaltung der Energie für die neue Anschauung fliessen, ebenso klar bewusst war, wie bald nach ihm J. R. Mayer und J. P. Joule. Es heisst daselbst u. A.: Überall, wo Arbeit verschwindet (où il y a destruction de puissance motrice), findet Wärmeerzeugung (production de chaleur) statt, und umgekehrt, in proportionalen Mengen. Dabei ist nach einer nicht näher angegebenen Berechnung 1 Arbeits-Einheit

1) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I. Leipzig 1882, p. 33.

2) H. Carnot: Lettre. Compt. Rend. 87, p. 967, 1878.

(die Hebung eines Cubikmeters Wasser um 1 Meter) äquivalent einer Erwärmung um 2,70 Calorien, — eine Zahl, die das mechanische Wärmeäquivalent zu 370 kgrm. (vgl. die Mayer'sche Zahl) ergibt. Wenn man bedenkt, dass Carnot diese Berechnung mindestens 10 Jahre früher als Mayer anstellte (er starb im Jahre 1832), so fällt ihm unbedingt das Verdienst der erstmaligen Auswertung des mechanischen Wärmeäquivalents zu. Für die Wissenschaft ist allerdings, Mangels einer rechtzeitigen Veröffentlichung, diese Entdeckung leider nicht mehr nutzbar geworden.]

Die Carnot-Clapeyron'sche Theorie der Wärmewirkungen fand weitere Ausbildung besonders in England; noch im Jahre 1848 gründete W. Thomson¹⁾ auf sie seine absolute Temperaturscala; denn es ist klar, dass, wenn das Product aus Wärme und Temperatur äquivalent ist einer Arbeit, aus dieser Gleichung eine Definition der Temperatur abgeleitet werden kann, wenn das Maass der Wärme gegeben ist. Ein bestimmtes Temperaturintervall ist dann vollständig definiert durch den Betrag der Arbeit, welche eine durch dieses Intervall „herabsinkende“ Calorie zu leisten imstande ist.

Eine wesentliche Schwäche dieser Theorie liegt aber schon in der Annahme, dass Arbeit, wiewohl sie nicht aus Nichts entstehen kann, so doch in Nichts vergehen kann. Clapeyron²⁾ spricht dies rundweg aus, er sagt: Bei directer Leitung von Wärme aus einem wärmeren in einen kälteren Körper geht Wirkungsgrösse (Fähigkeit, Arbeit zu leisten) verloren. Man kann also nach ihm sehr wohl Arbeit verlieren, ohne dass dafür irgend ein als Compensation dienendes Äquivalent gewonnen wird. Ebenso dachte er von der Reibung: sie vernichtet lebendige Kraft ohne ein Äquivalent dafür zu liefern. Thomson dagegen erblickte in diesem Punkt eine bedeutende Schwierigkeit der Carnot'schen Theorie, indem er offenbar schon damals von der Überzeugung durch-

1) W. Thomson: On a absolute thermometric scale founded on Carnot's theory of the motive power of heat, and calculated from Regnault's observations. Phil. Mag. (3) 33, p. 313, 1848.

2) Clapeyron: Mémoire sur la puissance motrice du feu. Journ. de l'école polytechnique, T. XIV, p. 170, 1834. Pogg. Ann. 59, p. 446 und 566, 1843.

drungen war, dass der Satz vom perpetuum mobile auch umkehrbar ist. Er äussert sich folgendermassen¹⁾: Wenn durch directe Leitung von Wärme aus höherer zu tieferer Temperatur Wärmewirkung aufgewendet wird, was wird dann aus dem mechanischen Effect, der durch diesen Übergang erzielt werden könnte? In der Natur kann Nichts verloren gehen, die Energie ist unzerstörbar, es fragt sich also, welche eine Wirkung es denn ist, die nun an die Stelle der übergeleiteten Wärme tritt. Er hält diese Frage für sehr verhänglich (perplexing) und meint, eine vollkommene Wärmetheorie müsse hierauf eine befriedigende Antwort ertheilen. Nichtsdestoweniger hält er in der erwähnten Abhandlung noch an Carnot's Theorie fest, indem er die Schwierigkeiten, die beim Aufgeben derselben entstehen, für ungleich höher taxiert.

Und doch sind diese Schwierigkeiten so überraschend schnell überwunden worden. Die Erfahrungen, die den Satz von der Unzerstörbarkeit der Wärme mit zwingender Gewalt aufzugeben nötigten, häuften sich immer mehr, bis endlich durch die Folgen der glänzenden Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalents der materiellen Wärmetheorie ein schnelles Ende bereitet wurde. Betrachtet man Wärme als Bewegung, so leuchtet von selbst ein, dass die Compensation der durch Wärme geleisteten Arbeit in dem Verschwinden von Wärme zu suchen ist, indem dann als Äquivalent der geleisteten Arbeit die verlorene lebendige Kraft der Wärmebewegung gewonnen werden muss; und die Bestätigung der Consequenzen dieses Satzes durch die Erfahrung ist es, welche der mechanischen Wärmetheorie zum entscheidenden Übergewicht verholfen hat. Schon lange hatte die Schwierigkeit, die durch Reibung entstehende Wärme zu erklären, einzelne Physiker zu der Ansicht geführt, dass die Wärme der Quantität nach nicht unveränderlich, also kein Stoff sein könne. Nach der materiellen Theorie müsste die Reibungswärme entweder von aussen zugeleitet sein oder es müssten die geriebenen Körper ihre Wärmecapazität derart verkleinert

1) W. Thomson: An account of Carnot's theory of the motive power of heat. Transact. of the Roy. Soc. of Edinburgh, vol. XVI, p. 541, 1849.

Planck, Energie.

haben, dass die nämliche Wärme eine viel höhere Temperatur in ihnen hervorruft. Dass beide Annahmen unstichhaltig sind, zeigte Rumford¹⁾ auf schlagende Weise, indem er einen stumpfen Bohrer, der gegen den Boden eines Kanonenlaufs gepresst war, durch Pferdekraft in Rotation versetzte und durch die Reibungswärme eine beträchtliche Quantität Wasser sogar zum Sieden brachte; die Wärmecapazität des Metalls zeigte sich dabei gar nicht verändert. Da nun die so producierte Wärme durch Fortsetzung des Verfahrens ganz ins Beliebig gesteigert werden konnte, so brachte Rumford dieselbe in Zusammenhang mit der aufgewendeten Kraft, ohne sich jedoch auf eine numerische Vergleichung der geleisteten Arbeit und der erzeugten Wärme einzulassen. Dasselbe bewies fast gleichzeitig Davy²⁾ durch Reibung zweier Metallstücke mittelst eines selbstthätigen Uhrwerks unter der Luftpumpe, noch schlagender durch Reibung zweier von äusseren Einflüssen gänzlich isolierter Eisstücke, welche bis zum Schmelzen gebracht wurden. Hierbei ist der Umstand noch besonders gravierend, dass ja die Wärmecapazität des Wassers nahezu das Doppelte derjenigen des Eises ist. Seitdem sind noch viele andere Experimente angeführt worden, welche aufs deutlichste darauf hinweisen, dass Wärme erzeugt werden kann, so namentlich durch Absorption von Licht- oder Wärmestrahlen, deren Identität seit den Versuchen von Melloni als erwiesen gelten konnte, ferner auch durch Vermittelung von Elektrizität, möge dieselbe auf chemischem Wege oder durch Aufwand von mechanischer Arbeit entstanden sein.

Wenn auch jede einzelne dieser Thatfachen schlagend gegen die materielle Auffassung der Wärme spricht, so waren die Vertreter der mechanischen Wärmetheorie, unter denen ausser den erwähnten noch besonders Th. Young, Ampère, Fresnel zu nennen sind, doch bis gegen die Mitte dieses Jahrhunderts in der entschiedenen Minderzahl, und niemals

1) Rumford: An inquiry concerning the source of the heat which is excited by friction. Trans. of the Roy. Soc. London 1798, Jan. 25.

2) H. Davy: An essay on heat, light and the combinations of light, in Beddoo's Contributions to physical and medical knowledge, Bristol 1799. Works vol. II, London 1836, p. 11.

wurde bis dahin ernstlich der Versuch gemacht, das Princip der Unmöglichkeit des perpetuum mobile in ähnlicher Weise wie von Carnot für die materielle, so für die mechanische Theorie auszubilden.

Vereinzelte Spuren derartiger Bestrebungen kann man allerdings gelegentlich antreffen: so findet sich in der Schrift: *Etude sur l'influence des chemins de fer* (1839) von Séguin aîné¹⁾ folgende Bemerkung: Der Dampf ist nur das Mittel die Kraft zu erzeugen; die treibende Ursache ist die Wärme, die ebenso wie die lebendige Kraft Leistungen zu vollbringen vermag. Séguin schreibt die Autorschaft dieses Gedankens seinem Onkel, dem bekannten J. M. Montgolfier (1740 bis 1810), zu.

Aber nicht allein auf das Gebiet der Wärme: auch auf andere Naturerscheinungen erstreckten sich diese Ueberlegungen, wobei wir wieder die schon öfters hervorgehobene Thatsache bestätigt finden, dass die Giltigkeit des Principis selber von Niemand in Zweifel gezogen wurde, sondern dass nur die Auffassung der Consequenzen zu Meinungsverschiedenheiten Veranlassung gab.

Roget²⁾ glaubte z. B. das Princip als Beweismittel gegen die elektrische Contact-Theorie verwerten zu können, indem er folgendermassen argumentiert: „Alle Kräfte und Quellen der Bewegung, mit deren Ursache wir bekannt sind, werden, wenn sie ihre eigentümliche Wirkung üben, verausgabt in demselben Verhältnis als diese Wirkungen hervorgebracht werden, und daraus entspringt die Unmöglichkeit, durch sie einen immerwährenden Effect, oder mit anderen Worten: eine immerwährende Bewegung hervorzubringen.“ Roget erklärt es daher für unmöglich, einen dauernden Strom zu erzeugen ohne entsprechenden Aufwand eines anderen Agens (hier chemische Affinität) und wendet sich damit gegen die Contacttheorie; er hätte auch vollständig Recht, wenn die Contacttheorie einen solchen Vorgang zuliesse.

1) Séguin aîné: *Etude sur l'influence des chemins de fer*. Paris 1839, p. 378. Vgl. *Compt. Rend.* XXV, p. 420, 1847.

2) Roget: *Treatise on galvanism*, 1829, p. 113. (Library of useful knowledge.)

In ähnlicher Weise äussert sich Faraday¹⁾: „Die Contacttheorie nimmt an, dass eine Kraft, die mächtige Widerstände zu überwinden imstande ist, aus Nichts entspringen kann. Das würde eine Schöpfung von Kraft sein, die sonst nirgends stattfindet ohne eine entsprechende Erschöpfung von etwas ihr Nahrung Gebendem. Wäre die Contacttheorie richtig, so müsste die Gleichheit von Ursache und Wirkung geläugnet werden. Dann würde auch das perpetuum mobile möglich sein und es würde leicht sein, auf den ersten Fall eines durch Contact erzeugten elektrischen Stromes unaufhörlich mechanische Effecte zu erzielen.“ Es braucht hier nicht ausgeführt zu werden, dass diese Einwürfe gegen die Contacttheorie auf einem Missverständnis beruhen. Der ganze Streit bezieht sich ja überhaupt nicht auf die Art der Unterhaltung des elektrischen Stromes, sondern auf die Ursache der Einleitung eines Stromes; denn dass ein Strom nicht ohne beständigen Verbrauch von Energie unterhalten werden kann, ist heutzutage nach der Contacttheorie ebenso selbstverständlich wie nach der chemischen Theorie.

Auch in der Chemie finden wir schon Anwendungen des Principes. Der Gedanke, dass die durch eine Reihe aufeinanderfolgender chemischer Reactionen im ganzen erzeugte Wärmemenge unabhängig davon ist, auf welchem Wege oder in welcher Reihenfolge die einzelnen Reactionen vorgenommen werden, wenn nur der Anfangszustand und der Endzustand des Systems der nämliche bleibt, hat sich ganz allmählich und geräuschlos in die theoretische Chemie eingebürgert. Ausdrücklich wird er vielleicht zum ersten Male von Hess²⁾ erwähnt mit den Worten: „Wenn eine Verbindung stattfindet, so ist die entwickelte Wärmemenge constant, es mag die Verbindung direct oder indirect geschehen.“ Ohne Zweifel entspringt die überzeugende Wahrheit dieses Satzes aus der Idee, dass man Wärme nicht aus Nichts erzeugen kann; unterstützt wird dieser Gedanke natürlich durch die Vorstellung der Unzerstörbarkeit des Wärmestoffs, allein er

1) M. Faraday: Exp. Researches. Phil. Trans. London pt. I. p. 93, 1840. Pogg. Ann. 53, p. 548, 1841.

2) H. Hess: Thermochemische Untersuchungen. Pogg. Ann. 50, p. 392, 1840.

ist doch noch allgemeiner und unabhängig von dieser Vorstellung.

Wie weit aber einzelne Physiker schon in der Erkenntnis der Einheit und gegenseitigen Verwandelbarkeit der verschiedenen Naturkräfte gekommen waren, das zeigt am besten folgende Stelle aus einer Abhandlung von K. Fr. Mohr¹⁾ über die Natur der Wärme, in welcher der Verfasser, hauptsächlich angeregt durch die Versuche von Melloni und Rumford, lebhaft für die dynamische Theorie der Wärme eintritt: „Ausser den bekannten 54 chemischen Elementen gibt es in der Natur der Dinge nur noch Ein Agens, und dies heisst Kraft; es kann unter den passenden Verhältnissen als Bewegung, chemische Affinität, Cohäsion, Elektrizität, Licht, Wärme und Magnetismus hervortreten, und aus jeder dieser Erscheinungsarten können alle übrigen hervorgebracht werden. Dieselbe Kraft, wenn sie den Hammer hebt, kann, wenn sie anders angewendet wird, jede der übrigen Erscheinungen hervorbringen“. Man sieht: es ist nur noch ein Schritt bis zur Frage nach dem gemeinschaftlichen Maass aller dieser als gleichartig erkannten Naturkräfte.

Dieser Schritt wurde fast gleichzeitig von verschiedenen Seiten und auf verschiedene Weise gethan. Wenn wir der chronologischen Ordnung der einzelnen Publikationen folgen, so müssen wir zuerst den Arbeiten des Heilbronner Arztes Dr. Julius Robert Mayer²⁾ unsere Aufmerksamkeit zuwenden.

Entsprechend der ganzen Geistesrichtung Mayers, der lieber philosophisch generalisierte, als empirisch stückweise aufbaute, war die Form seiner Beweisführung eine deductive. In seinem ersten, im Mai des Jahres 1842 erschienenen kurzen Aufsatz³⁾ spricht er sich in folgender Weise aus: Niemals kann eine Wirkung ohne Ursache entstehen, oder umgekehrt eine Ursache ohne Wirkung bleiben: *Ex nihilo nihil fit*, und

1) K. Fr. Mohr: Über die Natur der Wärme. Zeitschr. f. Physik v. Baumgärtner, V, p. 419, 1837. Ann. d. Pharmacie 24, p. 141, 1837.

2) J. R. Mayer: Die Mechanik der Wärme, Stuttg. 1867, 2. verm. Aufl. Stuttg. 1874.

3) J. R. Mayer: Lieb. Ann. 42, p. 233, 1842. Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur. — Phil. Mag. (3) 24, p. 371, 1844.

umgekehrt: Nil fit ad nihilum. Jede Ursache hat vielmehr eine ganz bestimmte, ihr gerade entsprechende Wirkung, keine grössere und keine kleinere, in der Ursache ist also gerade Alles enthalten, was die Wirkung bedingt, und findet sich vollständig in der Wirkung wieder, wenn auch in anderer Form. Ursache und Wirkung sind also in gewissem Sinne einander gleich: Causa aequat effectum. Daher bezeichnet Mayer die Ursachen als (quantitativ) unzerstörbare und (qualitativ) wandelbare Objecte. Nun zerlegt er alle Ursachen in zwei Theile: die einen rechnet er zur Materie, die andern zur Kraft; jede dieser beiden Arten ist unzerstörbar, und es findet auch zwischen ihnen wechselseitig kein Übergang statt, d. h. Materie lässt sich nicht in Kraft verwandeln, und ebensowenig umgekehrt, wohl aber lässt sich die Materie sowohl, als auch die Kraft für sich auf mannigfache Weise umformen. Während es aber noch viele verschiedene Arten von Materie gibt (die Elemente, die sich nicht ineinander umwandeln lassen), kennen wir von der Kraft nur Eine Art, denn alle Kräfte lassen sich ineinander verwandeln, alle Kräfte sind verschiedene Erscheinungsformen eines und desselben Objectes, einer und derselben Ursache.

Es versteht sich, dass hier das Wort Kraft im Leibnitz'schen Sinne genommen ist, was um so weniger auffallend erscheint, als diese Bedeutung des Wortes in der damaligen Zeit noch ziemlich häufig vorkommt. Jedenfalls darf man Mayer deshalb nicht den Vorwurf der Unklarheit machen; denn, wie das Folgende zeigt, wusste er sehr wohl zwischen diesen Begriffen zu unterscheiden. Die Newton'sche Kraft nennt er Eigenschaft. Näher eingehend auf die Natur der verschiedenen Kräfte macht er drei Formen namhaft: Wärme, Fallkraft und Bewegung. Sie sind unter sich verschieden, aber nach bestimmten Zahlenverhältnissen in einander verwandelbar und daher auch einem gemeinschaftlichen Maass unterworfen. Fallkraft und Bewegung misst man ohnehin nach dem nämlichen Maass, es bleibt also noch übrig, die Einheit der Wärme mit diesem Maass zu vergleichen. Aus Versuchen über die „Compression der Luft“ berechnet Mayer, dass eine Calorie äquivalent ist der Hebung eines Kilogramms um 365 Meter (bei mittleren Werten der Be-

schleunigung der Schwere). Dieser Berechnung, deren Detail erst in einer darauffolgenden Abhandlung¹⁾ mitgeteilt wird, liegt der Gedanke zu Grunde, dass die durch viele Versuche festgestellte Differenz der Wärmemengen, die man einem Quantum Luft zur Erzielung einer bestimmten Temperaturerhöhung von aussen zuführen muss, wenn die Erwärmung einmal bei constantem Druck, das andere Mal bei constantem Volumen erfolgt, äquivalent ist der im ersten Fall durch die Ausdehnung der Luft geleisteten Arbeit. Hierbei ist allerdings stillschweigend vorausgesetzt, dass der Überschuss der Wärmecapacität bei constantem Druck über die bei constantem Volumen lediglich der äusseren Arbeitsleistung zu Gute kommt, eine Annahme, die durchaus nicht ohne weiteres zulässig ist, da die meisten Gase und Dämpfe eine merkliche Temperaturerniedrigung zeigen, auch wenn sie sich ohne jede äussere Arbeitsleistung ausgedehnt haben. Für die sogenannten vollkommenen Gase hat sich indessen jene Annahme, die in der Folge unter der Bezeichnung: Mayers Hypothese in der weiteren Entwicklung der Wärmetheorie eine Rolle spielt, als richtig bewährt.

Nachdem so das mechanische Wärmeäquivalent festgestellt ist, kann man nun die Wärme mit dem nämlichen Maass messen wie mechanische Kraft, indem man immer eine Calorie gleich 365 g Kraft- (Arbeits-) Einheiten (bezogen auf Kilogramm, Meter und Sekunde) setzt. Bemerkenswert ist die Thatsache, dass Mayer durchaus nicht von der Ansicht ausging, dass Wärme Bewegung sei, sondern dass er vorsichtiger Weise die Frage nach dem Wesen der Wärme ganz aus dem Spiele liess. Er sagt ausdrücklich: Wärme, Bewegung und Fallkraft lassen sich nach bestimmten Zahlenverhältnissen in einander umsetzen; so wenig man nun hieraus den Schluss ziehen wird, dass Fallkraft und Bewegung identisch sind, ebenso wenig darf man schliessen, dass Wärme in Bewegung bestehe. In der That lässt sich ja die ganze Wärmetheorie, wie sie später von R. Clausius auf seinen beiden Hauptsätzen aufgebaut wurde, ebenso auch ohne die

1) Mayer: Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhang mit dem Stoffwechsel, 1845. (Mechanik d. Wärme, Stuttg. 1874.)

Vorstellung von der mechanischen Natur der Wärme ableiten, wenn man sich nur an die Annahme hält, dass Wärme unter gewissen Bedingungen in Bewegung umgewandelt werden kann. Erst die später entwickelte Gastheorie hat den Vorstellungen, die wir uns vom Wesen der Wärme machen, eine bestimmtere Form gegeben.

Mayer bleibt bei den eben geschilderten Ausführungen nicht stehen. In einer zweiten etwas ausführlicheren Abhandlung¹⁾ erweitert er seine Theorie auf andere Zweige der Naturwissenschaft. Er bezeichnet die Chemie als die Lehre von den Verwandlungen der Materie, die Physik als die Lehre von den Verwandlungen der Kraft, und stellt dann noch einmal seine Ansichten über die Äquivalenz von Wärme und Bewegung zusammen. Dann wird auch die Elektrizität in den Kreis der Betrachtungen gezogen, aber auch wieder unter Benutzung einer Terminologie, die mit dem herrschenden Sprachgebrauch leider in Widerspruch stand. Die Elektrizität nennt er eine Kraft wie die Wärme, wobei er natürlich das meint, was wir als elektrisches Potenzial bezeichnen. Die Wirkung des Elektrophors erklärt er durch die aufgewendete mechanische Arbeit. Auch die „chemische Differenz“ zweier Körper wird als Kraft eingeführt, denn durch sie kann Wärme produziert werden, deren Betrag dann das Maass abgibt für die aufgewendete Kraft. Schliesslich zählt er als in der anorganischen Natur wirkend sechs verschiedene nach bestimmten Äquivalenten in einander verwandelbare Kräfte auf: Fallkraft, Bewegung, Wärme, Magnetismus, Elektrizität, chemische Differenz. Auch auf die organische Natur werden die Konsequenzen ausgedehnt, namentlich entwickelt Mayer hier die Bedeutung des Assimilationsprocesses in den Pflanzen für die Erhaltung alles thierischen Lebens.

Zu einer weiteren besonderen Arbeit²⁾ machte er die Anwendung seiner Theorien auf die kosmischen Erscheinungen. Er gab die erste rationelle Erklärung für die Quelle

1) Mayer: Die organische Bewegung in ihrem Zusammenhang mit dem Stoffwechsel, 1845. (Mechanik d. Wärme, Stuttg. 1874.)

2) Mayer: Beiträge zur Dynamik des Himmels, 1848. (Mech. d. W., Stuttg. 1874.)

der Sonnenwärme, indem er einmal zeigte, dass kein chemischer Process (Verbrennung) imstande wäre, die ungeheure Wärmeausgabe, die durch die Sonnenstrahlung erfolgt, zu ersetzen, und dann die Ansicht aussprach, dass jene Wärme geliefert wird durch die lebendige Kraft der beständig in den Sonnenkörper hineinstürzenden Meteoritenmassen (vgl. unten die Ansichten von Helmholtz und von Thomson), er erklärte das Glühen der Meteore durch den Verlust an lebendiger Kraft, den dieselben durch die Reibung in der Atmosphäre erfahren, er machte darauf aufmerksam, dass das Phänomen der Gezeiten durch die Flutreibung notwendig hemmend auf die Rotationsgeschwindigkeit der Erde einwirken müsse, und dass alle Arbeit, welche man durch die Bewegung der Ebbe und Flut zu leisten vermag, auf Kosten der lebendigen Kraft der Erddrehung gewonnen wird.

Jede dieser verschiedenen Überlegungen zeigt, dass Mayer, wenn er sich auch theilweise einer ungebräuchlichen Nomenclatur bediente, doch der Bedeutung der von ihm vertretenen Ansichten sich sehr wohl bewusst war. Er setzt dies auch in einer weiteren Abhandlung¹⁾ ausführlich auseinander und bespricht sehr klar die verschiedenen Begriffe, die Leibnitz und Newton mit dem Namen „Kraft“ belegten, sowie die Unzweckmässigkeit der Unterscheidung zwischen „todter“ (Newton'scher) und „lebendiger“ (Leibnitz'scher) Kraft. In diesem Sinne genommen würde nämlich das Wort Kraft einen gemeinsamen Gattungsbegriff bezeichnen müssen, in welchem die beiden specielleren Begriffe als besondere Arten enthalten sind. Dies erscheint aber aus dem Grunde widersinnig, weil die beiden Begriffe Grössen von ganz verschiedenen Dimensionen, also überhaupt nicht vergleichbar sind; man ist daher genötigt, eine von beiden Bezeichnungen aufzugeben. Mayer entscheidet sich dafür, das Wort Kraft im Leibnitz'schen Sinn zu gebrauchen, weil er diesen Begriff als den fundamentaleren ansieht. Auch kommt die Bezeichnung dadurch in einen richtigen Gegensatz zum Wort Materie, wir brauchen ja heutzutage noch die Gegenüberstellung: Kraft und Stoff,

1) Mayer: Bemerkungen über das mechanische Äquivalent der Wärme, Heilbronn 1850. (Mech. d. W. 1867, p. 237.)

wobei wir eigentlich meinen: Energie und Stoff. Beide sind unzerstörbar.

In diesen Überlegungen mag Mayer Recht haben: nach dem jetzigen Stande der Naturwissenschaft ist in der That der Leibnitz'sche Begriff der wichtigere geworden; allein er rechnete nicht mit der Macht der historischen Entwicklung der Wissenschaft. Die Physik war auf die Mechanik gegründet, und in der Mechanik hatte sich der Newton'sche Begriff doch schon zu sehr eingebürgert, um sich so einfach wieder durch eine andere Bezeichnung verdrängen zu lassen. So ist Mayer's Vorschlag nicht durchgedrungen, wenn auch in einigen Ausdrücken (lebendige Kraft, Erhaltung der Kraft) die Leibnitz'sche Bezeichnung geblieben ist. Nur die Rücksicht auf die Geschichte kann diese Inconsequenz, die heutzutage wenigstens nicht so wie früher die Gefahr eines Missverständnisses in sich birgt, erklären.

Wir haben die verschiedenen hierhergehörigen Arbeiten von Mayer im Zusammenhang durchgesprochen, obwohl zwischen ihrem Erscheinen je einige Jahre liegen, um die Übersicht zu erleichtern über die neuen Ideen, die er in die Naturwissenschaft eingeführt hat. Dass ihm eine streng wissenschaftliche Schule fehlte, dass er sich vielleicht in manchen Punkten, namentlich in den ersten Abhandlungen, für die Berufsphysiker deutlicher und prägnanter hätte ausdrücken können, dass aber namentlich die ganze, fast ans Metaphysische streifende Begründung seiner Lehre auf äusserst schwachen Füßen stand, wird man wohl denen einräumen müssen, die seine Bedeutung nicht recht anerkennen wollen. Allein unumstösslich fest steht es, dass er der Erste war, der den Gedanken, welcher für unsere heutige Naturanschauung charakteristisch ist, nicht nur öffentlich ausgesprochen, sondern auch, worauf es ja am meisten ankommt, nach Maass und Zahl verwertet und auf alle ihm zugänglichen Naturerscheinungen im einzelnen angewendet hat. Und was die Begründung des Satzes anbelangt, so dürfen wir doch nicht vergessen, dass derselbe, wie wir im nächsten Abschnitt näher ausführen werden, eben wegen seiner Allgemeinheit überhaupt keines streng deductiven Beweises fähig ist, dass also dasjenige, was Mayer bei seinem Be-

weisverfahren missglückte, auch von keinem anderen Physiker geleistet wurde. Der unmittelbarste, von allen Voraussetzungen möglichst freie Beweis wird durch die Untersuchung der einzelnen Consequenzen geliefert, und hiezu hat Mayer, wenn er auch nicht selber experimentierte, doch durch directe Anregung ein Erhebliches beigetragen. — Sucht man aber das Princip sich klar und anschaulich zu machen, d. h. mit anderen uns geläufigen Vorstellungen und Sätzen in Zusammenhang zu bringen, so sind die Mayer'schen Ausführungen, die auf dem Gedanken beruhen, dass keine Wirkung in der Natur verloren geht, immer noch mit das Beste dieser Art. Dieselben dürfen in ihrer Bedeutung nicht unterschätzt werden; denn wenn wir nicht irren, so ist die verhältnismässig überraschende Schnelligkeit und Leichtigkeit, mit der sich ein Satz von so enormer Tragweite, wie der der Erhaltung der Energie, nach Überwindung der ersten Schwierigkeiten in den Geistern heimisch machte, nicht nur den vielen einzelnen inductiven Beweisen zuzuschreiben, sondern zum grossen Theil auch der Vorstellung seines Zusammenhangs mit dem Gesetz von Ursache und Wirkung. Wenn wir daher den Mayer'schen philosophischen Betrachtungen gewiss keine physikalische Beweiskraft werden zusprechen können, so haben sie doch insofern eine eminente praktische Wichtigkeit, als sie die Übersicht über den gesammten Inhalt des Principis erleichtern und so die leitenden Ideen angeben, nach welchen die Fragestellung an die Natur erfolgen muss. Man liebt es so häufig, dem etwas ins Unbestimmte philosophierenden Mayer seinen Partner Joule als den nüchternen, sich nur an die einzelnen Thatfachen haltenden exacten Empiriker gegenüberzustellen, allein wie wäre es denkbar, dass Joule seine berühmten Versuche mit diesem rastlosen Eifer und dieser zähen Ausdauer durchgeführt und geradezu einen Theil seines Lebens an die Beantwortung dieser einen Frage gesetzt hätte, wenn er nicht schon von vornherein, bei seinen ersten Experimenten, die doch gewiss für sich allein genommen noch kein Recht zu einer solch grossartigen Verallgemeinerung gaben, begeistert worden wäre für die neue Idee und dieselbe sogleich in ihrer ganzen Allgemeinheit erfasst hätte. Dass übrigens die Ver-

dienste Mayers in der neueren Zeit vollauf gewürdigt (in England wurden sie zuerst durch J. Tyndall¹⁾ ins rechte Licht gesetzt) und von unseren ersten Capacitäten der Wissenschaft in durchaus befriedigender Weise anerkannt worden sind²⁾, dürfte bekannt genug sein.

Allerdings bleibt es eine nicht mehr abzuändernde Tatsache, dass Mayer, wenigstens in der ersten Zeit seines öffentlichen Auftretens, so gut wie gar keinen Einfluss auf die Verbreitung und Entwicklung des neuen Principa hatte: dieselbe wäre ohne ihn wahrscheinlich gerade ebenso schnell vor sich gegangen, zumal da fast gleichzeitig und völlig unabhängig, sowohl von ihm als auch untereinander, die nämlichen Ideen in verschiedenen Formen und mit verschiedener Begründung auftauchten.

Am 24. Januar 1843 legte James Prescott Joule (Brauer in Salford) der philosophischen Gesellschaft von Manchester eine Abhandlung³⁾ vor über den Zusammenhang der thermischen und der chemischen Wirkungen des galvanischen Stromes. Er war schon durch die Ergebnisse zweier vorhergehender Arbeiten⁴⁾ zu der Überzeugung geführt worden, dass die durch einen Strom im Schliessungskreis erzeugte Wärmemenge identisch ist mit derjenigen, welche durch directe Oxydation der in der Kette wirksamen Metalle (einschliesslich Wasserstoff) gewonnen werden kann, und hatte sich daraus die Ansicht gebildet, dass überhaupt die chemische Wärme wesentlich elektrischen Ursprungs sei. Es ist von hohem Interesse zu verfolgen, wie sich bei Joule aus an-

1) J. Tyndall: On force. Proc. of Roy. Inst. June 6, 1862. Phil. Mag. (4) 24, p. 57, 1862.

2) H. v. Helmholtz: Robert Mayer's Priorität. Vorträge und Reden, I, Braunschw. 1884, p. 60. R. Clausius: Über das Bekanntwerden der Schriften Robert Mayer's. Wied. Ann. 8, Anhang, 1879.

3) J. P. Joule: On the heat evolved during the electrolysis of water. Mem. of the liter. and phil. soc. of Manchester. (2) vol. VII, 1846, p. 87 u. 96.

4) J. P. Joule: On the heat evolved by metallic conductors of electricity and in the cells of a battery during electrolysis. Phil. Mag. (3) 19, p. 260, 1841.

J. P. Joule: On the electric origin of the heat of combustion. Phil. Mag. (3) 20, p. 98, 1842.

fänglich noch etwas unbestimmten Vorstellungen allmählich in schrittweiser, vorsichtiger Entwicklung die ganze Klarheit des Bewusstseins von der Giltigkeit des allgemeinen Principis herausarbeitete. Erst in der oben genannten Abhandlung, in welcher der Satz, dass die Wärmewirkungen eines Stromes mit den chemischen äquivalent sind, weiter ausgeführt und bestätigt wurde (vgl. übrigens auch die Versuche von Becquerel¹⁾), findet sich zum ersten Male die allgemeinere Bemerkung, dass in der Natur Vernichtung (annihilation) von Arbeitskraft (power) ohne eine entsprechende Wirkung (effect) nicht stattfindet. Zugleich wird die Vermutung ausgesprochen, dass, wenn man durch Einschaltung einer elektromagnetischen Maschine einen Strom Arbeit verrichten liesse, die im Verhältnis zur chemischen Wirkung producierte Wärme sich verringern würde, und zwar proportional der geleisteten Arbeit²⁾.

Dieser Gedanke veranlasste Joule zu einer besonderen Untersuchung, deren Resultat³⁾ er am 21. August desselben Jahres der mathematisch-physikalischen Section der damals in Cork tagenden British Association mittheilte: über elektromagnetische Wärmewirkungen und über den mechanischen Wert der Wärme. In dieser Arbeit setzt Joule zunächst seine Ansichten über die Natur der Wärme und die Vorgänge in der galvanischen Kette besonders auseinander. Er erklärt die Wärme für eine Art Bewegung, die in Schwingungen besteht, und spricht die Überzeugung aus, dass in der galvanischen Kette keine Erzeugung (generation) sondern nur eine Vertheilung (arrangement) von Wärme stattfindet. So entspringt die im hydroelektrischen Strom entwickelte Wärme aus der Verbrennung im Element, die im magnetelektrischen (durch Bewegung von Magneten erzeugten) Strom aus der aufgewendeten mechanischen Arbeit, und ist immer gerade so gross, als wenn die Verbrennung oder die Arbeit

1) E. Becquerel: Des lois du dégagement de la chaleur pendant le passage des courants électriques à travers les corps solides et liquides. *Compt. Rend.* t. 16, p. 724, 1843.

2) l. c. p. 96 u. 104.

3) Joule: On the calorific effects of magneto-electricity and on the mechanical value of heat. *Phil. Mag.* (3) 23, p. 263, 347, 435, 1843.

direct Wärme geliefert hätte. — Diese Behauptungen werden durch den Versuch gerechtfertigt. Zu diesem Zwecke liess Joule eine Inductionsspirale, die sich in einer mit Wasser gefüllten, als Calorimeter dienenden horizontal gelegten Glasröhre befand, um eine verticale Axe zwischen zwei starken Magnetpolen mittelst herabfallender Gewichte rotieren und verglich die durch die Inductionsströme in der Spirale erzeugte Wärme mit der von den Gewichten geleisteten mechanischen Arbeit. Es ergab sich, dass der Erwärmung einer beliebigen Quantität Wasser um 1° Fahrenheit die Hebung der 838fachen Quantität um 1 engl. Fuss oder der einfachen Quantität um 838 Fuss entspricht. Dies bedeutet für 1 Celsius-Calorie die Hebung eines Kilogramms um 460 Meter. — Andererseits mass Joule auch die directe Umsetzung von mechanischer Arbeit in Wärme, und zwar mittelst der Reibung, welche auftritt, wenn Wasser durch enge Röhren gepresst wird. Als mechanisches Wärmeäquivalent (bezogen auf F. Grade) ergaben sich diesmal 770 Fuss (für C. Grade 423 M.).

Die beiden gefundenen Zahlen hielt Joule in Anbetracht der vielen Fehlerquellen für hinreichend übereinstimmend, um darauf dieselbe Behauptung wie Mayer stützen zu können: Die Grundkräfte der Natur sind unzerstörbar, und überall wo Kraft aufgewendet wird, entsteht ein dem Aufwand entsprechendes Quantum Wärme. Von diesem Standpunkt aus erklärt er auch die latente Wärme und die durch chemische Processe erzeugte Wärme. Die latente Wärme repräsentiert auch eine Kraft, wie die Schwere, sie vermag sich im gegebenen Fall in wirkliche Wärme umzusetzen, wie ein aufgezogenes Uhrwerk jeden Augenblick imstande ist mechanische Arbeit zu leisten.

Einen besonderen Erfolg errang Joule mit seinen ersten Arbeiten nicht, im Gegentheil: es verhielten sich, wie es bei einer solchen Neuerung nicht zu verwundern ist, die meisten Physiker im wesentlichen ablehnend gegen die hier vortragenen Ansichten. Aber in demselben Jahr, in welchem Joule's erste Arbeiten erschienen, am 1. November 1843, theilte der dänische Ingenieur A. Colding der Akademie von Kopenhagen, unter dem Titel: „Thesen über die Kraft“,

Versuche¹⁾ mit, wonach die bei der Reibung fester Körper entwickelte Wärme mit der verbrauchten Arbeitsgrösse in einem constanten Verhältniss steht, und sprach zugleich die Ansicht aus, dass das Gesetz der Erhaltung der Kraft ein allgemein giltiges sei. Er war auf diesen Satz, ebenso wie Mayer, durch deductive Betrachtungen gekommen, die jedoch weit in das Gebiet der Metaphysik hineinreichen, indem er von der Ansicht ausging, dass die Naturkräfte geistige und immaterielle Wesen seien, und als solche unmöglich der Vergänglichkeit unterworfen sein könnten; daher bezeichnet er die Kraft als unsterblich. — Aus einer ansehnlichen Reihe von Reibungsversuchen mit verschiedenen festen Körpern fand er als mechanisches Wärmeäquivalent, bezogen auf Cels. Grade und dänische Fuss die Zahl 1185,4 (ca. 370^m).

Eine vierte, in dieselbe Zeit fallende Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalents rührt her von C. Holtzmann²⁾. Dieser fand, wesentlich auf demselben Wege wie Mayer, dass die Wärme, welche die Temperatur eines Kilogramms Wasser um 1° C. erhöht, imstande ist 374 Kgr. 1 Meter hoch zu heben; indes muss hier bemerkt werden, dass Holtzmann keineswegs in dem Sinne den Standpunkt der mechanischen Wärmetheorie vertrat, dass er ein Verschwinden der Wärme annahm; vielmehr hielt er im wesentlichen an der materiellen Theorie fest, da er immer noch den Satz von der Unveränderlichkeit des Wärmefluidums vertheidigte³⁾.

Unterdessen setzte der rastlos thätige Joule seine Versuche über das Wärmeäquivalent mit gänzlich veränderten Methoden fort. Zunächst verglich er⁴⁾ die bei der Compression von Luft aufgewendete mechanische Arbeit mit der da-

1) A. Colding: Det kongel. danske vidensk. selsk. naturv. og math. afh. (5) II, 1843, p. 121, 167. On the history of the principle of the conservation of energy, Phil. Mag. (4) 27, p. 56, 1864.

2) C. Holtzmann: Über die Wärme und Elasticität der Gase u. Dämpfe. Mannheim 1845. Auszug in Pogg. Ann. Erg. II, p. 183, 1848.

3) C. Holtzmann: Über die bewegende Kraft der Wärme. Pogg. Ann. 82, p. 445, 1851.

R. Clausius: Erwiderung auf die Bemerkungen des Herrn C. Holtzmann. Pogg. Ann. 83, p. 118, 1851.

4) Joule: On the changes of temperature produced by the rarefaction and condensation of air. Phil. Mag. (3) 26, p. 369, 1845.

bei eintretenden Temperaturerhöhung und fand wieder die vermutete Proportionalität. Dass diese Temperaturerhöhung gerade durch die äussere Arbeit und nicht etwa durch eine Veränderung der Wärmecapazität der Luft hervorgerufen wird, zeigte er durch einen besonderen Versuch, indem er bis zu 22 Atmosphären comprimierte Luft in einen evacuierten Raum ausströmen liess. Es zeigte sich in diesem Falle (in Übereinstimmung mit einem schon früher von Gay Lussac erhaltenen Resultat) nach dem Eintritt des Gleichgewichts keine Temperaturabnahme, entsprechend dem Umstande, dass die Luft beim Ausströmen keine äussere Arbeit zu leisten hatte. Dieser Versuch ist deshalb so wichtig, weil er beweist, was Mayer stillschweigend angenommen hatte (S. 23), dass bei Volumenänderungen der Luft keine innere Arbeit geleistet wird. Liess er dagegen verdichtete Luft in die freie Atmosphäre ausströmen, so ergab sich eine Temperaturabnahme, proportional der durch die Überwindung des Widerstandes geleisteten Arbeit. Daraus berechnete Joule nach verschiedenen Versuchsreihen das mechanische Wärmeäquivalent zu 823, dann zu 795 (452, 436^m Cels.).

Kurz darauf erschienen wieder andere Beobachtungen¹⁾. Diesmal wurde die mechanische Arbeit durch Reibung in Wärme verwandelt. Ein Schaufelrad wurde durch herabsinkende Gewichte in einem Wasserbad in Rotation versetzt und verursachte durch die Reibung eine Temperaturerhöhung des Wassers. Hieraus folgte das Wärmeäquivalent 890 (488^m Cels.), während die bei der Pressung von Wasser durch enge Röhren gefundene Zahl 774 (425^m Cels.) betrug.

Die verhältnismässig gute Übereinstimmung seiner Resultate veranlasste Joule, eine kurze Zusammenfassung seiner durch alle diese verschiedenen Versuche bestätigten Ansichten über die Gesetze der Krafterzeugung durch mechanische, chemische, galvanische, elektromagnetische, thermische Wirkungen, sowie durch thierische Arbeitsleistung zu veröffentlichen²⁾.

1) Joule: On the existence of an equivalent relation between heat and the ordinary forms of mechanical power. *Phil. Mag.* (3) 27, p. 205, 1845.

2) Scoresby and Joule: Experiments and observations on the mechanical powers of electro-magnetism steam and horses. *Phil. Mag.* (3) 28, p. 448, 1846.

Während sich so die Zahl der Arbeiten mehrte, die auf Grund der neuen Auffassung des Wesens der Wärme die Anwendung des Princip's der Erhaltung der Kraft förderten, und während besonders die unausgesetzt wiederholten und variierten Versuche von Joule die Aufmerksamkeit der Fachgenossen allmählich auf sich lenkten, wurde der Energiebegriff auch von anderen Seiten her in andere Zweige der Naturwissenschaft eingeführt.

Hierher kann man die Untersuchungen von F. Neumann¹⁾ (1845 und 1847) über die Gesetze der inducierten Ströme rechnen, welche zu dem Resultat führten, dass die galvanische Induction in einem Leiter nur abhängt von der Veränderung des elektrodynamischen Potentials des inducierenden Stromsystems auf den Leiter, einerlei ob diese Veränderung von einer relativen Bewegung der ponderablen Theile des Leiters und des Stromsystems oder von einer Änderung der Intensitäten der Ströme herrührt. Allerdings tritt in den beiden Schriften von Neumann, welche diesen Gegenstand behandeln, der innige Zusammenhang seines Satzes mit unserem Princip noch nicht direct hervor.

Auch auf das Gebiet der organischen Natur wurden die neuen Ideen übertragen. J. Liebig, der von der Ansicht ausging, dass eine Dampfmaschine nicht mehr Wärme hervorbringen kann, als sie ursprünglich vom Kessel empfangen hat, und dass ein galvanischer Strom im Schliessungskreis nicht mehr Wärme erzeugt, als durch gewöhnliche chemische Reaction der im Element sich umsetzenden Stoffe erhalten wird, vertheidigte energisch den Satz, dass die vom thierischen Körper producierte Wärme vollständig durch die Verbrennung der Nahrungsmittel auf directem Wege geliefert wird²⁾. Hierbei ergab sich allerdings für ihn die Schwierigkeit, dass die von Dulong und die von Despretz über die vom thierischen Körper

1) Franz Ernst Neumann: Allgemeine Gesetze der inducierten Ströme. Abh. d. kgl. Akad. d. Wiss. Berlin 1845. Pogg. Ann. 67, p. 31, 1846.

F. Neumann: Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducierter elektrischer Ströme. Abh. d. kgl. Akad. d. Wiss. Berlin 1847. G. Reimer 1848.

2) J. Liebig: Über die thierische Wärme. Lieb. Ann. 53, p. 63, 1845
Planck, Energie.

abgegebene Wärme angestellten calorimetrischen Versuche Zahlenwerte ergaben, welche beträchtlich zu gross erschienen, da die directe Verbrennungswärme der entsprechenden Wasserstoff- und Kohlenstoffmengen nur 70 bis 90% der wirklich vom Thier abgegebenen betrug. Die richtige Erklärung dieses Umstandes wurde durch Helmholtz gegeben, welcher betonte¹⁾, dass man statt der durch Verbrennung der Nahrungsmittel erhaltenen Wärme nicht ohne weiteres die Verbrennungswärme der in ihnen enthaltenen Elemente setzen dürfe.

In dem angegebenen Aufsatz von Helmholtz finden wir zugleich in aller Kürze einen Überblick über die verschiedenen Folgerungen, welche der allgemeinen Durchführung des „Princips von der Constanz des Kraftäquivalents bei der Erregung einer Naturkraft durch eine andere“ in verschiedenen Gebieten der Physik bei dem damaligen Stande der Forschung entsprechen würden. In Bezug auf die Verwandlung von mechanischer Kraft in Wärme kommt Helmholtz allerdings noch nicht bis zur Besprechung des mechanischen Wärmeäquivalents, obwohl er sich aus näherliegenden, schon oben angeführten Gründen gegen die bisherige materielle Theorie und für eine Bewegungstheorie entscheidet. Dagegen erwähnt er das Gesetz von der Constanz der chemischen Wärmeerzeugung, unabhängig von dem Wege, auf dem die Verbindung hergestellt wird. In Bezug auf die in constanten hydroelektrischen Strömen sich abspielenden Prozesse führt das Ohm'sche Gesetz in Verbindung mit dem Lenz'schen (Joule'schen) Gesetz über die Wärmeerzeugung im Schliessungskreis und dem Faraday'schen elektrolytischen Gesetz zu dem Satz, dass die gesammte im Schliessungskreis erzeugte Wärme äquivalent ist der Grösse des elektrochemischen Umsatzes in der Kette, unabhängig von der sonstigen Anordnung. Für die Wärmeerzeugung durch statische Elektrizität folgt aus den Sätzen von Riess über die Entladungswärme, dass diese gleich ist dem Product aus der entladenen Elektrizitätsmenge in ihre Dichtigkeit (jetzt besser: Spannung).

Weiter ausgebildet und in mehr systematische Form

1) H. Helmholtz: Fortschr. d. Phys. v. J. 1845, p. 346, Berlin 1847. Wiss. Abh. I p. 8.

gebracht erscheinen diese Betrachtungen in der Schrift von Helmholtz, die diesem Aufsatz auf dem Fusse folgte, und in der zum ersten Male die universale Bedeutung des Princip der Erhaltung der Kraft für alle Naturerscheinungen von der Höhe des Standpunktes der damaligen Entwicklung der Physik in exacter Behandlung bei gedrängter Übersicht entwickelt wurde.

Am 23. Juli 1847 hielt Hermann Helmholtz in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin einen Vortrag über das Princip der Erhaltung der Kraft¹⁾. — In diesem, wie in den anderen von ihm gebrauchten Ausdrücken: „Lebendige Kraft“ und „Spannkraft“ schliesst sich Helmholtz, ebenso wie Mayer, an den Leibnitz'schen Begriff der Kraft an, wiewohl er im übrigen die in der Wissenschaft übliche Newton'sche Terminologie beibehält. Für die Art der Einführung des Princip ist der Umstand charakteristisch, dass Helmholtz, vollständig auf dem Standpunkt der mechanischen Naturanschauung fussend, das Princip als eine directe Verallgemeinerung des mechanischen Satzes von der Erhaltung der lebendigen Kraft (S. 6 f.) auffasst. Die Einleitung der Abhandlung bildet eine Reihe deductiver Betrachtungen, aus denen als Ziel der physikalischen Wissenschaften die Aufgabe hervorgeht, die Naturerscheinungen auf Bewegungen einzelner materieller Punkte zurückzuführen, die mit anziehenden oder abstossenden, in bestimmter Weise von ihren Entfernungen abhängenden Kräften aufeinander wirken. Dass aus dieser Annahme mit Hilfe der Newton'schen Axiome das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft (im specielleren und im allgemeineren Sinne) hergeleitet werden kann, wird in der Mechanik gelehrt; Helmholtz zeigt aber auch umgekehrt, dass man statt dieses Ausgangspunktes als vollständig gleichbedeutend auch den benutzen kann, welchen schon Carnot und Clapeyron zur Grundlage ihrer Theorien machten, nämlich die Unmöglichkeit des perpetuum mobile. In der Anwendung auf die mechanischen Naturvorgänge spricht Helmholtz diesen Satz folgendermassen aus: „Denken

1) H. Helmholtz: Über die Erhaltung der Kraft. Berlin, Reimer 1847. Wiss. Abh. I p. 12.

wir uns ein System von Naturkörpern, welche in gewissen räumlichen Verhältnissen zu einander stehen und unter dem Einfluss ihrer gegenseitigen Kräfte in Bewegung gerathen, bis sie in bestimmte andere Lagen gekommen sind, so können wir ihre gewonnenen Geschwindigkeiten als eine gewisse mechanische Arbeit betrachten und in solche verwandeln. Wollen wir nun dieselben Kräfte zum zweiten Mal wirksam werden lassen, um dieselbe Arbeit noch einmal zu gewinnen“ (und so eine periodisch arbeitende Maschine zu erhalten), „so müssen wir die Körper auf irgend eine Weise in die anfänglichen Bedingungen durch Anwendung anderer uns zu Gebote stehender Kräfte zurückversetzen; wir werden dazu also eine gewisse Arbeitsgrösse der letzteren wieder verbrauchen. In diesem Falle nun ist die Arbeitsgrösse, welche gewonnen wird, wenn die Körper des Systems aus der Anfangslage in die zweite, und verloren wird, wenn sie aus der zweiten in die erste übergehen, stets dieselbe, welches auch die Art, der Weg oder die Geschwindigkeit dieses Überganges sein mögen“.

In mathematische Form gebracht stellt sich dieser Satz als das Princip der lebendigen Kraft dar. Dies Princip in Verbindung mit der Annahme, dass alle Kräfte sich auflösen lassen in solche, die nur von Punkt zu Punkt wirken, führt dann mit Hilfe der Newton'schen Axiome zu der Folgerung, dass die Elementarkräfte Centraalkräfte sind, d. h. anziehend oder abstossend wirken mit einer Intensität, die nur von der Entfernung abhängt, und diese Annahme ist es gerade, von der oben, im ersten Falle, ausgegangen wurde.

Die Umformung, welche Helmholtz mit dem Princip der lebendigen Kraft vornahm, um es als Princip der Erhaltung der Kraft erscheinen zu lassen, besteht darin, dass er in der Gleichung, welche die Unveränderlichkeit der Differenz der lebendigen Kräfte: T und der von den wirkenden Kräften geleisteten Arbeit: A ausdrückt ($T - A = \text{const.}$), statt des Begriffes der Arbeit A den der Quantität der Spannkraft U einführt, welche Grösse der Arbeit A gleich und entgegengesetzt ist. Die Spannkraft hängt also wie die Arbeit nur vom augenblicklichen Zustand des Systems ab, und die obige Gleichung spricht sich nun folgendermassen

aus: Die Summe der Quantitäten der lebendigen und der Spannkraft ist mit der Zeit unveränderlich: $T + U = \text{const.}$ Bezeichnen wir diese Summe kurz als die dem System inwohnende Kraft, so haben wir damit den Satz der Erhaltung der Kraft.

So geringfügig diese Umdeutung auch auf den ersten Augenblick erscheinen mag, so unabsehbar weit ist doch die Perspective, die sich durch sie in alle physikalische Gebiete eröffnet, denn nun fällt die Verallgemeinerung auf beliebige Naturerscheinungen leicht in die Augen. Der Hauptgrund dieses Umstandes mag darin liegen, dass nun das Princip der Erhaltung der Kraft in eine Parallele tritt mit dem uns schon lange vertrauten und sozusagen in den Instinct übergegangenen Princip der Erhaltung der Materie. Wie die Quantität der in einem Körpersystem vorhandenen (durch das Gewicht gemessenen) Materie durch keinerlei Mittel verringert oder vermehrt werden kann, obwohl die verschiedensten physikalischen und chemischen Umwandlungen mit ihr vorgenommen werden können, so stellt auch die Quantität der in dem System vorhandenen Kraft eine selbständige, vollständig unveränderliche Grösse vor. Auch die Kraft lässt sich, wie die Materie, in mannigfache Formen bringen, zunächst erscheint sie in zwei Hauptformen: als lebendige Kraft oder als Spannkraft, beide können uns aber noch in der verschiedensten Weise entgegentreten: die lebendige Kraft als sichtbare Bewegung, als Licht, als Wärme, die Spannkraft als Hebung eines Gewichts, als elastische, als elektrische Spannung, als chemische Differenz u. s. w. Aber die Summe aller dieser (gewissermassen in verschiedenen Magazinen aufgespeicherten) Kraftvorräthe bleibt unveränderlich dieselbe, und alle Processe in der Natur bestehen nur darin, die einzelnen ineinander überzuführen.

Die Helmholtz'sche Auffassung unterscheidet sich dadurch wesentlich von der Mayer'schen, dass letzterer eine Reihe von qualitativ verschiedenen Kraftformen annimmt, wie Bewegung, Schwere, Wärme, Elektrizität u. s. w., während hier, entsprechend der mechanischen Anschauung, alle verschiedenen Erscheinungsformen unter die beiden Begriffe der lebendigen Kraft und der Spannkraft subsumiert werden, —

ein weiterer Schritt in der Vereinfachung der Auffassung aller Naturerscheinungen.

Um nun das Princip auf einen beliebigen Process, der in einem System von Körpern vor sich geht, anzuwenden, hat man nur nötig, in irgend einem Zeitpunkt alle verschiedenen Arten von lebendiger Kraft und Spannkraft zusammenzufassen und zu einer Summe zu vereinigen. Diese Summe stellt dann die dem System innewohnende Gesamtkraft vor und ist mit der Zeit unveränderlich, natürlich nur solange jegliche Einwirkung von aussen ausgeschlossen ist. Es versteht sich, dass alle einzelne Glieder dieser Summe, also alle einzelnen Kraftquantitäten, nach demselben Maasse gemessen werden müssen; da wir nun aber in der Physik verschiedene Kraftarten, wie lebendige Kraft der sichtbaren Bewegung, Wärme u. s. w. nach verschiedenem, conventionellem Maass messen, so wird es nötig sein, vor der Summierung jede Kraftart auf das gemeinsame (mechanische) Maass zurückzuführen, d. h. ihr mechanisches Äquivalent festzustellen, und hierin liegt eine gewisse Schwierigkeit, die sich der Anwendung des Principis von vornherein entgegenstellt; eine allgemeine Regel, nach der sich der Äquivalenzwert in jedem Falle von vornherein, unabhängig von dem Princip, berechnen lässt, gibt es nicht. Wir haben in der That schon wiederholt gesehen, dass die Anwendung des Principis durch die Zugrundelegung falscher Äquivalenzwerte zu verkehrten Schlüssen geführt hat; daher ist es nötig, für jede Kraftart im besonderen den Wert des entsprechenden Äquivalents zu prüfen, und dies geschieht am besten durch die Anwendung des Principis auf einen besonders einfachen, leicht zu übersehenden Fall. Es ist interessant, von diesem Gesichtspunkt aus den Gedankengang zu verfolgen, den Helmholtz einschlägt bei der Besprechung der verschiedenen physikalischen Erscheinungen in ihrem Zusammenhang mit dem Princip der Erhaltung der Kraft.

Zunächst wird das Gebiet der Mechanik im engeren Sinne betrachtet, für welches sich, wie schon erwähnt, das allgemeine Princip als der bekannte Satz der lebendigen Kräfte darstellt. Diesem Gesetz gehorchen die Bewegungen, welche unter dem Einfluss der allgemeinen Gravitationskraft

vor sich gehen, die Bewegungen incompressibler fester und flüssiger Körper (soweit nicht durch Reibung oder unelastischen Stoss lebendige Kraft sichtbarer Bewegung verloren geht), endlich die Bewegungen vollkommen elastischer fester und flüssiger Körper; ausserdem werden hieher gerechnet die Erscheinungen des Schalles und des Lichtes, sowie der strahlenden Wärme, insofern bei ihnen nicht durch Absorption Vernichtung von Bewegung eintritt. — In allen ausgenommenen Fällen muss nach dem Gesetz der Erhaltung der Kraft die verlorne lebendige Kraft in irgend einer anderen Kraftform zum Vorschein kommen, sie zeigt sich in der That bei der Absorption von Wärmestrahlen als Wärme, bei der Absorption von Lichtstrahlen, deren Identität mit den wärmenden und chemisch wirkenden Strahlen Helmholtz bereits anerkennt, entweder als Licht (Phosphorescenz) oder als Wärme oder als chemische Wirkung. Auch für den Kraftverlust beim Stoss unelastischer Körper und bei der Reibung verlangt das Princip der Erhaltung der Kraft Ersatz in irgend einer andern Form, und diesen Ersatz findet Helmholtz einmal in einer, von einer Vermehrung der Quantität der inneren Spannkkräfte begleiteten, Veränderung in der molecularen Constitution der sich reibenden oder stossenden Körper, dann in akustischen und elektrischen, besonders aber in thermischen Wirkungen. Er folgert, dass in allen Fällen der Reibung, wo moleculare Änderungen, Elektrizitätsentwicklung u. s. w. vermieden sind, nach dem Princip der Erhaltung der Kraft für jeden Verlust an mechanischer Kraft jedesmal eine bestimmte Quantität Wärme entstehen muss, welche der aufgewendeten Arbeit äquivalent ist; hierbei werden die ersten Versuche von Joule citiert, bei denen allerdings die Messungsmethoden noch zu wenig exact erscheinen, um vollständiges Vertrauen zu verdienen. (R. Mayer's Arbeiten waren damals noch so gut wie unbekannt.) Auch die Carnot-Clapeyron'sche Ansicht, dass die Wärme als solche unvergänglich sei und infolgedessen nur durch ihren Übergang aus höherer in tiefere Temperatur mechanische Arbeit erzeugen könne, wird behandelt und in ausführlicher Besprechung als unhaltbar bezeichnet. Für die Annahme einer absoluten Vermehrung der Quantität der Wärme durch Rei-

bung sprechen schon die Versuche von Davy (S. 18), dann aber zwingt zu dem gleichen Schluss die Wärmeerzeugung durch elektrische Bewegung, namentlich mittelst der Ladung einer Flasche durch den Elektrophor, oder mittelst der Erregung eines Stromes durch einen Magneten. Daraus folgt also, dass die Wärme nicht im Vorhandensein, sondern in Veränderungen oder Bewegungen eines Stoffes besteht, so dass „die Quantität der in einem Körper enthaltenen Wärme aufgefasst werden muss als die Summe der lebendigen Kraft der Wärmebewegung (freie Wärme) und der Quantität derjenigen Spannkraft in den Atomen, welche bei einer Veränderung ihrer Anordnung eine solche Wärmebewegung hervorbringen können (latente Wärme, innere Arbeit).“

Was die chemische Erzeugung von Wärme betrifft, so führt Helmholtz den von Hess (S. 20) ausgesprochenen Satz an, dass bei einer chemischen Verbindung stets gleichviel Wärme erzeugt wird, in welcher Ordnung und in welchen Zwischenstufen auch die Verbindung vor sich gehen möge. Dieser Satz ist zwar ursprünglich aus der Vorstellung von der Unveränderlichkeit des Wärmestoffes hervorgegangen, indes stellt er sich auch als eine Consequenz des Principes der Erhaltung der Kraft heraus.

Es folgt nun eine Betrachtung der Wirkungen der Wärme, von denen hauptsächlich die Erzeugung mechanischer Kraft untersucht wird. Hier werden die Versuche von Joule (S. 31f.) erwähnt, in denen comprimerte Luft einmal in die Atmosphäre, ein anderes Mal in ein luftleeres Gefäss ausströmt. Im ersten Fall tritt, entsprechend der durch die Überwindung des Luftdrucks geleisteten Arbeit, eine Temperaturerniedrigung der Luft ein, während im letzteren Fall im ganzen keine Temperaturänderung wahrzunehmen ist. Schliesslich werden noch die theoretischen Untersuchungen von Clapeyron und von Holtzmann besprochen.

Einen bedeutenden Theil der Abhandlung bilden die Anwendungen des Principes auf Elektrizität und Magnetismus, die zum grössten Theil als vollständig neu erscheinen. Zunächst wird die statische Elektrizität behandelt, deren Wirkungen als mechanische (Bewegung der Elektrizität mit den Leitern) und thermische (Bewegung in den Leitern) unter-

schieden werden; hierbei bedient sich Helmholtz des mechanischen, jetzt sogenannten elektrostatischen Maasssystems. Der Wert der Quantität der elektrischen Spannkraft wird geliefert durch die Summe der Potentiale der verschiedenen in dem betrachteten System vorhandenen elektrisch geladenen Körper aufeinander und auf sich selbst. (Helmholtz benutzt hier eine von der jetzt üblichen etwas abweichende Definition des Potentials, indem er es erstens mit entgegengesetztem Vorzeichen nimmt und ausserdem das Potential einer Ladung auf sich selbst doppelt so gross rechnet als jetzt geschieht.) Wird also durch die Wirkung der Elektrizität lebendige Kraft (sichtbare Bewegung oder Wärme) erzeugt, so wird ihre Grösse gemessen durch die Abnahme der elektrischen Spannkraft. Wenn durch Entladung von Elektrizität nur Wärme erzeugt wird, so ist dieselbe demnach gleich der Zunahme (jetzt: Abnahme) des gesammten elektrischen Potentials, woraus für Batterien, deren äussere Belegung abgeleitet ist, das Gesetz folgt, dass die Entladungswärme proportional ist dem Quadrate der entladenen Elektrizitätsmenge und der reciproken Ableitungsgrösse (Capacität) der Batterie, unabhängig von der Form des Schliessungsdrahtes, wie es durch die Versuche von Riess im wesentlichen bestätigt wird. Ausserdem findet sich (wegen der Benutzung des mechanischen Maasssystems) in dem Ausdruck für die Entladungswärme als Factor im Nenner noch das mechanische Wärmeäquivalent.

Übergehend zum Galvanismus bespricht Helmholtz zunächst die beiden sich gegenüberstehenden Hypothesen in Betreff der Ursache des galvanischen Stromes: die Contacttheorie und die chemische Theorie; die erste sucht den Sitz der Erregung des Stromes an der Berührungsfläche der Metalle, die zweite in den chemischen Processen der Kette. Helmholtz findet das Äquivalent der durch den galvanischen Strom geleisteten Arbeit in der durch ihn hervorgerufenen chemischen Zersetzung der Leiter zweiter Klasse, woraus folgt, dass die Contacttheorie dann in einen Widerspruch mit dem Princip der Erhaltung der Kraft treten würde, wenn es einen einzigen Leiter zweiter Klasse (d. h. der nicht dem Spannungsgesetz folgt) gäbe, der durch den Strom nicht zersetzt würde. Die aus dieser Annahme hergeleiteten Angriffe gegen

die Contacttheorie haben wir schon oben (S. 19f.) erwähnt. Betrachtet man aber von vorneherein jeden Leiter zweiter Klasse als Elektrolyten, so involviert die Annahme der Contactkraft nicht nur keinen Widerspruch, sondern ergibt auch eine einfache und bequeme Anschauung von dem Wesen der elektrischen Spannung, indem man sich vorstellt, dass die verschiedenen Metalle mit verschiedenen Anziehungskräften auf die Elektrizität wirken. Im Gleichgewichtszustand muss dann die elektrische Spannung gleich der Differenz der lebendigen Kräfte sein, welche eine Elektrizitätseinheit vermöge dieser Anziehungskräfte beim Übergang in das Innere eines jeden Metalls gewinnen würde, also unabhängig von der Grösse und der Form der Berührungsfläche. Dann ergibt sich auch für eine Reihe hintereinander verbundener Metalle unmittelbar die Gültigkeit des Spannungsgesetzes, indem dann die elektrische Spannung zwischen dem ersten und letzten Metall unabhängig wird von den dazwischen liegenden Metallen.

Von den galvanischen Ketten betrachtet Helmholtz zunächst solche, welche lediglich chemische Zersetzung, aber keine Polarisation hervorbringen. Hier ergibt sich aus der Gleichheit der elektrischen und der chemischen Wärme unter Zugrundelegung des Ohm'schen Gesetzes in Bezug auf die Stromstärke und des Lenz'schen Gesetzes in Bezug auf die Wärmeentwicklung in der Schliessung, dass die elektromotorische Kraft eines Elements (Daniell, Grove) gleich ist der Differenz der Wärmetönungen, die bei der Oxydation der Äquivalente der beiden Metalle und Lösung des Oxyds in der Säure eintreten. Daraus folgt auch, dass alle Ketten, in denen sich gleiche chemische Prozesse abspielen, auch gleiche elektromotorische Kräfte haben, wofür Versuche von Poggendorff angeführt werden. Auch Ketten mit Polarisation werden der Betrachtung unterzogen, zunächst solche, in denen nur Polarisation, aber keine merkliche chemische Zersetzung stattfindet. Hier erhält man inconstante, meist bald verschwindende Ströme, die wesentlich nur zur Herstellung des elektrischen Gleichgewichts zwischen Flüssigkeit und Metallen dienen. Wird die Polarisation ursprünglich gleicher Platten (in zusammengesetzten Ketten) durch fremde elektromotorische

Kräfte hervorgerufen, so kann man die dabei verlorne Kraft des ursprünglichen Stromes als secundären (Depolarisations-) Strom wiedergewinnen durch Ausschaltung der erregenden Elemente. Finden die Erscheinungen der Polarisation und der chemischen Zersetzung gleichzeitig statt, so kann man den entstehenden Strom in zwei Theile theilen, den Polarisations- und den Zersetzungsstrom, und diese beiden Theile in der vorigen Weise einzeln betrachten. Immer ist wieder die in der ganzen Schliessung erzeugte Wärme, möge die Entwicklung derselben überall proportional dem Quadrate der Stromintensität oder, wie es Helmholtz auch annimmt, an gewissen Stellen nach einem anderen Gesetz erfolgen, identisch mit derjenigen Wärme, welche die in den Elementen stattfindenden chemischen Processe hervorrufen würden, wenn sie auf gewöhnlichem Wege, ohne Elektrizitätsentwicklung, vor sich gingen.

Während also als Quelle der hydroelektrischen Ströme die chemischen Processe zu betrachten sind, findet Helmholtz als Äquivalent der durch thermoelektrische Ströme erzeugten Kraft die von Peltier entdeckten Wirkungen solcher Ströme an den Löthstellen zweier Metalle, und zwar verlangt hier das Princip der Erhaltung der Kraft, dass die im Innern der Leiter entwickelte Wärme gleich ist der an den Löthstellen im ganzen absorbierten Wärme. Als Folgerung dieser Annahme ergibt sich unter anderem der Satz, dass die Peltier'sche Wirkung an einer Löthstelle proportional der Stromstärke ist, und dass die elektromotorische Kraft der Thermokette in demselben Verhältnis wächst wie die an beiden Löthstellen zusammen von der Stromeinheit absorbierte Wärme.

Sodann behandelt Helmholtz die Kraftwirkungen des Magnetismus, und zwar in genau derselben Weise wie die der statischen Elektrizität. Die magnetische Spannkraft wird gemessen durch das analog definierte magnetische Potenzial (der Magnete aufeinander und auf sich selbst), und die Zunahme dieser Grösse ergibt das Wachsthum an lebendiger Kraft. Hierbei wird unterschieden zwischen permanentem und durch Induction veränderlichem Magnetismus. Im ersteren Fall, bei permanenten Stahlmagneten, ist das Potenzial des Magneten auf sich selbst constant, kann also ganz fortgelassen

werden, beim inducierten Magnetismus dagegen ist dies Potenzial veränderlich. Helmholtz beschränkt sich hierbei auf die Betrachtung solcher Körper (aus weichem Eisen), in denen der Magnetismus bis zur vollkommenen Bindung induciert ist, d. h. so, dass die magnetische Oberflächenbelegung, die ja stets an die Stelle der inneren Vertheilung gesetzt werden kann, sich genau nach demselben Gesetz bildet, wie die elektrische Oberflächenvertheilung in einem elektrisch inducierten, von vorneherein nicht geladenen, Leiter. Diese Annahme ist bekanntlich in der Poisson'schen Theorie der magnetischen Induction als specieller Fall enthalten.

Übergehend zu den Erscheinungen des Elektromagnetismus wird unter Zugrundelegung der von Ampère und F. Neumann entwickelten Gesetze der elektrodynamischen Wirkungen das Princip der Erhaltung der Kraft auf geschlossene Ströme angewendet. Wenn sich zunächst ein permanenter Magnet unter dem Einfluss eines etwa hydroelektrischen ruhenden Stromes J bewegt, so sind als Kraftäquivalente in Rechnung zu bringen: 1) die lebendige Kraft der Bewegung des Magneten, 2) die vom Strom in seiner Leitung entwickelte Wärme, endlich 3) die in den Elementen erzeugte chemische Arbeit. Die algebraische Summe dieser Äquivalente muss einen mit der Zeit nicht veränderlichen Wert besitzen, ihre zeitliche Änderung ist also $= 0$. Nun ergibt sich die im Zeitelement dt gewonnene lebendige Kraft des Magneten mit Hilfe des Potenzials des Stromes auf den Magneten: $J \cdot V$ (der Strom J nach Ampère durch eine magnetische Doppelschicht ersetzt gedacht) zu $J \cdot \frac{dV}{dt} \cdot dt$, ferner die in derselben Zeit im Stromkreis entwickelte Wärme zu $J^2 \cdot W \cdot dt$ (W Widerstand), endlich die erzeugte chemische Arbeit zu $-A \cdot J \cdot dt$ (A die elektromotorische Kraft der Elemente), also bekommen wir die Bedingung:

$$J \frac{dV}{dt} dt + J^2 W dt - A J dt = 0$$

oder:

$$J = \frac{A - \frac{dV}{dt}}{W}.$$

Durch Vergleichung mit der Ohm'schen Formel folgt hieraus das Gesetz der magnetelektrischen Induction in der Weise,

dass jede Lagenänderung des Magneten in einem geschlossenen Leiter eine elektromotorische Kraft: $-\frac{dV}{dt}$ induciert, die gemessen wird durch die Geschwindigkeit der Änderung des Potentials des Magneten auf den Leiter, letzterer von der Stromeinheit durchflossen gedacht. Dies Gesetz stimmt wesentlich mit dem von F. Neumann für die elektrische Induction auf ganz anderem Wege abgeleiteten Princip überein und unterscheidet sich von diesem der Form nach nur dadurch, dass Neumann die Potentialänderung noch mit einer unbestimmt gelassenen Constante ϵ multiplicieren muss, um den Wert der inducierten elektromotorischen Kraft zu erhalten, während in der Helmholtz'schen Ableitung diese Constante einen bestimmten Wert erhält, der nur von den gewählten Maasseinheiten abhängt (in dem jetzt gebräuchlichen magnetischen Maasssystem ist sie $= 1$, in dem damals von Helmholtz gebrauchten $=$ dem reciproken Wert des mechanischen Wärmeäquivalents, da er dort den Widerstand durch die Wärme misst, die in ihm von der Stromeinheit in der Zeiteinheit hervorgebracht wird).

Die beschriebene Art der Anwendung des Princip der Erhaltung der Kraft führt uns zu einer principiell wichtigen Überlegung. Man könnte nämlich die Frage aufwerfen, ob es denn von vorneherein gerechtfertigt ist, die verschiedenen Kraftäquivalente gerade in der Weise in Anschlag zu bringen, wie es oben geschehen ist: Lebendige Kraft des Magneten, Wärmeentwicklung im Stromkreis, chemische Arbeit. Es läge nämlich nach der Analogie mit früheren Sätzen doch die Vermutung nahe, etwa das Potential $J \cdot V$ des Stromes auf den Magneten auch als eine bestimmte Kraftart zu betrachten und als Glied in die Summe der verschiedenen Kraftäquivalente mit aufzunehmen, wodurch dann die Gleichung der Erhaltung der Kraft noch ein Zusatzglied: $\frac{d(J \cdot V)}{dt} \cdot dt$ erhalten würde. So gut man bei der Bewegung zweier Magnete die magnetische Spannkraft als bestimmtes Kraftäquivalent rechnet und dieselbe durch den Wert des magnetischen Potentials misst, so stellt sich bei den elektromagnetischen Kräften, die ja mit den magnetischen in so innigem Zusammenhang stehen, der Gedanke ein, auch eine elektromagnetische

Spannkraft neben den übrigen Kraftarten als besonderes Äquivalent mit anzuführen. Dann würde die Erhaltung der Kraft allerdings zu einer Folgerung führen, die von dem oben abgeleiteten Inductionsgesetz und von der Erfahrung abweicht.

Die richtige Antwort auf die Frage kann nur so lauten, dass es in der That kein Mittel gibt, von vornherein, ohne Zuhilfenahme der Erfahrung, zu entscheiden, ob das elektromagnetische Potenzial als besondere Kraftart zu betrachten ist oder nicht. (Siehe S. 38.) Nur die Thatsache, dass die Annahme der ausgesprochenen Vermutung unter Anwendung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft zu einem Widerspruch mit der Erfahrung führt, berechtigt uns zu dem Schluss, dass es in der That keine elektromagnetische Spannkraft gibt, so wie es eine magnetische gibt, wenigstens unter Festhaltung der im Bisherigen gebrauchten Vorstellungen vom Magnetismus.

Daher ist auch die häufig ausgesprochene Behauptung nicht ganz richtig, dass die magnetelektrische Induction eine unmittelbare Consequenz des Principes der Erhaltung der Kraft sei. Man könnte ja z. B. von vorneherein ebenso gut annehmen, dass ein Strom, der in Wechselwirkung mit einem Magneten tritt, sich diesem gegenüber ebenfalls ganz wie ein permanenter Magnet verhält. Dann würde bei einer eintretenden Bewegung die Stromstärke constant bleiben, die chemische Arbeit würde sich vollständig in Stromwärme umsetzen, und das Princip der Erhaltung der Kraft würde genau ebenso befriedigt werden, wie bei der Bewegung einer constanten magnetischen Doppelschicht, die sich in Wechselwirkung mit einem Magneten befindet. Eine geschlossene metallische Leitung würde sich dann gegen einen Magneten ebenso indifferent verhalten, wie gegen einen beliebigen unmagnetischen Körper, dagegen würde ein ruhender constanter Magnet auf einen ruhenden veränderlichen Strom gewisse Inductionswirkungen ausüben.

Die Inductionerscheinungen können also nicht aus dem Princip der Erhaltung der Kraft allein, sondern nur zugleich aus der Erfahrung erschlossen werden, sie sind nicht eine Folge des Principes an und für sich, sondern eine Folge der

weiteren Annahme, dass es keine anderen Kraftarten gibt, als die oben in Rechnung gezogenen. Aus dieser Annahme ergeben sie sich dann allerdings als numerisch vollständig bestimmt.

Von welcher praktischen Bedeutung diese Erwägungen sind, zeigt sich bei der Anwendung des Principes auf die Wechselwirkungen zweier Ströme. Hier ist die von Helmholtz gegebene Gleichung unvollständig; sie enthält nämlich als Kraftäquivalente nur die lebendige Kraft der Bewegung der Stromleiter, die in den Leitungen erzeugte Wärme und die verbrauchte chemische Arbeit, während es sich später herausgestellt hat, dass es auch ein elektrodynamisches Kraftäquivalent gibt, die jetzt so genannte elektrokinetische Energie, die gemessen wird durch das (negative) Potenzial der beiden Ströme aufeinander. Diese Grösse muss zur Bildung der vollständigen Gleichung der Erhaltung der Kraft mit als Glied in die Summe der einzelnen Kraftarten eingeführt werden; dann erst wird diese Gleichung allgemein richtig. — Ebenso wie das Potenzial der Ströme aufeinander, so liefert auch das Potenzial eines Stromes auf sich selbst eine besondere Kraftart, welche genau genommen auch oben bei den elektromagnetischen Wirkungen hätte berücksichtigt werden müssen (Selbstinduction). Eine systematische Besprechung dieser Fragen werden wir im dritten Abschnitt dieser Schrift vornehmen; hier soll nur aufs neue darauf hingewiesen werden, wie sehr es bei der Anwendung des Principes der Erhaltung der Kraft auf die Einführung des richtigen Kraftäquivalents für jede einzelne Erscheinung ankommt.

Ein Hinweis auf die Processe in der organischen Natur, soweit sie sich mit unserem Princip in Zusammenhang bringen lassen, insbesondere auf die Anhäufung chemischer Spannkraft bei den Pflanzen unter dem Einfluss der chemisch wirkenden Sonnenstrahlen, und auf die Wärmeproduction des thierischen Körpers, die von uns bereits besprochen ist, sowie die Zurückweisung einiger Einwände gegen das Princip bildet den Schluss der Abhandlung von Helmholtz. Nach grossartigem Plane angelegt und in kleinstem Raume eine Fülle von Thatfachen und Ideen umfassend, die zum Theil erst im Laufe der Jahre von andern Forschern aufgegriffen

und einzeln weiter ausgebildet wurden, wird diese Schrift für immer eines der merkwürdigsten und lehrreichsten Denkmäler in der Geschichte der Entwicklung des Princip der Erhaltung der Kraft bilden.

Der Eindruck, den die Arbeit bei ihrem Erscheinen bei den Fachgenossen hervorrief, war kein bedeutender. Das neue Princip war damals geradezu unpopulär, es verlangte eine so radicale Umwälzung aller physikalischen Anschauungen, dass es begreiflicherweise allgemein mit Befremden und meistens ablehnend beurtheilt wurde. So kam es, dass dieser später so berühmt gewordene Aufsatz zuerst gar nicht einmal in weitere Kreise gelangte (W. Thomson bekam ihn z. B. nach seiner eigenen Angabe erst im Jahre 1852 zu Gesichte); es mussten noch einige andere Anstösse hinzukommen, ehe sich der Umschwung in der allgemeinen Meinung vollzog.

Bevor wir dazu übergehen, wollen wir hier gleich der kritischen Bemerkungen von Clausius über die Abhandlung von Helmholtz Erwähnung thun, von denen der erste Theil¹⁾ im Jahre 1853 erschien (wo also der Sieg des Princip bereits entschieden war). In diesen Bemerkungen werden einerseits einige Anwendungen, die Helmholtz von dem Princip der Erhaltung der Kraft gemacht hatte, kritisch besprochen, so insbesondere die Art der Definition des Potentials eines Leiters auf sich selbst (S. 41), dann die Übereinstimmung der Riess'schen Versuche über die Wärmewirkungen einer elektrischen Entladung mit der Theorie, nebst der aus ihr abgeleiteten Unabhängigkeit der erzeugten Wärme von der Natur des Schliessungsdrahtes, ferner die Holtzmann'sche Auffassung der Äquivalenz von Wärme und Arbeit; andererseits wird Einspruch erhoben gegen den von Helmholtz aufgestellten Satz (S. 36), dass die Auflösbarkeit der Naturkräfte in Centralkräfte (von Punkt zu Punkt wirkend in der Richtung der Verbindungslinie mit einer Intensität, die abhängt nur von der Entfernung) eine notwendige Folge des Satzes der lebendigen Kraft sei. — Auf diese Bemerkungen erwidert

1) R. Clausius: Über einige Stellen in der Schrift von Helmholtz über die Erhaltung der Kraft. Pogg. Ann. 89, p. 568, 1853.

Helmholtz¹⁾ eingehend und führt insbesondere in Betreff des letzterwähnten Satzes aus (immer gestützt auf die mechanische Naturanschauung), dass seine Ableitung nur von der einen Voraussetzung abhängt, dass reelle Wirkungen ihren vollständigen Grund in Verhältnissen reeller Dinge zu einander haben. Die relative Lage eines Punktes zu einem andern ist lediglich durch die Entfernung bestimmt, und daraus folgt, dass die lebendige Kraft, wenn sie nur von der Lage der Punkte abhängt (was allerdings heute nicht als notwendige Folge des Satzes der lebendigen Kraft erscheint, vgl. das elektrische Grundgesetz von W. Weber) auch nur von der Entfernung abhängen kann; dies führt dann zur Annahme von Centralkräften (Näheres siehe im dritten Abschnitt). Anders ist es, wenn statt eines Punktes ein körperlich ausgedehntes unendlich kleines Element substituiert wird; hier gibt es nämlich im allgemeinen verschiedenwertige Richtungen, und es ist wohl denkbar, dass die lebendige Kraft eines Punktes, der sich unter dem Einfluss eines wirkenden Elements bewegt, je nach der Richtung seiner Entfernung vom Element verschiedene Werte hat. Helmholtz weist nun aber nach, dass, wenn die lebendige Kraft des Punktes eine ganz beliebig gegebene Function seiner Coordinaten ist, sich stets (auf unendlich mannigfaltige Weise) eine Anordnung von Punkten innerhalb oder an der Oberfläche des Elements auffinden lässt, die ihrerseits einfach nach Centralkräften wirken und die Wirkung des Elements vollständig ersetzen; auf diese Weise ist auch dieser allgemeine Fall zurückgeführt auf die Existenz von Centralkräften. Bekanntlich machen wir von diesem Satz Gebrauch, indem wir uns z. B. die Fernwirkungen eines Elementarmagneten vorstellen als hervorgehend aus dem Zusammenwirken zweier mit einfachen Centralkräften wirkender Pole. Zum Schluss gibt Helmholtz noch eine Vervollständigung der früher von ihm gemachten Anwendungen des Principes auf Magnetismus und Elektrodynamik auf Grund der Theorie der magnetischen Induction von Poisson und der eigenen Untersuchungen über Stromschwankungen indu-

1) H. Helmholtz: Erwiderung auf die Bemerkungen von H. Clausius. Pogg. Ann. 91, p. 241, 1854. Wiss. Abh. I p. 76.

Planck, Energie.

cierter Ströme¹⁾. Hierbei wird gefunden, dass ein galvanischer Strom durch sein Bestehen an und für sich ein Kraftäquivalent repräsentiert, welches proportional ist dem Quadrat seiner Intensität (Elektrodynamisches Potenzial auf sich selbst). Wird der Strom unterbrochen, so verwandelt sich dieser Kraftvorrath entweder unmittelbar in Wärme (Unterbrechungsfunke) oder erst auf indirectem Wege, durch den entstehenden Extrastrom. Auch das F. Neumann'sche allgemeine Gesetz der Induction durch Magnete oder Ströme wird als übereinstimmend mit dem Princip der Erhaltung der Kraft erwiesen. Durch eine zweite Erwiderung von Clausius²⁾ fand diese Discussion ihren Abschluss.

Wenden wir uns nun wieder zurück zum Jahr 1847, so finden wir hier zunächst wieder eine neue Arbeit³⁾ von Joule, der eine Reihe von Versuchen zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents veröffentlichte, die sich auf die Wärmeerzeugung durch Reibung in Flüssigkeiten bezogen. Ein Schaufelrad aus Messing oder Eisen, das in eine Flüssigkeit (Wasser, Wallrathöl, Quecksilber) getaucht war, wurde durch herabfallende Gewichte in Rotation versetzt, und die durch die Reibung in der Flüssigkeit erzeugte Wärme mit der aufgewendeten Arbeit verglichen. Das Verhältniß ergab das mechanische Wärmeäquivalent im Mittel zu 430 Kilogrammometer.

Nun verstärkte sich doch allmählich die Schaar derer, welche, dem Vorgange Joule's folgend, auf dem sich eröffnenden weiten Gebiete an dem Ausbau der neuen Theorie mitarbeiten halfen. Der schon oben erwähnte Séguin aîné, in seinen Anschauungen vom Wesen der Wärme bestärkt, berechnete nun auch das mechanische Wärmeäquivalent, und zwar durch die Abkühlung, welche Wasserdampf erfährt (von

1) H. Helmholtz: Über die Dauer und den Verlauf der durch Stromesschwankungen inducierten elektrischen Ströme. Pogg. Ann. 83, p. 505, 1851. Wiss. Abh. I p. 429.

2) R. Clausius: Über einige Stellen d. Schrift v. Helmh. üb. d. Erh. d. Kr. Zweite Notiz, Pogg. Ann. 91, p. 601, 1854.

3) Joule: On the mechanical equivalent of heat as determined by the heat evolved by the friction of fluids. Phil. Mag. (3) 31, p. 173, 1857. Pogg. Ann. 73, p. 479, 1848.

180° bis 80° Cels.), wenn er bei der Ausdehnung Arbeit leistet.¹⁾ Das mittlere Resultat war 449 Kgrm. Ferner sind hier auch die Arbeiten von W. Grove²⁾ zu nennen, der sich längere Zeit hindurch mit der Untersuchung der Gesetze der Umwandlung der verschiedenen Naturkräfte ineinander beschäftigte, wie sie sich aus der mechanischen Anschauung ergeben, und seine über dieses Thema an der Royal Institution in London gehaltenen Vorlesungen in ein, mehr populär gehaltenes, Buch³⁾ über die Verwandtschaft der Naturkräfte vereinigte, welches 1856 von Moigno ins Französische und später wiederholt⁴⁾ auch ins Deutsche übersetzt wurde.

Es ist beachtenswert, dass mit der Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalents und der Entwicklung des allgemeinen Princips der Erhaltung der Energie die Ausbildung der Ansicht, dass alle Naturerscheinungen auf Bewegung beruhen, so unmittelbar Hand in Hand ging und sogar oft geradezu identifiziert wurde. Denn streng genommen lehrt das Princip doch nichts als die Verwandelbarkeit der einzelnen Naturkräfte ineinander nach festen Verhältnissen, gibt aber durchaus keinen Aufschluss über die Art, wie diese Umwandlung zustande kommt. Aus der Giltigkeit des Princips lässt sich also keineswegs die Notwendigkeit der mechanischen Naturanschauung deducieren, während umgekehrt sich das Princip allerdings als eine notwendige Folge dieser Anschauung herausstellt, wenigstens wenn man dabei von Centralkräften (S. 35) ausgeht. Dieser letztere Umstand in Verbindung mit dem Bedürfnis, sich eine einheitliche Vorstellung von der Wirkungsweise der Naturkräfte zu bilden, erklärt hinreichend die Thatsache der so schnell und widerspruchslos erfolgten Annahme der mechanischen Theorie, die sich bisher in der That überall glänzend bestätigt hat; wenig-

1) Séguin aîné: Note à l'appui de l'opinion émise par M. Joule, sur l'identité du mouvement et du calorique. *Compt. Rend.* 25, p. 420, 1847.

2) W. Grove: Résumé de quelques leçons sur les rapports des divers agents ou forces physiques. *L'Institut* Nr. 750—753, 1848.

3) W. Grove: *The correlation of physical forces*. 3. Aufl. 1855.

4) W. Grove: *Die Verwandtschaft der Naturkräfte deutsch* von E. v. Russdorf, Berlin 1863, von Schaper, Braunschweig 1871.

stens glaube ich zur Zeit nicht die Befürchtungen theilen zu sollen, welche an die allgemeine Durchführbarkeit dieser Theorie, als einer allzu engherzigen Auffassung der Naturerscheinungen, geknüpft werden.¹⁾

Während die Arbeiten Joule's sich so allmählich, besonders in Deutschland, zur verdienten Anerkennung durchdrangen und sogar die Prioritätsstreitigkeiten (zwischen Mayer²⁾, Joule, Séguin³⁾, Colding⁴⁾) bereits ihren Anfang nahmen, verhielten sich die bedeutenderen Physiker Englands der neuen Theorie gegenüber noch eine Zeit lang zurückhaltend. W. Thomson macht allerdings in einer Mittheilung⁵⁾ an die British Association vom Jahre 1848: über die Theorie der elektromagnetischen Induction auf den engen Zusammenhang aufmerksam, welcher besteht zwischen der auf die Bewegung des inducierenden Magneten verwandten Arbeit (work) und der Intensität des durch diese Bewegung hervorgerufenen Stromes, aber er bleibt bei der Annahme stehen, dass durch den inducierten Strom mechanischer Effect von bestimmtem Betrage verloren wird, ohne weiter nach einem Ersatz dieses Verlustes zu fragen. Nichtsdestoweniger erkannte er die Wichtigkeit und Fruchtbarkeit des Satzes, dass es unmöglich ist, Arbeit aus Nichts zu gewinnen, so klar, dass er daran ging, die Carnot'sche Theorie, die ja auf demselben Gedanken beruht, von neuem aufzunehmen und unter Benutzung der neuesten Beobachtungsdaten (namentlich von Regnault) zur Anwendung auf die bewegende Kraft von Wärmemaschinen tauglich zu

1) E. Mach: Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Prag 1872. Calve.

2) R. Mayer: Sur la transformation de la force vive en chaleur et réciproquement. Compt. Rend. 27, p. 385, 1848 etc.

3) Séguin aîné: Note à l'appui de l'opinion émise par M. Joule, sur l'identité du mouvement et du calorique. Compt. Rend. 25, p. 420, 1847.

4) A. Colding: Det kongel. danske vidensk. selsk. naturv. og math. afh. (5) II, 1843 p. 121, 167.

On the history of the principle of the conservation of energy, Phil. Mag. (4) 27, p. 56, 1864.

5) W. Thomson: Report of the 18. Meeting of the British Association for the adv. of sc. Notices and abstr. of communic. p. 9, 1848. On the theory of electromagnetic induction.

machen.¹⁾ Der Schwierigkeiten, die ihm dabei aufstiessen, haben wir schon oben (S. 17) gedacht; jedenfalls hielt er deren Überwindung auf dem eingeschlagenen Wege nicht für unmöglich. Da übrigens die alte Carnot'sche Theorie doch zum Theil auf einer richtigen Grundlage beruht, so zeigten sich manche Folgerungen derselben mit der Erfahrung in Übereinstimmung, so z. B. der von J. Thomson gezogene²⁾ und nachher von W. Thomson experimentell bestätigte³⁾ Schluss, dass äusserer Druck den Gefrierpunkt des Wassers erniedrigt.

Unterdessen hatte Joule seine Arbeiten mit eiserner Ausdauer und immer exacteren Methoden fortgesetzt. War es ihm früher in erster Linie darum zu thun gewesen, die Existenz des mechanischen Wärmeäquivalents, also die Constanz der Verhältniszahl zwischen Wärme und Arbeit, in den verschiedensten Umwandlungsprocessen nachzuweisen, so ging er jetzt darauf aus, gestützt auf seine vielseitigen Erfahrungen, den möglichst genauen Wert dieses Äquivalents zu ermitteln. Unter allen früher von ihm benutzten Methoden wählte er als die zuverlässigste aus die Erzeugung von Wärme durch Bewegung eines Schaufelrades in Wasser oder Quecksilber, sowie durch Reibung gusseiserner Scheiben aneinander, und bestimmte so, unter möglichster Berücksichtigung aller erdenkbarer Fehlerquellen, aus zahlreichen Versuchen das mechanische Äquivalent der Wärmeeinheit, letzteres bezogen auf englische Pfund und F. Grade, zu 772 Fusspfund, oder — die Wärmeeinheit bezogen auf Kgr. und C. Grade — zu 423,55 Kilogrammometer⁴⁾, eine Zahl, die von da an für eine Zeit lang als der zuverlässigste Wert dieser wichtigen Con-

1) W. Thomson: An account of Carnot's theory of the motive power of heat. Transact. of the Roy. Soc. of Edinburgh, vol. XVI p. 541, 1849.

2) J. Thomson: Theoretical considerations on the effect of pressure in lowering the freezing-point of water. Trans. Roy. Soc. Edinburgh XVI, p. 575, 1849.

3) W. Thomson: The effect of pressure in lowering the freezing-point of water experimentally demonstrated. Phil. Mag. (3) 37, p. 123. 1850. Pogg. Ann. 81, p. 163, 1850.

4) J. P. Joule: On the mechanical equivalent of heat. Phil. Trans. London 1850, p. 61.

stanten angesehen wurde. Wahrscheinlich ist sie etwas zu klein. (Vgl. 3. Abschnitt.)

Wenn so der Satz von der Äquivalenz der Arbeit und Wärme gleichmässig mit dem Fortschreiten der Arbeiten Joule's immer mehr an Ansehen gewann, so war doch bisher noch von keiner Seite der Versuch gemacht worden, diesen Satz zur Grundlage einer ausführlichen Theorie, wie die Carnot'sche war, zu machen. Rudolph Clausius war es vorbehalten, die Wissenschaft mit einer solchen Theorie zu bereichern.

Nachdem er noch in einer kurz vorher erschienenen Arbeit¹⁾ der Annahme gefolgt war, dass die Wärme ein unzerstörbarer Stoff sei, veröffentlichte Clausius im Jahr 1850 in den Annalen der Physik von Poggendorff eine Abhandlung²⁾ über die bewegende Kraft der Wärme, in welcher er, in Übereinstimmung mit den Ideen, welche sich vereinzelt in den Schriften von Helmholtz und Joule finden, den Grundgedanken der Äquivalenz von Wärme und Arbeit zur weiteren Ausbildung brachte. Diesen Grundgedanken spricht er in folgendem Satz aus: „In allen Fällen, wo durch Wärme Arbeit entsteht, wird eine der erzeugten Arbeit proportionale Wärmemenge verbraucht, und umgekehrt wird durch Verbrauch einer ebensogrossen Arbeit dieselbe Wärmemenge erzeugt.“ Hiedurch ist der Gegensatz zur Carnot'schen Theorie präzisiert und eine Reihe Carnot'scher Begriffe umgestossen. Wenn ein Körper einen Kreisprocess durchmacht und schliesslich wieder in seinen alten (durch Temperatur und Dichtigkeit bestimmten) Anfangszustand zurückgekehrt ist, so müsste nach Carnot die Gesamtsumme der im Laufe des Processes von aussen aufgenommenen Wärmemengen gleich der der abgegebenen sein, einerlei, welche äussere Arbeit der Körper

1) Clausius: Über die Veränderungen, welche in den bisher gebräuchlichen Formeln für das Gleichgewicht und die Bewegung elastischer fester Körper durch neuere Beobachtungen notwendig geworden sind. Pogg. Ann. 76, p. 46, 1849.

2) Clausius: Über die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen. Pogg. Ann. 79, p. 368, 500, 1850. Vgl. auch: R. Clausius. Abhandl. üb. d. mechanische Wärmetheorie. 1. Aufl. Braunsch. 1864, 2. umg. Aufl. Braunsch. 1876.

dabei im ganzen geleistet hat. Daraus folgte dann, dass ein Körper, um von einem bestimmten (nach Willkür fixierten) Nullzustand in einen bestimmten anderen zu gelangen, im ganzen eine bestimmte Wärmemenge von aussen aufnehmen muss, ganz unabhängig von dem Wege, auf dem die Überführung stattfindet. Diese Wärmemenge nannte Carnot die Gesamtwärme des Körpers in dem betr. Zustand. Clausius zeigte nun, dass in der neuen Theorie dieser Begriff der Gesamtwärme nicht mehr zulässig sei; denn die Wärmemenge, die ein Körper von aussen (durch Leitung oder Strahlung) aufnehmen muss, um von einem Zustand in einen andern zu gelangen, hängt wesentlich mit ab von der äusseren Arbeit, die er bei der Überführung leistet, also von dem Wege der Überführung. Leider hat die Clausius'sche Bezeichnung „Gesamtwärme“ zu einem Missverständnis Anlass gegeben, indem andere Physiker diesen Namen einer anderen Grösse beileigten, die ihrerseits wirklich nur von dem augenblicklichen Zustand abhängt. Wie schon oben (S. 40) erwähnt, bezeichnete nämlich Helmholtz mit dem Namen: „Quantität der in einem Körper enthaltenen Wärme“ die Summe der in ihm enthaltenen lebendigen Kräfte und Spannkkräfte, und diese Grösse ist natürlich nur von dem augenblicklichen Zustand abhängig, einerlei welche speciellere Vorstellung man sich von der gegenseitigen Wirkungsweise der kleinsten Theilchen des Körpers bildet, weil sie ja den im Körper enthaltenen Kraftvorrath repräsentiert. Für diese letztere Grösse hat Clausius später¹⁾ den von W. Thomson gebrauchten und jetzt allgemein durchgeführten Ausdruck „innere Energie des Körpers“ angenommen, während sich in der gegenwärtig zu besprechenden Abhandlung noch keine besondere Bezeichnung für sie findet. Vielmehr zerlegt Clausius den ganzen Kraftvorrath ebenso wie Helmholtz in zwei Theile: Die freie Wärme (Summe der lebendigen Kräfte) und die innere Arbeit (Summe der Spannkkräfte). Jede dieser Grössen für sich ist eine bestimmte Function des Zustandes. Der alte Begriff der latenten Wärme wird hiedurch natürlich

1) R. Clausius: Abh. üb. d. mech. W. 1. Aufl. I. p. 281, 1864.
2. Aufl. I. p. 33, 1876.

aufgehoben: wenn Wärme keine Temperaturerhöhung hervorbringt, wird sie nicht latent, sondern verschwindet überhaupt, da sie in Arbeit (Werk) verwandelt wird.

Zur Aufstellung der Grundgleichungen der Theorie benutzt Clausius die Clapeyron'sche Methode der Kreisprocesse und wendet dieselbe auf permanente Gase und gesättigte Dämpfe an. Dabei führt er bereits die später so sehr ins einzelne entwickelte Annahme ein, dass die Regelmässigkeit, welche sich in dem Verhalten aller permanenten Gase gegen Druck- und Temperaturänderungen durch die Gesetze von Mariotte und Gay Lussac ausspricht, ihren Grund hat in einer übereinstimmenden Constitution dieser Gase. In ihnen ist der Verband der Moleküle so gelockert, dass bei einer Ausdehnung des Gases gar keine innere Arbeit geleistet wird (Mayer's Hypothese, S. 23) und also der ganze innere Kraftvorrath, insofern er veränderlich ist, sich auf die freie Wärme (lebendige Kraft) reducirt. Dann wird also alle äussere Arbeit lediglich auf Kosten der Wärme des Gases geleistet. Man sieht, dass diese Vorstellung direct zur modernen Gastheorie hinüberleitet. Diesen Annahmen fügt Clausius noch die weitere hinzu, dass die specifische Wärme eines permanenten Gases bei constantem Volumen constant (unabhängig von der Temperatur) ist, und gelangt so zu verschiedenen Sätzen über die specifischen Wärmen, die zum Theil völlig neu, zum Theil schon durch Experimente bestätigt erscheinen. Auch die Gesetze der Ausdehnung unter bestimmten äusseren Bedingungen: bei constanter Temperatur, bei constantem Druck, sowie bei Verhinderung der Wärmezufuhr von aussen werden, in wesentlicher Übereinstimmung mit der Erfahrung, abgeleitet.

Der zweite Theil der Abhandlung enthält eine wesentliche Erweiterung der Theorie durch Hereinziehung des Carnot'schen Princip's der Arbeitsleistung durch Übergang der Wärme von höherer in tiefere Temperatur. Clausius findet, dass dies Princip, wenn es auch in der ursprünglichen Fassung den Grundsätzen der mechanischen Wärmetheorie geradezu widerspricht, doch einen richtigen und sehr wertvollen Gedanken enthält, der nur in die geeignete Form gebracht werden muss, um auch in der neuen Theorie eine

wichtige Rolle zu spielen. Dieser Gedanke besagt im wesentlichen, dass, wenn durch einen Kreisprocess Wärme in mechanische Arbeit verwandelt wird, mit der Arbeitsgewinnung notwendig ein Übergang einer gewissen (andern) Wärmemenge aus höherer in tiefere Temperatur verbunden ist. Die Wärme hat nämlich das Bestreben, aus höherer Temperatur in tiefere überzugehen, und dies Bestreben kann zur Gewinnung von Arbeit (Verwandlung von Wärme in Arbeit) nutzbar gemacht werden, wobei aber ein bestimmtes Maximum der zu gewinnenden Arbeit existiert, das nur abhängig ist von den Temperaturen, zwischen denen die Wärme übergeht, nicht aber von der Natur der betreffenden Körper. Um eine Veränderung der Wärme in entgegengesetzter Richtung: Übergang von tieferer in höhere Temperatur zu veranlassen, bedarf es immer eines gewissen Arbeitsaufwandes (Verwandlung von Arbeit in Wärme), welcher mindestens so gross ist, wie die durch den umgekehrten Vorgang im Maximum zu gewinnende Arbeit. — In dieser Modificierung bildet das Carnot'sche Princip, dessen weitere Ausbildung Clausius später zu seinem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie geführt hat, keinen Gegensatz, sondern eine Ergänzung zum Princip der Äquivalenz von Wärme und Arbeit, da es die Bedingungen der gegenseitigen Verwandelbarkeit äquivalenter Kraftarten regelt. Von hier ab trennen sich in der weiteren Entwicklung der Wärmetheorie diese beiden Principien, die in der That in keinem logischen Connex miteinander stehen, scharf von einander, und wir werden uns daher in dieser Schrift von jetzt an nur mehr mit der Darstellung desjenigen von ihnen zu beschäftigen haben, das sich unmittelbar an den allgemeinen Satz der Erhaltung der Energie anschliesst.

Den Schluss von Clausius' Abhandlung bildet eine Darstellung verschiedener Methoden zur Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalents, wobei auch der Versuche Joule's gedacht wird; als wahrscheinlichster Wert wird schliesslich eine Zahl angenommen, die etwas über 400 Kgrm. beträgt. — Man darf wohl nicht mit Unrecht die Zeitperiode, in der die mechanische Theorie der Wärme das Übergewicht errang, von dieser epochemachenden Abhandlung datieren.

Fast gleichzeitig¹⁾ mit Clausius begann W. J. M. Rankine die Wärmetheorie von dem neuen mechanischen Standpunkt aus zu bearbeiten (wir übergehen hier die Versuche, eine mechanische Wärmetheorie zu begründen, insofern sie keine bemerkenswerte Durchführung erhalten haben, wie die von Buys-Ballot²⁾, von Wilhelmy³⁾ u. A.). Rankine⁴⁾ begnügte sich aber nicht, wie Clausius, mit der einfachen Voraussetzung der gegenseitigen Verwandelbarkeit von Wärme und Arbeit, sondern fügte noch eine Reihe speciellerer Vorstellungen über die besondere Natur der Bewegung hinzu, die wir als Wärme wahrnehmen. Die Wärmebewegung besteht nach ihm in einer heftigen Wirbelbewegung der die körperlichen Atome umgebenden Atmosphären, deren lebendige Kraft die Quantität der vorhandenen Wärme ausmacht. Wird einem Körper von aussen Wärme zugeführt, so wird nur ein Theil derselben zur Vergrößerung dieser lebendigen Kraft verwendet (wahre specifische Wärme), der Rest dient dazu, die Anordnung der Atome zu verändern. Wir haben also auch hier, wie bei Clausius, die Unterscheidung zwischen freier Wärme und innerer Arbeit. Doch lässt sich unmittelbar einsehen, dass die Clausius'schen Untersuchungen auf einer zuverlässigeren Basis beruhen, weil sie eben nur die strengen Folgerungen des Principes der Äquivalenz von Wärme und Arbeit, und nicht die mindeste willkürliche Voraussetzung über die Natur der Wärme enthalten. Da wir überdies bei unserer Darstellung uns von Molekularhypothesen möglichst unabhängig halten wollen, so haben wir hier keine Veranlassung, näher auf die Vorstellungen Rankine's einzugehen.

Um dieselbe Zeit wurde auch William Thomson durch

1) W. J. M. Rankine: Über die mechanische Theorie der Wärme, Pogg. Ann. 81, p. 172, 1850. (Brief.) Phil. Mag. (4) 2, p. 61, 1851.

On the centrifugal theory of elasticity, as applied to gases and vapours. Phil. Mag. (4) 2, p. 509, 1851.

2) Buys-Ballot: Schets eener physiologie van het onbewerkte ryk der natuur. Utrecht 1849.

3) L. Wilhelmy: Versuch einer mathematisch-physikalischen Wärmetheorie. Heidelberg 1851.

4) M. Rankine: On the mechanical action of heat. Trans. Roy. Soc. Edinburgh (geles. Febr. 4 1850) vol. XX p. 147, 191, 195, 205, 425, 441, 565, 1853.

Untersuchungen über galvanische Processe veranlasst, in die Reihe der Vorkämpfer für die mechanische Theorie überzutreten und hat von da an in einer ansehnlichen Reihe von Abhandlungen, welche die verschiedensten Anwendungen des neuen Principis enthalten, für die Entwicklung der Theorie in ähnlicher Weise gewirkt, wie Joule es auf experimentellem Wege für die Feststellung der Existenz und des Zahlenwertes des mechanischen Wärmeäquivalents gethan hat.

In seiner ersten hierauf bezüglichen Schrift¹⁾ geht Thomson von dem Grundsatz aus, dass der Strom einer magnetischen Maschine im ganzen Schliessungskreis eine Wärmemenge erzeugt, die äquivalent ist der zur Erzeugung des Stromes verwendeten Arbeit; wenn aber durch denselben Strom zugleich elektrolytische Wirkungen hervorgebracht werden, so ist die erzeugte Wärme kleiner, und zwar um den Betrag derjenigen Wärme, die durch die Wiedervereinigung der zersetzten Stoffe entstehen würde. Die letztere Wärme nennt Thomson daher das Wärmeäquivalent der stattgehabten chemischen Wirkung. Dieser Grundsatz wird angewandt auf die Ströme, welche durch mechanische Drehung einer kreisrunden Metallscheibe unter dem inducierenden Einfluss des Erdmagnetismus entstehen. Man kann durch passendes Anlegen von Drähten an die Scheibe einen Strom in den Drähten erhalten, der auch chemische Zersetzungen bewirkt, und ist dann imstande, die Richtigkeit des obigen Satzes zu prüfen. Aus ihm leitet Thomson in ähnlicher Weise wie Helmholtz (S. 42) die Folgerung ab, dass die elektromotorische Kraft eines galvanischen Elements im absoluten Maasse gleich ist dem mechanischen Äquivalent der chemischen Wirkung, welche in ihm von der Einheit des Stromes in der Einheit der Zeit hervorgebracht wird.

In einem folgenden Aufsatz²⁾ wird die von einem Strom in einem Leiter entwickelte Wärme dazu benutzt, um den Widerstand dieses Leiters in absolutem magnetischen Maasse

1) W. Thomson: On the mechanical theory of electrolysis. Phil. Mag. (4) 2, p. 429, 1851.

2) W. Thomson: Applications of the principle of mechanical effect to the measurement of electro-motive forces and of galvanic resistances in absolute units. Phil. Mag. (4) 2, p. 561, 1851.

zu messen. Dividiert man nämlich den in Calorien gemessenen Betrag der in der Zeiteinheit entwickelten Wärme mit dem mechanischen Wärmeäquivalent, so erhält man die Stromwärme $J^2 \cdot W$ im mechanischen Maasse, und diese Grösse noch durch das Quadrat der im magnetischen Maasse gemessenen Stromintensität J dividiert ergibt den Ausdruck für den Widerstand W des Leiters in absolutem Maasse. Die Einheit des Widerstandes ist dann dadurch bezeichnet, dass in ihr der Strom 1 in der Zeit 1 eine der mechanischen Arbeit 1 gleiche Wärme entwickelt. Die für den specifischen Widerstand von Silber und Quecksilber ausgeführte Berechnung ergab Resultate, welche gut mit denen übereinstimmen, die von W. Weber auf ganz anderem Wege gefunden waren. Dieser hatte seine Definition des Widerstandes darauf gegründet¹⁾, dass er die Neumann'sche Inductionsconstante ϵ (S. 45) gleich 1 setzte. Beide Definitionen führen also zu übereinstimmenden Werten des Widerstandes, wie es auch nach der theoretischen Ableitung des Inductionsgesetzes von Helmholtz der Fall sein muss.

Die nämliche Abhandlung enthält noch Anwendungen des oben erwähnten Satzes von der Gleichheit der auf galvanischem und der auf gewöhnlichem chemischen Wege erzeugten Wärme. Tritt die galvanische Wärme lediglich als Joule'sche (Lenz'sche) Wärme auf, d. h. ist sie überall proportional dem Quadrat der Stromintensität, so ist die elektromotorische Kraft E , wie schon oben erwähnt, gleich der, auf die Stromeinheit und Zeiteinheit reducierten, chemischen Wärmetönung A im Element. Denn dann folgt aus der Äquivalenz der thermischen Wirkung: $J^2 \cdot W$ und der chemischen Wirkung: $J \cdot A$:

$$A = J \cdot W \text{ und nach dem Ohm'schen Gesetz } = E.$$

Diese Annahme findet Thomson bestätigt für das Daniell'sche Element, wobei er die Andrews'schen Zahlen der Wärmetönung der in diesem Element stattfindenden Processe benutzt. Es ist aber auch sehr wohl denkbar — und bemerkenswerter Weise macht Thomson schon hier auf diesen Fall ausdrück-

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Abh. d. Leipz. Akad. I p. 197. Pogg. Ann. 82, p. 337, 1851.

lich aufmerksam — dass die den chemischen Processen entsprechende Wärme nicht lediglich als Joule'sche Wärme zum Vorschein kommt, d. h. nicht vollständig in Stromarbeit umgesetzt wird, sondern dass ein Theil derselben als locale oder secundäre Wärme auftritt, besonders an der Grenze zweier Leiter. Diese locale Wärme kann einem ganz anderen Gesetze als dem Joule'schen folgen, sie kann namentlich der einfachen Stromintensität proportional sein und also auch negativ werden. Dann wird die elektromotorische Kraft E des Elementes um einen der erzeugten localen Wärme entsprechenden Betrag vermindert werden. Ist nämlich diese letztere Wärme etwa gleich $J \cdot C$, so haben wir, wenn wir wieder nach dem Energieprincip die Gesamtwärme gleich der durch die chemischen Prozesse zu erzeugenden setzen:

$$J^2 \cdot W + J \cdot C = A \cdot J, \quad \text{woraus folgt:}$$

$$J \cdot W (= E) = A - C.$$

Thomson führt hier die von Faraday¹⁾ ausgesprochene Ansicht an, der auch Joule beipflichtete, dass beim Daniell'schen Element nur die Prozesse der Oxydation von Zink und der Reduction von Kupferoxyd elektromotorisch wirksam seien, dass dagegen die Wärmetönung, welche der Auflösung des Zinkoxyd in der Schwefelsäure und der Ausscheidung von Kupferoxyd aus dem Kupfervitriol entspricht, als besondere locale Wärme (an der Anode positiv, an der Kathode negativ) unabhängig von der Stromerregung zum Vorschein komme. Dass im allgemeinen eine solche locale Wärmeerzeugung vorhanden ist, folgt auch aus dem Verhalten der Smee'schen Säule (Platinirtes Silber, Schwefelsäure, Zink), deren elektromotorische Kraft kleiner ist als die aus der chemischen Wärmetönung berechnete. Hier muss also eine locale Wärmeentwicklung auftreten, welche dem Überschuss der chemischen Arbeit über die Joule'sche Wärme äquivalent ist.

Das Jahr 1851 brachte noch eine Publication von Joule²⁾, die zwar Anfangs wenig beachtet wurde, später aber die Grundlage eines neuen Zweiges der Physik geworden ist, der

1) M. Faraday: Exp. Res. Phil. Trans. London 1834 Apr., § 919.

2) J. P. Joule: Some remarks on heat and the constitution of elastic fluids. Mem. of the Phil. Soc. of Manchester (geles. Oct. 3, 1848) (2) vol. IX p. 107, 1851. Phil. Mag. (4) 14, p. 211, 1857.

modernen Gastheorie. Ausgehend von der Vorstellung, dass die Wärme eines Gases in der lebendigen Kraft der Bewegung der kleinsten Körpertheilchen bestehe, fasste Joule diese Bewegung nicht, wie Davy und später Rankine, als in Vibrationen oder Rotationen bestehend auf, sondern dachte sich, in Übereinstimmung mit Ideen von Daniel Bernoulli¹⁾ und Herapath²⁾, die Gasmoleküle frei umherfliegen und durch ihr beständiges Anprallen an die einschliessenden Gefässwände die Kraft hervorrufen, die als der Druck des Gases wahrgenommen wird. Ein einzelnes Molekül bewegt sich also in gerader Richtung mit constanter Geschwindigkeit, bis es entweder an ein anderes Molekül oder an die Gefässwand stösst und hier den Stossgesetzen vollkommen elastischer Körper folgt. Diese einfache Annahme ermöglicht zugleich auch Zahlenwerte aufzustellen für die mittlere Geschwindigkeit eines Moleküls. Joule erleichterte sich die Rechnung dadurch, dass er sich das Gas in einem hohlen Würfel befindlich und jedes Molekül mit der nämlichen Geschwindigkeit in einer der drei Kantenrichtungen sich bewegend vorstellte. Daraus ergab sich die Giltigkeit des Gesetzes von Boyle-Mariotte, sowie die Proportionalität von Wärmehalt (gesamte lebendige Kraft), Temperatur (lebendige Kraft eines einzelnen Moleküls) und Druck. Für die Geschwindigkeit eines Wasserstoffmoleküls bei 60° F. und 30 Zoll Quecksilber ergab sich der Wert von 6225 engl. Fuss per Secunde. Für verschiedene Gase folgte der Satz, dass gleiche Volumina (bei gleichem Druck) die nämliche lebendige Kraft enthalten.

Eine vorläufig nicht zu überwindende Schwierigkeit erwuchs für Joule aus der Annahme, dass die Moleküle als einfache materielle Punkte anzusehen seien, dass also der gesamte Wärmehalt, die gesamte lebendige Kraft eines Gases lediglich von der fortschreitenden Bewegung der Moleküle herstamme. Bildet man nämlich unter Zugrundelegung der oben berechneten Geschwindigkeit den Ausdruck für die

1) Daniel Bernoulli's Ansicht über die Constitution der Gase. Pogg. Ann. 107, p. 490, 1859.

2) Herapath: On the dynamical theory of airs. Athen. 1, p. 722, 1860.

lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung aller Moleküle, so würde dieselbe durch Division mit dem mechanischen Wärmeäquivalent die in dem Gas enthaltene Wärme in Calorien ergeben und man könnte daraus die specifische Wärme des Gases bei constantem Volumen berechnen.

Joule fand nun die so berechnete specifische Wärme beträchtlich kleiner als die in Wirklichkeit beobachtete, und vermochte für diesen Umstand keine befriedigende Erklärung aufzufinden. Eine solche nebst der entsprechenden Modification der Theorie ist erst später von Clausius gegeben worden.

Im wesentlichen wiederholt und zum Theil noch etwas weiter ausgeführt finden sich die Joule'schen Vorstellungen von der Natur der Gase in einer Mittheilung, die J. J. Waterston¹⁾ in dem nämlichen Jahr der British Association vorlegte. Anfangs ganz unbeachtet wurden diese Ideen später, als der Boden für sie günstiger zu werden begann, wieder hervorgesucht und haben sich, noch unterstützt durch die ihnen entgegenkommenden Anschauungen der Chemiker, verhältnismässig schnell zu allgemeiner Anerkennung durchgerungen. Jedenfalls verdient die Theorie der Wärme erst von hier ab den Namen einer mechanischen, da ja durch die blossen Verwandlungsfähigkeit in Arbeit noch Nichts über die Natur der Wärme ausgesagt ist.

Kehren wir nun zurück zur Betrachtung der weiteren Entwicklung des Satzes von der Erhaltung der Energie. Nachdem einmal die allgemeine Giltigkeit dieses Principes und dessen eminente Fruchtbarkeit an einer hinreichenden Zahl von Fällen constatirt worden war, häufte sich schnell nach einander die Reihe der Anwendungen und Erweiterungen, und das Interesse dafür drang in immer weitere und weitere Kreise. Jedes Jahr brachte nun eine stattliche Anzahl neuer Errungenschaften auf diesem Gebiet. Zunächst arbeitete W. Thomson²⁾ in ganz ähnlicher Weise wie Clausius eine dynamische Wärmetheorie aus, indem er nun endgiltig mit

1) J. J. Waterston: On a general theory of gases. Rep. of the 21. Meeting of the Brit. Ass. 1851, Notices and abstracts p. 6.

2) W. Thomson: On the dynamical theory of heat. Phil. Mag.

(4) 4, p. 8, 105, 168, 424, 1852.

der alten Carnot'schen Auffassung brach. Zu Grunde legte er die Vorstellung, dass die Wärme auf Bewegung beruht, dass also die von ihr geleistete Arbeit einen entsprechenden Aufwand von lebendiger Kraft der schwingenden Moleküle (und etwaiger innerer Arbeit) erheischt. Zugleich führte er auch das modifizierte Carnot'sche Princip mit seinen Anwendungen auf umkehrbare Processe in seine Theorie ein. In dieser Abhandlung findet sich zum ersten Mal die Definition der in einem Körper enthaltenen mechanischen Energie in jener allgemeinen Bedeutung, wie wir sie jetzt anzuwenden pflegen. Bekanntlich hängt die Wärme, die einem Körper von aussen mitgetheilt werden muss, damit er von einem bestimmten Nullzustand in einen anderen bestimmten Zustand gelange, wesentlich ab von der äusseren mechanischen Arbeit, die der Körper bei diesem Übergang leistet; je grösser diese ist, desto mehr Wärme wird auch der Körper von aussen aufnehmen müssen. (S. 55.) Subtrahiert man aber den Betrag der geleisteten Arbeit von dem der mitgetheilten Wärme (mechanisch gemessen), so erhält man immer die nämliche Grösse, welches auch der Weg der Überführung sein möge. Diese Grösse nennt Thomson die mechanische Energie des Körpers in dem angenommenen Zustand, sie ist vollständig bestimmt durch den Zustand selber, bis auf eine additive Constante, die von dem gewählten Nullstand abhängt. Wie man sieht, ist dies ganz dieselbe Function, die von Helmholtz (S. 40) als Quantität der gesamten Wärme (Summe der inneren lebendigen Kräfte und Spannkräfte) des Körpers bezeichnet wurde. Die Thomson'sche Form der Definition hat aber den Vortheil für sich voraus, dass sich mit ihrer Hilfe unmittelbar eine numerische Bestimmung des Wertes der Function ausgeführt denken lässt. — Noch eingehender werden die Eigenschaften und die Mittel zur Berechnung der Energie eines Körpers besprochen in einer weiteren Abhandlung¹⁾ von Thomson, in der ausgeführt wird, dass der

1) W. Thomson: On the quantities of mechanical energy contained in a fluid mass, in different states, as to temperature and density. Phil. Trans. Edinburgh (gelesen Dec. 3, 1851) vol. XX p. 475, 1853. Phil. Mag. (4) 3, p. 529, 1852; ausführlicher: Phil. Mag. (4) 9, p. 523, 1855.

Totalbetrag des mechanischen Effectes (Algebraische Summe von Wärme und Arbeit), den ein Körper beim Übergang von einem Zustand in einen anderen nach aussen abgibt, nur abhängig ist von diesen beiden Zuständen, nicht aber von der Art des Überganges. Die mechanische Energie gibt also denjenigen Totaleffect an, der erhalten wird, wenn der Körper aus seinem Zustand in den (beliebig gewählten) Nullzustand übergeht. Der absolute Nullzustand wäre ein solcher, von welchem ausgehend der Körper gar keinen positiven Effect, also weder Wärme noch Arbeit mehr producieren könnte; derselbe ist aber unseren Mitteln unerreichbar. Wie schon oben bemerkt, ist die Thomson'sche Bezeichnung Energie zunächst von Clausius adoptiert und dann nach und nach allgemein gebräuchlich geworden.

Diesen theoretischen Arbeiten Thomson's über die mechanischen Leistungen der Wärme schloss sich als Anwendung der Theorie eine Untersuchung an über die Wirkungen der strahlenden Wärme und des Lichtes, sowie über die Kraftquellen, die der Menschheit von der Natur dargeboten werden¹⁾. Licht und strahlende Wärme werden hierbei identifiziert, die Bedeutung des Sonnenlichtes für die Assimilation der Pflanzen und dadurch für das Athmen der Thiere (vgl. R. Mayer S. 24) gewürdigt und auf der Erde im ganzen drei Hauptquellen der Arbeit unterschieden: vornehmlich die Strahlung der Sonne, dann in zweiter Linie die relative Bewegung von Erde, Sonne und Mond (Gezeiten), endlich in geringem Maasse auch irdische Kraftquellen.

Die weitere Frage nach dem Ursprung und der beständigen Wiederersetzung der ausgestrahlten Sonnenwärme wurde in einem Aufsatz von J. J. Waterston²⁾ behandelt, welcher eine Berechnung der Wärme anstellte, die ein Körper beim Fall auf die Erde oder Sonne aus unendlicher Entfernung durch die dabei gewonnene lebendige Kraft hervorbringt.

1) W. Thomson: On the mechanical action of radiant heat or light; on the power of animated creatures over matter; on the sources available to man for the production of mechanical effect. Phil. Mag. (4) 4, p. 256, 1852.

2) J. J. Waterston: On dynamical sequences in kosmos. Athen. 1853, p. 1099.

Auf Grund dieser Rechnung schloss Waterston ähnlich wie vor ihm schon Mayer (S. 25), dass die Deckung der von der Sonne verausgabten Wärme auf Kosten der Arbeit der Newton'schen Gravitationskräfte erfolge, sei es durch das Hineinfallen kosmischer Massen in die Sonne, sei es durch die beständig noch fortschreitende Verdichtung des Sonnenkörpers selber. Den ersteren Gedanken hat später W. Thomson, den letzteren Helmholtz (S. 73) weiter entwickelt.

Aus dieser Zeit findet sich auch schon der Versuch einer auf das Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte gegründeten Theorie der Wechselwirkung zwischen den Schwingungen des Äthers und denen der ponderablen Moleküle, in einer Schrift von J. Power¹⁾.

Von der Wärmetheorie wandte sich Thomson wieder zur Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, um auch dort die neuen Principien zur Anwendung zu bringen. Zuerst erschien eine Untersuchung über thermoelektrische Ströme²⁾. Diese lieferte, allerdings unter wesentlicher Benutzung des verbesserten Carnot'schen Princip, auf Grund der 1823 von Cumming³⁾ entdeckten Umkehrung der thermoelektrischen Ströme das neue und überraschende Resultat, dass ein galvanischer Strom ausser der Joule'schen Wärme, die dem Quadrat seiner Intensität proportional ist, in einem ungleich erwärmten Leiter auch noch eine andere Wärme produciert, die später sogenannte Thomson'sche Wärme, die der einfachen Intensität proportional ist und daher ihr Vorzeichen wechselt, wenn man den Strom umkehrt. Während die Joule'sche Wärme als von dem Widerstand des Leiters herrührend zu betrachten ist, stammt die Thomson'sche Wärme von einer im Innern des Leiters wirksamen elektromotorischen Kraft her. (S. 3. Abschnitt.) Diesen rein theoretisch abgeleiteten Satz fand Thomson später nach vielen Bemühungen auch experimentell bestätigt⁴⁾.

1) J. Power: Theory of the reciprocal action between the solar rays and the different media by which they are reflected, refracted or absorbed. Phil. Mag. (4) 6, p. 218, 1853.

2) W. Thomson: On a mechanical theory of thermo-electric currents. Phil. Mag. (4) 3, p. 529, 1852. Proc. of Edinb. Soc. III, p. 91, 1852.

3) Cumming: Phil. Trans. Cambridge 1823, p. 61.

4) W. Thomson: On the dynamical theory of heat. Thermo-

Eine weitere wichtige Anwendung der Theorie ist enthalten in einer Abhandlung¹⁾ von Thomson über den Entladungsstrom eines elektrisierten Leiters (z. B. einer Kugel), der durch einen dünnen Draht mit dem Erdboden verbunden wird. Während der Strom aus dem Leiter zur Erde abfließt, muss die Gesamt-Energie des Systems constant bleiben. Diese setzt sich aber zusammen aus folgenden drei Theilen: 1) Elektrostatisches Potenzial, 2) Wärme, die durch den Entladungsstrom erzeugt ist, 3) Elektrodynamische Energie des Stromes. Dass eine Energie der letzten Art existiert, dass also ein galvanischer Strom durch seine Existenz an und für sich einen bestimmten Vorrath von Energie repräsentiert (actual energy oder mechanical value of the current), geht daraus hervor, dass ein Strom durch sein Verschwinden ohne einen Aufwand von anderweitiger Energie Wärme zu producieren vermag (z. B. als Extrastrom). Diese Energie ist wesentlich positiv, also proportional dem Quadrat der Stromstärke, sie darf aber nicht etwa als lebendige Kraft der im Strom sich bewegendenden, mit träger Masse begabten elektrischen Theilchen aufgefasst werden, weil ihr Wert erfahrungsgemäss wesentlich von der Form des Stromleiters abhängt. Derselbe ist gleich 0, wenn der (lineare) Leiter so geformt ist, dass neben jedem Stromelement unmittelbar ein entgegengesetztes verläuft; denn dann verschwindet der Extrastrom völlig²⁾.

Bildet man nun durch Summierung obiger drei Ausdrücke den Ausdruck der Gesamtenergie des Systems, und setzt die Änderung dieser Grösse für jedes Zeitelement $= 0$, so erhält man eine Gleichung zur Bestimmung der Abhängigkeit der Stromstärke von der Zeit. Thomson fand hieraus, dass die Entladung, je nach dem Werte der verschiedenen in der Aufgabe enthaltenen Constanten, auf zwei ganz verschiedene

electric currents. Phil. Mag. (4) 11, p. 214, 281, 379, 433, 1856. Ferner: 8, p. 62, 1854.

W. Thomson: On the electrodynamic properties of metals. Phil. Trans. London 1856, p. 649.

1) W. Thomson: On transient electric currents. Phil. Mag. (4) 5, p. 393, 1853.

2) M. Faraday: Exp. Res. Phil. Trans. London 1835, p. 50. § 1096.

Arten erfolgen kann. Entweder: der Entladungsstrom fließt stets in demselben Sinn, mit anfangs steigender, dann allmählich wieder abnehmender Intensität, oder aber: die Stromrichtung oscilliert und ladet dadurch den Leiter abwechselnd positiv und negativ. Dabei nimmt der absolute Betrag der Stromstärke allmählich gegen 0 hin ab. Beide Arten von Entladungen sind seitdem wiederholt, experimentell wie theoretisch, nachgewiesen worden.

Nächst Thomson trat sich unter den englischen Physikern am meisten Rankine hervor in der Durchbildung der neuen Ideen. Neben einigen specielleren Anwendungen¹⁾ versuchte dieser es auch, eine allgemeine Definition des Begriffes der Energie zu geben, deren Anwendung nicht bloß auf das Gebiet der Wärme beschränkt sein, sondern alle Naturkräfte umfassen sollte²⁾. Er nennt Energie „Every affection of substances which constitutes or is commensurable with a power of producing change in opposition to resistance“, was Helmholtz übersetzt³⁾: „Jedes Zukommen einer Substanz, welches besteht in, oder vergleichbar ist mit einer Kraft, die fähig ist, Veränderungen hervorzubringen, bei denen ein Widerstand überwältigt werden muss“. Dabei unterscheidet und definiert Rankine zwei Hauptarten von Energie, die actuelle (kinetische) und die potenzielle Energie (Energie der Bewegung und Energie der Lage), deren Bedeutung sich ganz mit der der Helmholtz'schen Begriffe: Lebendige Kraft und Spannkraft deckt. Auch stellt er eine allgemeine Untersuchung an über die Verwandlung der verschiedenen Arten der Energie ineinander⁴⁾, in welcher jedoch die Erzielung unbeschränkter Allgemeinheit nur durch eine merkliche Einbusse an Präcision in der Ausdrucksweise erkauft wird. Über-

1) M. Rankine: Mechanical theory of heat. — Specific heat of air. Phil. Mag. (4) 5, p. 437, 1853.

M. Rankine: On the application of the law of the conservation of energy to the determination of the magnetic meridian on board ship. Phil. Mag. (4) 6, p. 140, 1853.

2) M. Rankine: On the general law of the transformation of energy. Phil. Mag. (4) 5, p. 106, 1853.

3) Fortschr. d. Phys. v. J. 1853, Berlin 1856, p. 407.

4) Vgl. auch Rankine: Outlines of the science of energetics. Edinb. Journ. (2) II p. 120, 1855.

haupt scheint auch die obige Definition der Energie in physikalischer Hinsicht keinen besonders hohen Wert zu besitzen, da sie viel zu unbestimmt gehalten ist. Physikalisch brauchbar kann eine Definition doch nur dann genannt werden, wenn es möglich ist, mit ihrer Hilfe für jeden beliebig gegebenen Fall den numerischen Wert der definierten Grösse anzugeben — eine Leistung, von deren Erfüllung die vorliegende Definition (gerade im Gegensatz zur Thomson'schen S. 64) offenbar weit entfernt ist.

Zu erwähnen ist hier noch eine Arbeit¹⁾ von Joule über die Berechnung einiger chemischer Verbindungswärmen (Kupferoxyd, Zinkoxyd, Wasser) auf galvanischem Wege. Wird in einen Strom an Stelle eines metallischen Leiters ein Zersetzungsapparat derart eingeschaltet, dass die Stromstärke die nämliche ist wie vorher, so ist offenbar die dem Zersetzungsapparat von dem Strome zugeführte Energie im ganzen gleich der vorher dem Leiter zugeführten, da ja im übrigen Stromkreis sich genau wieder die nämlichen Vorgänge vollziehen. Die dem Leiter zugeführte Energie besteht lediglich in Wärme, die dem Zersetzungsapparat zugeführte aber in Wärme und chemischer Arbeit, man findet also durch den Wenigerbetrag der im Zersetzungsapparat entwickelten Wärme den Wärmewert der chemischen Arbeit, und dies ist eben die Verbindungswärme der zersetzten Substanz.

In unseren letzten Ausführungen sind wir der Entwicklung, die das Energieprincip von seiten der englischen Physiker erfuhr, bis zum Jahre 1853 gefolgt. Das entschiedene Übergewicht, dessen sich die neue Theorie um diese Zeit in der wissenschaftlichen Welt bereits erfreuen durfte, documentiert sich treffend durch eine Rede, mit welcher W. Hopkins als Präsident die 23. Versammlung der British Association in Hull eröffnete, und in der die Verdienste von Rumford, Joule, Rankine, Thomson hervorgehoben werden²⁾.

Während so in England unablässig an dem Ausbau der Theorie gearbeitet wurde, war man auch in Deutschland nicht

1) J. P. Joule: On the heat disengaged in chemical combinations. Phil. Mag. (4) 3, p. 481, 1852.

2) W. Hopkins: Dynamical theory of heat. Rep. of Brit. Ass. 23. Meeting Hull 1853. p. XLV.

müssig geblieben. Hier erwarb sich Clausius das Hauptverdienst um die Weiterbildung der von ihm schon in seiner ersten Abhandlung über die bewegende Kraft der Wärme angegebenen Principien. Zuerst erschien eine Untersuchung über die Wirkungen einer elektrischen Entladung¹⁾. Diese können verschiedenartiger Natur sein, besonders mechanischer oder thermischer Art, in allen Fällen aber ist die durch die Entladung producierte Gesamt-Energie, also die Summe der geleisteten mechanischen Arbeit und der erzeugten Wärme gleich der Abnahme der elektrischen Energie, also des elektrostatischen Potentials. Diesen Satz spricht Clausius in der Form aus: „Die Summe aller durch eine elektrische Entladung hervorgebrachten Wirkungen ist gleich der dabei eingetretenen Zunahme des Potentials der gesamten Elektrizität auf sich selbst“ — indem das Potential hier noch mit entgegengesetztem Vorzeichen genommen ist. An die Ausführung dieses Satzes schliessen sich Auseinandersetzungen über die Übereinstimmung der Theorie mit einzelnen Versuchen.

Von den elektrostatischen Wirkungen geht Clausius in einer weiteren Arbeit²⁾ über zu denjenigen, die ein stationärer galvanischer Strom im Innern eines metallischen Leiters verursacht. Wenn durch einen metallischen Leiter ein constanter Strom fliesst, der keinerlei Inductionswirkungen von aussen erleidet, so wird der Strom getrieben lediglich durch die an den Oberflächen der verschiedenen Leiter angehäuften freien statischen Elektrizität. Daher gelangt Clausius zu dem Satze: „Die bei einer bestimmten Bewegung einer Elektrizitätsmenge von der im Leiter wirksamen Kraft gethane Arbeit ist gleich der bei der Bewegung eingetretenen Zunahme (Abnahme) des Potentials dieser Elektrizitätsmenge und der freien Elektrizität aufeinander“. Da nun in einem metallischen Leiter weder mechanische noch chemische Wirkungen stattfinden, so verwandelt sich diese Arbeit ganz in Wärme, wor-

1) R. Clausius: Über das mechanische Äquivalent einer elektrischen Entladung und die dabei stattfindende Erwärmung des Leitungsdrahtes. Pogg. Ann. 86, p 337, 1852.

2) R. Clausius: Über die bei einem stationären Strom in dem Leiter gethane Arbeit und erzeugte Wärme. Pogg. Ann. 87, p. 415, 1852.

aus dann das Joule'sche Erwärmungsgesetz hervorgeht. — Während so die strömende Elektrizität im Innern der Leiter von höheren zu tieferen Werten des Potentials herabsinkt und dadurch fortdauernd Wärme produciert, muss es andererseits Stellen geben, wo sie in ihrem Kreislauf durch die geschlossene Kette wieder zur ursprünglichen Höhe des Potentials emporgehoben wird, und diese Stellen finden sich an den Grenzflächen je zweier benachbarter Leiter, wo das Potential einen Sprung erleidet und also die hindurchfliessende Elektrizität auf unendlich kleinem Wege eine endliche Arbeit verrichtet bez. verbraucht. Diese Arbeit kann sich je nach den Umständen in Wärme oder auch in chemische Energie verwandeln. Das erstere ist der Fall bei den thermoelektrischen Ketten, deren Wirksamkeit Clausius zum Gegenstand einer ferneren Untersuchung¹⁾ macht. Hier äussert sich die von der Elektrizität beim Durchgang durch eine Löthstelle zweier thermoelektrisch wirksamer Metalle geleistete Arbeit in der von Peltier entdeckten Wärmeerzeugung oder -Absorption. Bezüglich der Frage, ob die Peltier'sche Wärme stets äquivalent sei der durch die Überwindung der elektrischen Spannung an der Löthstelle geleisteten Arbeit, bringt Clausius einen principiell wichtigen, bis zum heutigen Tag noch nicht endgiltig aufgeklärten Punkt ausführlich zur Sprache. Die Peltier'sche Wirkung an der Löthstelle zweier Metalle ist bekanntlich durchaus nicht proportional der elektroskopischen (Volta'schen) Spannung, welche dieselben Metalle bei gegenseitiger Berührung am Elektrometer zeigen. Wir werden die eingehende Besprechung dieser für die Anwendung des Principes der Erhaltung der Energie wichtigen Thatsache erst im dritten Abschnitt vornehmen. Kurz erwähnt sei noch, dass Clausius ebenso wie vorher Thomson (S. 66) auch den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie auf die thermoelektrischen Erscheinungen anwendet und dabei zu den entsprechenden Resultaten gelangt.

Etwas auffallend muss die Zurückhaltung erscheinen, welche die französischen Physiker der so rapid fortschreitenden

1) R. Clausius: Über die Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf die thermoelektrischen Erscheinungen. Pogg. Ann. 90, p. 513, 1853.

Entwicklung des neu entdeckten Principis gegenüber noch bis in die Mitte der fünfziger Jahre bewahrten; man konnte sich offenbar nicht so schnell zur Aufgebung der auf Grund der Annahme des Wärmestoffes hauptsächlich in Frankreich ausgebildeten Wärmetheorie entschliessen, wenngleich die auf dem Gebiete der Calorimetrie und der Wärmeleitung gemachten wichtigen Erfahrungen schliesslich fast ganz ungeändert in die neue Anschauung mit hinübergenommen werden konnten. Findet man doch noch im Jahre 1854 in den *Comptes rendus*¹⁾ (von einem Officier ausser Diensten: Hermite) sogar die Beschreibung einer (nach Art des Elektrophor wirkenden) Maschine, die zugleich Elektrizität und Arbeit liefern sollte!

Der erste unter den bedeutenden französischen Physikern, der es unternahm, mit den alten Anschauungen zu brechen, war V. Regnault in seiner grossen Experimental-Arbeit²⁾ über die spezifische Wärme der Gase, in welcher er durch exacte Messungen endgiltig feststellte, dass die spezifische Wärme der permanenten Gase wesentlich unabhängig vom Volumen ist, dass also die durch die Compression erzeugte Wärme nicht, wie man es früher annahm, einer Veränderlichkeit der Wärmecapazität zugeschrieben werden kann.

Inzwischen nahm die Bewegung, welche durch die neue Lehre in der Wissenschaft entstanden war, einen immer breiteren Fluss an, immer neue Gesichtspunkte, neue Anwendungen wurden hervorgesucht. Entweder wurden die Folgerungen durch die Erfahrung bestätigt, oder sie lieferten interessante, bis dahin verborgen gebliebene Einblicke in den Haushalt der Natur. Im Februar 1854 hielt Helmholtz in Königsberg einen populär-wissenschaftlichen Vortrag³⁾ über die Wechselwirkung der Naturkräfte, dessen Hauptinhalt das neue Princip bildete, vornehmlich in seiner Anwendung auf die Theorie der Wärme. Die Frage nach dem Wieder-

1) Hermite: *Théorie et description d'une machine à courants électriques*. *Compt. Rend.* 39. p. 1200, 1854.

2) V. Regnault: *Recherches sur les chaleurs spécifiques des fluides élastiques*. *Compt. Rend.* 36, p. 676, 1853.

3) H. Helmholtz: *Über die Wechselwirkung der Naturkräfte*. Königsb. 1854. *Vortr. und Reden* I p. 25.

ersatz der ausgestrahlten Sonnenwärme, der Quelle alles irdischen Lebens, wird durch die Annahme gelöst, dass die Sonne sich durch fortdauernde Verdichtung immer wieder erwärmt. Dabei ergibt sich, dass eine Verringerung des Durchmessers der Sonne um den 10 000. Theil seiner jetzigen Grösse eine Wärmemenge producirt, die imstande ist, die Strahlung der Sonne für 2100 (nach einer späteren Berechnung 2289) Jahre in ihrer jetzigen Stärke zu erhalten.

In etwas anderer Weise beantwortet Thomson¹⁾ die nämliche Frage, indem er voraussetzt, dass es fremde kosmische Massen sind, die durch ihr Hineinfallen in den Sonnenkörper die Erwärmung des letzteren hervorrufen. Thomson berechnet, dass, wenn auf diese Weise die Wärmeabgabe der Sonne stets gerade wieder gedeckt würde, der Durchmesser der Sonne in 4000 Jahren um $\frac{1}{10}$ Bogensecunde zunehmen müsste.

Eine andere Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf die Energie der Sonnenstrahlung macht Thomson²⁾ in Bezug auf die Dichtigkeit des Lichtäthers. Nimmt man Licht- und Wärmestrahlen als identisch, so wird die ganze durch die Strahlung der Sonne an die Erde abgegebene Wärme-Energie geliefert durch die lebendige Kraft der schwingenden Äthertheilchen, und man kann daraus, mit Zugrundelegung der Pouillet'schen Messungen der Strahlungsintensität, die Dichtigkeit des Lichtäthers berechnen. Allerdings gehört dazu auch die Kenntniss der Geschwindigkeit der Schwingungen eines Äthertheilchens, oder, da wir die Schwingungsdauer kennen, der Amplitude dieser Schwingungen. Thomson nimmt an, dass die Geschwindigkeit, mit der ein Äthertheilchen seine Gleichgewichtslage passiert, kleiner ist als der 50. Theil der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, was man sicher thun kann, da doch das Verhältniss der Schwingungsamplituden zur Wellenlänge ein sehr kleines ist,

1) W. Thomson: Mémoire sur l'énergie mécanique du système solaire. Compt. Rend. 39, p. 682, 1854.

2) W. Thomson: Note sur la densité possible du milieu lumineux et sur la puissance mécanique d'un mille cube de lumière solaire. Compt. Rend. 39, p. 529, 1854.

und folgert daraus, dass ein (englischer) Cubikfuss Äther eine grössere Masse besitzt als der 156-trillionte Theil eines Pfundes.

Alle diese Berechnungen erfordern natürlich die Kenntnis des mechanischen Wärmeäquivalents, und es liegt auf der Hand, dass sich das Bedürfnis nach einer möglichst exacten Bestimmung dieser wichtigen Constanten bald fühlbar machte; denn wenn auch die Joule'schen Messungen als relativ zuverlässig gelten konnten, so differierten dessen genaueste Versuchsergebnisse untereinander doch immer noch in der dritten Zifferstelle. Hier war den Physikern ein fruchtbares Feld für Experimentaluntersuchungen gegeben, und so sehen wir denn allmählich eine ganze Literatur von Bestimmungen des mechanischen Wärmeäquivalents entstehen, von denen allerdings die meisten nach schon bekannten Methoden ausgeführt wurden und nur wenige sich an Exactheit mit den Joule'schen Berechnungen messen konnten; wir werden im folgenden nur derjenigen besonders Erwähnung thun, die auf wesentlich neuen Ideen beruhen. Nächst Joule, dessen Versuchszahlen L. Soret¹⁾ zusammenstellte, erwarb sich G. A. Hirn durch eine lang fortgesetzte Reihe von Experimentalarbeiten wichtige Verdienste auf diesem Gebiet. Zunächst veranlasst durch ein Preisausschreiben der Berliner physikalischen Gesellschaft theilte er im Jahre 1855 die Ergebnisse einiger Versuchsreihen mit²⁾, die nach ganz verschiedenen, mehr oder weniger originellen Methoden angestellt worden waren. Allerdings weichen die aus den einzelnen Versuchen gewonnenen Zahlen für das mechanische Wärmeäquivalent nicht unerheblich von einander ab. So ergab die Beobachtung der Wärmeerzeugung durch Reibung einer gusseisernen Trommel an einem Metallkörper die Zahl 371,6 Kgrm., durch Bohren eines Metallstücks die Zahl 425 Kgrm. Von prin-

1) L. Soret: Sur l'équivalence du travail mécanique et de la chaleur. Arch. d. scienc. phys. et nat. 26, p. 33, 1854.

2) G. A. Hirn: Recherches expérimentales sur la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur. 1855. Fortschr. d. Phys. v. J. 1855. (Referat von Clausius.)

G. A. Hirn: Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur présentées à la société de physique de Berlin. Colmar 1858.

cipieller Wichtigkeit war die Berechnung des Wärmeäquivalents durch die Vergleichung der von einer Dampfmaschine geleisteten Arbeit mit der in ihr verbrauchten Wärme, da hier zum ersten Mal Arbeitsleistung, nicht Arbeitsverbrauch zur Grundlage der Messung gemacht wurde (abgesehen von den wenigen Joule'schen Versuchen über die Ausdehnung von Luft unter Drucküberwindung). Das Resultat war (nach einer von Clausius¹⁾ verbesserten Rechnung) 413. Endlich untersuchte Hirn auch den Betrag der vom menschlichen Körper im Zustand der Ruhe und im Zustand des Arbeitens nach aussen abgegebenen Wärme. Im letzteren Falle ist diese Wärme beträchtlicher, infolge der verstärkten Respiration des arbeitenden Körpers, doch muss nach der Theorie der Mehrbetrag an producierter Wärme geringer sein als es dem vermehrten Sauerstoffverbrauch entsprechen würde, wegen der gleichzeitig geleisteten Arbeit. Hirn fand dies in der That bestätigt, erhielt aber, wegen der vielen uncontrolirbaren Fehlerquellen, quantitativ sehr verschiedenwertige Resultate. Dies veranlasste ihn zu der merkwürdigen Folgerung, dass das Wärmeäquivalent doch nicht constant sei, und dass also die mechanische Wärmetheorie auf falscher Grundlage beruhe.

Doch gab Hirn hiemit die Sache noch nicht auf: später mit Reibung fester Körper unter starkem Druck angestellte Versuche²⁾, welche die Äquivalenzzahl 451 Kgrm. ergaben, und besonders die durch neue Versuche an Dampfmaschinen gewonnenen Resultate veranlassten ihn doch schliesslich, sich mit der Annahme der Constanz des Wärmeäquivalents einverstanden zu erklären.³⁾

Dieser Gedanke wird denn auch durchgeführt in seinem umfangreichen Werk⁴⁾ über die mechanische Wärmetheorie (1862), in welchem er übrigens Wärme nicht als Bewegung, sondern, in ähnlicher Weise wie Mayer, als ein „besonderes

1) Fortschr. d. Phys. v. J. 1855, p. XXIII.

2) G. A. Hirn: Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur présentées à la société de physique de Berlin. Colmar 1858.

3) Hirn: Equivalent mécanique de la chaleur. Cosmos XVI, p. 313, 1860.

4) G. A. Hirn: Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur. Paris et Colmar 1862.

Princip“ aufgefasst wissen will. In diesem Werke veröffentlicht er eine Anzahl neuer Versuche zur Bestimmung des Wärmeäquivalents. Dieselben beruhen einmal auf der Reibung einer Flüssigkeit, die zwischen einem massiven und einem hohlen Cylinder eingeschlossen ist (Resultat: 432 Kgrm.), dann auf dem Ausströmen von Wasser unter hohem Druck (Resultat: 433 Kgrm.), ferner auf dem Stoss fester Körper. Ein eiserner Cylinder, der an zwei Paar Seilen horizontal aufgehängt ist, fällt seitlich gegen einen als Amboss dienenden ebenso aufgehängten Sandsteinblock, während zwischen ihnen sich ein Bleicylinder befindet, der durch den Stoss erwärmt wird (Resultat: 425 Kgrm.). Wieder andere Versuche sind mit der Expansion von Gasen angestellt (Resultat: 441,6 Kgrm.). Als Mittel aus all seinen Versuchen entscheidet sich Hirn schliesslich für den Wert 432 Kgrm. des mechanischen Wärmeäquivalents, der also die Joule'sche Zahl um etwa 2% übertrifft. — Dagegen fand Favre¹⁾ 1858 aus Beobachtungen über die Reibungswärme, die entsteht, wenn Stahlfedern gegen eine rotierende Scheibe gepresst werden, die Zahl 413,2 Kgrm.

Ehe wir zur Bestimmung anderer, auf elektrischem Wege gewonnener Bestimmungen des Wärmeäquivalents übergehen, wollen wir noch einen Blick werfen auf den weiteren Entwicklungsgang der Wärmetheorie um die damalige Zeit. Nachdem die Allgemeingiltigkeit des Satzes von der Äquivalenz der Wärme und Arbeit einmal durchweg anerkannt war, begann sich das allgemeine Interesse schon mehr und mehr von diesem Satze ab und dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, dem modificierten Carnot'schen Princip, zuzuwenden, so dass wir die Darstellung der Fortschritte dieser Theorie hier schon wesentlich einschränken müssen. Die meisten Untersuchungen, experimenteller wie theoretischer Natur, die seit jener Zeit auf diesem Gebiete angestellt wurden, behandeln oder haben zur Voraussetzung die Giltigkeit des Carnot'schen Princip, so dass man selten mehr auf einen neuen Satz stösst, der sich als reine Fol-

1) P. A. Favre: Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur. *Compt. Rend.* 46, p. 337, 1858.

gerung des Principis der Erhaltung der Energie erweist. Ein solcher findet sich ausgesprochen in einer Abhandlung¹⁾ von G. Kirchhoff, er betrifft die Abhängigkeit der Wärme, die bei der chemischen Verbindung zweier Körper nach aussen abgegeben wird, von der Temperatur, bei der die Reaction stattfindet, sowie von den specifischen Wärmen der Körper und der Verbindung, und beruht nur auf der Voraussetzung, dass die innere Energie (nach Kirchhoff: Wirkungsfunction) eines Körpers durch seinen augenblicklichen Zustand vollständig bestimmt ist; es ist für ihren Wert und folglich auch für die ganze nach aussen abgegebene Wirkung ganz einerlei, ob der chemische Process direct vorgenommen wird, oder ob man vorher die beiden Körper einzeln auf eine andere Temperatur bringt und dann den Process einleitet, wenn nur schliesslich der Endzustand wieder der nämliche ist.

Einen ganz ähnlichen Satz für die Lösungswärme von Salzen bei verschiedenen Temperaturen hatte schon im Jahre 1851 Person²⁾ entwickelt, war aber dabei noch von der alten Vorstellung eines Wärmestoffes ausgegangen. In der That führen hier beide Anschauungen zum nämlichen Ziel (wenn man von der äusseren Arbeit absieht), wie wir das auch schon früher an dem Satze von Hess (S. 20) über die chemische Wärme bemerkten, welcher auf ganz der nämlichen Grundlage beruht.

Mit einer neuen Art Energie beschäftigt sich Thomson in einer Untersuchung³⁾ über die Ausdehnung eines Flüssigkeitshäutchens, in welcher gezeigt wird, dass die Oberflächenspannung Arbeit zu liefern imstande ist. Doch spielt hier die Anwendung des Carnot'schen Principis schon eine zu wesentliche Rolle, um ein näheres Eingehen auf den Inhalt zuzulassen.

Inzwischen hatte auch die im engeren Sinne so zu be-

1) G. Kirchhoff: Über einen Satz der mechanischen Wärmetheorie und einige Anwendungen desselben. Pogg. Ann. 103, p. 177 (203), 1858.

2) C. Person: Recherches sur la chaleur latente de dissolution. Ann. d. chim. et d. phys. (3) 33, p. 448, 1851.

3) W. Thomson: On the thermal effect of drawing out a film of liquid. Proc. Roy. Soc. London IX, 255, 1858.

nennende mechanische Wärmetheorie einen wichtigen Schritt vorwärts gethan. Zuerst wurde im Jahre 1856 durch eine Abhandlung¹⁾ von Krönig, deren Inhalt sich im wesentlichen mit dem der Joule'schen Schrift aus dem Jahr 1851 (S. 61 f.) deckt, ohne jedoch im mindesten von ihr abhängig zu sein, die allgemeine Aufmerksamkeit auf die Hypothese gelenkt, nach welcher die einzelnen Gaspartikel in geradlinigen Bahnen mit gleichbleibender Geschwindigkeit im Raume umherfliegen und durch ihren Anprall gegen eine feste Wand den Druck des Gases, sowie durch ihre lebendige Kraft den Wärmeinhalt desselben bemerklich machen. Krönig legt dabei besonderen Wert auf die Aufrechterhaltung des Satzes der Äquivalenz von Wärme und Arbeit, indem er nachweist, dass, sobald die Expansionskraft des Gases Arbeit leistet, die lebendige Kraft der Theilchen in entsprechendem Maasse verkleinert wird. Im übrigen bleibt er noch, wie Joule, bei der Annahme stehen, dass die Gasmoleküle als einfache materielle Punkte zu denken seien, und musste so auf die nämliche Schwierigkeit gerathen, deren wir bereits oben Erwähnung gethan haben, dass nämlich die aus der mechanischen Vorstellung berechnete Wärmecapacität bei constantem Volumen beträchtlich kleiner ist als die auf calorimetrischem Wege beobachtete. Erst Clausius²⁾ gelang es, diesen bedenklichen Punkt, und zwar auf die glücklichste Weise, zu erledigen durch die Annahme, dass der Wärmeinhalt eines Gases, also die gesammte innere lebendige Kraft, nicht allein in der fortschreitenden Bewegung der Moleküle zu suchen sei, sondern dass ausser dieser noch eine schwingende Bewegung innerhalb der Moleküle existiere, deren lebendige Kraft nach einem allgemeinen mechanischen Satz zu der ersten hinzuaddiert werden muss, um die gesammte lebendige Kraft zu ergeben. Nach dieser Vorstellung zerfällt also das einzelne Molekül, auch eines einfachen Gases, noch in kleinere Bestandtheile (Atome), und während der Druck des Gases lediglich durch die fortschreitende Bewegung der Moleküle

1) A. Krönig: Grundzüge einer Theorie der Gase. Berlin 1856. Pogg. Ann. 99, p. 315, 1856.

2) R. Clausius: Über die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen. Pogg. Ann. 100, p. 353, 1857.

bestimmt wird, setzt sich die Wärme aus dieser und der schwingenden Bewegung zusammen. Da nun aber bei vollkommenen Gasen sowohl der Druck als auch die Wärme der absoluten Temperatur proportional sind, so folgt, dass die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung zu der gesammten im Gase enthaltenen lebendigen Kraft in einem constanten, höchstens von der Natur des Gases abhängigen Verhältnis steht. Clausius findet dies Verhältnis für alle zweiatomigen Gase gleich 0,6315, während bei allen Gasen, in denen mehr als zwei Atome zu einem Molekül vereinigt sind, ein verhältnismässig grösserer Bruchtheil der gesammten lebendigen Kraft zu intramolekularen Schwingungen verwendet wird.

Doch wir gerathen hier schon auf speciellere Fragen, die unserer Aufgabe, die Entwicklung des Energiebegriffes zu schildern, ferner liegen. Es genügt der Hinweis darauf, dass der Versuch, die Wärme eines Gases als lebendige Kraft der einzelnen Theilchen aufzufassen, in der That als im wesentlichen geglückt zu betrachten ist und dass dadurch zwei bis dahin nach Form und Begriff verschiedene Arten von Energie, die der Wärme und die der Bewegung, zu einer einzigen verschmolzen worden sind. Dass die Wärmeerscheinungen, von diesem neuen Standpunkt aus betrachtet, durchweg dem Gesetze der Erhaltung der Energie gehorchen, ist von vornherein klar, solange man, wie es in der Gastheorie allgemein geschieht, die zwischen den Molekülen und Atomen wirkenden Kräfte als Centralkräfte, oder den etwaigen Stoss zweier Partikel als vollkommen elastischen voraussetzt; denn hier befinden wir uns ja in dem Gebiete der reinen Mechanik, für welche bereits Helmholtz die Übereinstimmung des Satzes der lebendigen Kräfte mit dem der Erhaltung der Energie betont hat. Was derselbe jedoch nur mit den allgemeinen Ausdrücken „innere Spannkraft“ und „lebendige Kraft“ bezeichnen konnte, ist durch die neue Gastheorie bis ins einzelne präcisirt worden, und wenn die Ausdehnung der Theorie auf Flüssigkeiten und feste Körper bisher wegen der complicirteren Verhältnisse noch keine nennenswerten Fortschritte gemacht hat, so sind diese Schwierigkeiten doch nur in der Unvollkommenheit der Methoden und nicht im Wesen der Sache begründet.

Es bleibt uns noch übrig, des weiteren Verlaufs der Anwendungen zu gedenken, die unser Princip auf dem Gebiete der Elektrizität und des Magnetismus in der Mitte und am Ende der fünfziger Jahre gefunden hat. Hier begegnen wir zunächst einer Arbeit¹⁾ von W. Thomson, die eine Art Übersicht der verschiedenen Arten von Energie gibt, welche in elektrischen und magnetischen Processen zur Wirksamkeit kommen. Wenn nämlich durch einen solchen Process Arbeit erzeugt wird, was natürlich immer auf Kosten irgend eines Energievorraths geschieht, so stammt nach Thomson diese Arbeit aus einer von drei verschiedenen Arten von Energie her: 1) von elektrostatischer Energie, 2) von magnetischer Energie, 3) von elektrokinetischer (elektrodynamischer) Energie, die in galvanischen Strömen enthalten ist (S. 67); würden die elektrischen Theilchen Trägheit besitzen, so würde die lebendige Kraft ihrer Bewegung im Strom auch noch als Beitrag zu dieser letzteren Art Energie hinzutreten. Man erhält also durch Summierung dieser drei einzelnen Energiearten die gesammte in einem System von Körpern enthaltene elektrisch-magnetische Energie.

Die Art der Umsetzung von Energie, wie sie im geschlossenen galvanischen Stromkreis vor sich geht, ist von Koosen ausführlich dargestellt worden.²⁾ Die Erzeugung von Wärme durch den Strom musste den Gedanken nahelegen, auch diesen Vorgang zur numerischen Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalents zu verwerthen, und es sind auch nach dieser Methode eine Reihe von Bestimmungen ausgeführt worden. Seit den S. 30 erwähnten Versuchen von Joule, die auf die Zahl von 460 Kgrm. führten, hat zuerst le Roux diese Frage wieder aufgenommen.³⁾ Durch eine magnetelektrische Maschine liess er einen Strom erzeugen und verglich den calorischen Effect desselben mit dem mechanischen Arbeits-

1) W. Thomson: On the mechanical values of distributions of electricity, magnetism and galvanism. Phil. Mag. (4) 7, p. 192, 1854.

2) J. H. Koosen: Über die Gesetze der Entwicklung von Wärme und mechanische Kraft durch den Schliessungsdraht der galvanischen Kette. Pogg. Ann. 91, p. 427, 1854.

3) J. P. le Roux: Mémoire sur les machines magnéto-électriques. Ann. d. chim. (3) 50, p. 463, 1857.

aufwand. Das Resultat war 458 Kgrm. für die Wärmeeinheit. Favre¹⁾ verfuhr etwas anders: er erzeugte den Strom nicht auf magnetischem Wege durch Induction, sondern durch eine Hydrokette, schaltete aber dann einen Elektromotor ein und mass die Wärme, die vom Strom entwickelt wurde, erst mit, dann ohne Arbeitsleistung des Motors. Im letzteren Fall war die im Verhältnis zur chemischen Wirkung erzeugte Wärme natürlich bedeutender. Der Vergleich mit der im ersten Fall geleisteten Arbeit ergab als Äquivalenzwert Zahlen, die von 426 bis 464 differierten.

Einen hievon nicht unerheblich abweichenden Wert: 399,7 erhielt Quintus Icilius durch directe Messung der Joule'schen Wärme.²⁾ Derselbe wurde zu dieser Untersuchung veranlasst durch einen eclatanten Widerspruch, der sich ergeben hatte bei einer Vergleichung der aus den Versuchen von Lenz³⁾ über galvanische Wärmeentwicklung abgeleiteten Werte für die Stromwärme mit den von der Theorie geforderten Werten. Dieser Widerspruch bezog sich auf die Grösse des constanten Coefficienten c in der Formel für die in der Zeit 1 erzeugte Stromwärme: $Q = c \cdot J^2 \cdot W$. Wird Q in mechanischem Maass gemessen, so ist diese Constante nach der Theorie = 1 (vorausgesetzt, dass die Stromstärke J und der Widerstand W in absolutem Maass ausgedrückt sind, S. 60); wird aber die Wärme in Calorien angegeben, so ist c gleich dem reciproken Wert des mechanischen Wärmeäquivalents. Dagegen hatte Holtzmann⁴⁾ aus den Lenz'schen Versuchen⁵⁾ für c einen über 4mal so grossen Wert berechnet. Quintus Icilius unternahm es nun, den Widerstreit zwischen Theorie und Beobachtung zu schlichten, wobei übrigens

1) P. A. Favre: Recherches sur les courants hydro-électriques. Compt. Rend. 45, p. 56, 1857.

2) G. v. Quintus Icilius: Über den numerischen Wert der Constanten in der Formel für die elektro-dynamische Erwärmung in Metalldrähten. Pogg. Ann. 101, p. 69, 1857.

3) E. Lenz: Über die Gesetze der Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom. Pogg. Ann. 61, p. 18, 1844.

4) C. Holtzmann: Die mechanische Arbeit, welche zur Erhaltung eines elektrischen Stromes erforderlich ist. Pogg. Ann. 91, p. 260, 1854.

5) E. Lenz: Über die Gesetze der Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom. Pogg. Ann. 61, p. 18, 1844.

die Entscheidung von vornherein nicht zweifelhaft sein konnte, da schon früher Thomson (S. 60) ganz ähnliche Untersuchungen angestellt und dabei hinreichend gute Übereinstimmung gefunden hatte.

In der That ergab sich aus den Versuchen von Quintus Icilius für jene Constante ein Wert, der bedeutend kleiner war als der von Lenz und dem von der Theorie verlangten schon um Vieles näher kam. Betrachtete man ihn, wie es die Theorie will, wirklich als den reciproken Wert des mechanischen Wärmeäquivalents, so ergab sich daraus die oben genannte Zahl 399,7. Da die Frage nach der Ursache der Divergenz der Resultate von Lenz und Quintus Icilius immer noch unerledigt blieb, so fühlte sich J. Bosscha¹⁾ später veranlasst, auf die Sache noch einmal zurückzukommen, und constatirte dann als mutmasslichen Grund der Unrichtigkeit der aus den Lenz'schen Versuchen berechneten Zahl die beträchtliche Verschiedenheit der Kupfersorten, die Lenz bei seinen Versuchen und Holtzmann nachher bei seiner Berechnung benutzt hatte.

Einen anderen Weg, um zur Kenntniss des mechanischen Wärmeäquivalents zu gelangen, schlägt Bosscha ein²⁾, indem er die elektromotorische Kraft eines galvanischen Elements (Daniell) einmal in Wärmeeinheiten, dann in absolutem magnetischen Maasse ausdrückt (auf die Einheit der Zeit und des Stromes bezogen) und diese beiden Zahlen durch einander dividiert; der Quotient liefert das mechanische Wärmeäquivalent. So findet er mit Benutzung einiger Angaben von Joule für das Wärmeäquivalent die Zahl 421,1 Kgrm.

Bosscha verfertigte auch, entsprechend einem allgemein gewordenen Bedürfnis, im Jahre 1858 die erste Zusammenstellung³⁾ aller bis dahin von verschiedenen Physikern gemachten Bestimmungen des mechanischen Wärmeäquivalents,

1) J. Bosscha: Über das mechanische Äquivalent der Wärme, berechnet aus galvanischen Messungen. Pogg. Ann. 108, p. 162, 1859.

2) p. 168 l. c.

3) J. Bosscha: Het behoud van arbeidsvermogen in den galvanischen stroom. Leiden 1858, vervollständigt von E. Jochmann: Fortschr. d. Phys. v. J. 1858, p. 351.

sei es durch blosse Rechnung oder durch directen Versuch, — eine Tabelle, die allerdings noch recht bunte Zahlenreihen aufweist. Indessen schwanken die zuverlässigsten Versuche, zu denen immer noch in erster Linie die von Joule und Hirn gehören, im wesentlichen doch nur zwischen den Grenzen 420 und 430 Kgrm. Von den späteren Bestimmungen des Wärmeäquivalents werden wir noch im dritten Abschnitt dieser Schrift reden.

Ein besonderes Interesse nahm seit jener Zeit die Anwendung der neuen mechanischen Principien auf die Theorie der galvanischen Kette und die sich darin abspielenden, zum Theil sehr verwickelten Processe der Elektrolyse in Anspruch. Schon Grotthuss hatte den Versuch gemacht, eine Theorie der galvanischen Zersetzung auf rein mechanische Vorstellungen zu gründen, Clausius¹⁾ entwickelte dann diese Vorstellungen weiter, wobei er jedoch, behufs Erzielung einer besseren Übereinstimmung mit dem Ohm'schen Gesetz, einige wesentliche Modificationen der älteren Anschauung einführt, so vor allem die Annahme, dass die Moleküle eines Elektrolyten im natürlichen Zustand keine bestimmte Gleichgewichtslage besitzen, um welche sie oscillieren, sondern sich ganz unregelmässig durcheinanderbewegen, wobei es denn auch, durch zufällige Combinationen, leicht einmal kommen kann, dass ein Molekül sich in seine beiden Bestandtheile, den elektropositiven und den elektronegativen (die Theilmoleküle), spaltet, oder umgekehrt, dass zwei einzelne Theilmoleküle sich bei zufälligem Zusammentreffen zu einem Gesamtmolekül vereinigen. Wir dürfen allerdings auf diese einzelnen Fragen nicht weiter eingehen, sondern haben die Anwendungen zu untersuchen, die der Satz der Erhaltung der Energie auf diese Vorgänge findet, ganz unabhängig von solchen specielleren Vorstellungen. Hierher gehört zunächst die Untersuchung der Arbeit, welche der Strom im Innern eines Elektrolyten leistet, und die, wie bei den Leitern erster Classe, im allgemeinen ganz in Wärme verwandelt wird. Clausius findet ihren Betrag ganz entsprechend der in metal-

1) R. Clausius: Über die Elektricitätsleitung in Elektrolyten Pogg. Ann. 101, p. 338, 1857.

lischen Leitern¹⁾); das Joule'sche Erwärmungsgesetz gilt also auch hier, wie es das Experiment schon lange bestätigt hatte. Etwas anderes ist es, wenn in den Elektrolyten ein poröses Diaphragma, eine thierische Membran oder dgl. eingeschaltet ist. Dann tritt im allgemeinen die Erscheinung der elektrischen Endosmose ein, d. h. es wird eine gewisse Quantität Flüssigkeit vom Strome durch die Scheidewand getrieben. In diesem Falle hat der Strom ausser der schon angegebenen Arbeit noch eine andere zu leisten, welche einmal durch die Überwindung des der Bewegung der Flüssigkeit entgegenwirkenden hydrostatischen Druckes, dann auch durch die Reibung der Flüssigkeit in den Poren der Wand bedingt ist.²⁾

Wichtiger noch für die Theorie ist die Feststellung des allgemeinen Zusammenhangs der chemischen Arbeit des Stromes mit seinen thermischen Leistungen, — eine Frage, die wir auch schon öfters zu berühren Veranlassung hatten, und die bis in die neueste Zeit die Physiker beschäftigt; Bosscha hat sich ihr zuerst specieller gewidmet. Der Grundgedanke, der seinen und allen folgenden darauf bezüglichen Untersuchungen vorschwebt, ist die unmittelbare Folgerung des Satzes der Erhaltung der Energie, dass in einem stationären galvanischen Strom die Summe der vom Strom producierten Wärme äquivalent ist dem Gesamtaufwand von chemischer Energie. Doch ging Bosscha anfangs von der unbegründeten Voraussetzung aus, dass die thermischen Wirkungen des Stromes sich beschränken allein auf die Joule'sche Wärme, woraus nach den schon früher von Helmholtz und Thomson angestellten Betrachtungen folgen würde, dass die elektromotorische Kraft unmittelbar gemessen wird durch die von der Stromeinheit in der Zeiteinheit verbrauchte chemische Arbeit. Dieser Satz bestätigt sich allerdings speciell für das Daniell'sche Element (S. 60). Indem Bosscha die elektromotorische Kraft eines solchen Elements zuerst elektromagnetisch bestimmte, und dann den Betrag derselben verglich mit den thermochemischen Versuchen von Favre und

1) R. Clausius: l. c. p. 340.

2) p. 357, l. c.

Silbermann, Andrews und Joule, fand er eine vollständig befriedigende Übereinstimmung.¹⁾ Dieser Glaube an die Äquivalenz der elektromotorischen Kraft einer Kette mit der ihr entsprechenden chemischen Wärmetönung scheint damals ziemlich weit verbreitet gewesen zu sein; so wollten Marié-Davy und Troost²⁾ sich die thermochemischen Versuche schon ganz ersparen und statt dessen nur die Magnethnadel beobachten, was sich denn doch schliesslich als etwas vorzeitig herausstellte. Sobald man einmal darauf aufmerksam wurde, dass ausser der Joule'schen Wärme im Stromkreis auch noch andere thermische Wirkungen stattfinden (die Peltier'sche Wärme war ja ohnedies längst bekannt), musste auch jene Folgerung aus dem Grundprincip ins Wanken gerathen. Wir haben schon auf S. 61 ausgeführt, dass jede secundär entwickelte oder absorbierte Wärme notwendig eine Modification jener Regel erheischt; umgekehrt muss aus jeder Abweichung der Grösse der elektromotorischen Kraft von der obigen Regel mit Notwendigkeit auf eine Wärmewirkung in der Kette geschlossen werden, die von dem Joule'schen Gesetze abweicht.

Diese Folgerung erkannte Bosscha auch an und suchte sie im einzelnen zu bewahrheiten.³⁾ Die schon oben (S. 61) angeführte Faraday'sche⁴⁾ Ansicht, dass in der Daniell'schen Kette nur die Oxydation von Zink und Kupfer elektromotorisch wirksam sei, dagegen die Auflösung (resp. Ausscheidung) der Oxyde nur locale Wärmetönung erzeuge, verwarf er, weil die auf Grund dieser Annahme aus den Versuchen von Favre und Silbermann berechnete elektromotorische Kraft zu klein ausfällt; dagegen sah er sich genötigt, bei der Wasser-

1) J. Bosscha: Über die mechanische Theorie der Elektrolyse. Pogg. Ann. 101, p. 517, 1857.

2) Marié-Davy et Troost: Mém. sur l'emploi de la pile comme moyen de mesure des quantités de chaleur développées dans l'acte des combinaisons chimiques. Ann. d. chim. (3) 53, p. 423, 1858. Ferner Compt. Rend. 46, p. 936, 1858.

3) J. Bosscha: Über die mechanische Theorie der Elektrolyse. Pogg. Ann. 103, p. 487, 1858, ferner 105, p. 396, 1858.

4) M. Faraday: Exp. Res. Phil. Trans. London 1834 Apr., § 919.

zersetzung eine locale Wärmeerzeugung anzunehmen. Berechnet man nämlich die elektromotorische Kraft der Polarisation bei der Wasserzersetzung zwischen Platinelektroden einmal aus der Verbrennungswärme des Wasserstoffs, dann aus der durch die Einschaltung des Zersetzungsapparates hervorgerufenen Schwächung des elektrischen Stromes, so findet man die zweite Zahl um etwa 60% grösser als die erste. Diese Abweichung denkt sich nun Bosscha von dem Umstand herrührend, dass die elektrolytisch entwickelten Gase nicht sofort in ihrer gewöhnlichen Gestalt erscheinen, sondern zuerst den „activen“ Zustand durchmachen, eine allotrope Modification, die dadurch charakterisiert ist, dass in ihr jedes Gas eine grössere potenzielle Energie (einen mehr gelockerten Zusammenhang der Atome) besitzt, wie im natürlichen Zustand, weshalb bei der Verbindung der activen Gase mit einander eine grössere Wärmetönung auftreten muss; die elektromotorische Kraft nun, die bei der Polarisation beobachtet wird, entspricht nach Bosscha dieser grösseren Verbindungswärme im activen Zustand. Andererseits wird aber nachher, wenn die Gase in ihren natürlichen Zustand übergehen, eine gewisse locale Wärmemenge in jedem Gase frei, die in gar keinem directen Zusammenhang mit den elektrischen Vorgängen steht. Nach dieser Anschauung wäre also der Überschuss an Energie, welchen die elektromotorische Kraft des Polarisationsstroms im Vergleich zur chemischen Verbrennungswärme des Wasserstoffs liefert, der localen Wärme äquivalent, die in beiden Gasen beim Übergang aus dem activen in den natürlichen Zustand frei wird. Diese locale Wärme bewirkt natürlich eine erhöhte Schwächung des Stromes der ganzen Kette, in der die Wasserzersetzung vor sich geht, da der Energieaufwand, den sie erfordert, der elektromotorischen Wirkung entzogen wird.

Da übrigens nach der Erfahrung die elektromotorische Kraft der Polarisation nicht constant, sondern wesentlich abhängig ist von der Dichtigkeit des Stromes an den Elektroden, so muss Bosscha seinen Annahmen noch die weitere hinzufügen, dass im allgemeinen nicht die ganze beim Übergang eines Gases aus dem activen in den gewöhnlichen Zustand frei werdende Wärme local auftritt, sondern dass, nament-

lich bei grösserer Elektrodenoberfläche, wo ein gewisser Theil des Gases schon unmittelbar an der Elektrode in den gewöhnlichen Zustand übergeht, der entsprechende Betrag von Energie noch dem ganzen Strom zu Gute kommt und also in Joule'sche Wärme umgewandelt wird. Hiedurch würde sich dann die Abhängigkeit des Polarisationsstromes von der Stromdichtigkeit, sowie auch von der Natur des Elektrodenmetalls und des Elektrolyten erklären lassen.

Es versteht sich, dass sich für die unmittelbare Ursache der localen Wärmeerzeugung auch noch ganz andere Auffassungen als die Bosscha'sche geltend machen lassen, so namentlich das Auftreten eines Übergangswiderstandes — es ist dies eine Frage, über die das Princip der Erhaltung der Energie von vornherein keinen Aufschluss ertheilt: ihm wird genügt, wenn die locale Wärme in dem voraus berechneten Betrage überhaupt an der entsprechenden Stelle zum Vorschein kommt. Näheres hierüber vgl. im 3. Abschnitt.

Am klarsten spricht sich Bosscha über diese durch das Energieprincip geforderten Abweichungen der galvanischen Wärmeerzeugung vom Joule'schen Gesetz in einer späteren Arbeit¹⁾ aus, in welcher hauptsächlich die Smee'sche Säule und ihre locale Wärmeentwicklung der Betrachtung unterzogen wird.

Wir stehen nunmehr in der Darstellung der Entwicklung unseres Principes etwa beim Jahre 1860. In dem kurzen Zeitraum von kaum 18 Jahren hatte sich dieser Satz aus gänzlich verborgenem oder wenigstens vollständig unbeachtetem Dasein zu einer im Gesamtbereich der Naturwissenschaften dominierenden Macht emporgeschwungen, wie man das bis dahin nur etwa von der grossen Entdeckung Newton's erlebt hatte, die sich doch ihrerseits nur auf ein begrenztes Gebiet der Naturerscheinungen bezog. Bei dieser Schnelligkeit der Ausbreitung ist es nicht zu verwundern, wenn es auch um die genannte Zeit, besonders unter den älteren Physikern, immer noch einzelne gab, die sich mit den neuen Ideen noch nicht recht befreunden konnten. So ist von dem

1) J. Bosscha: Über das Gesetz der galvanischen Wärmeentwicklung in Elektrolyten. Pogg. Ann. 108, p. 312, 1859.

genialen Faraday¹⁾ bekannt, dass er an dem Begriff der potenziellen Energie, so wie ihn Rankine auffasste, Mancherlei auszusetzen fand. Er wollte sich nicht begnügen mit der einfachen Annahme, dass zwei sich anziehende Körper in grösserer Entfernung eine grössere potenzielle Energie besitzen, sondern er suchte für diese Energie noch ein besonderes physikalisches Substrat in einer veränderten Beschaffenheit des Zwischenmediums, wobei freilich zu bedenken ist, dass hierdurch die Sachlage auch nicht wesentlich geändert wird; denn dieser eigentümliche Zustand des Zwischenmediums würde eben auch nur in einer veränderten Lage seiner kleinsten Theilchen bestehen, so dass wir schliesslich die potenzielle Energie doch wieder nur in einer veränderten statischen Anordnung der Materie im Raum zu suchen hätten.

Dass in der Anwendung des neuen Principis auch gelegentlich Missverständnisse mit unterliefen, darf man bei der Ungewohntheit der durch dasselbe bedingten Denk- und Schlussweise nicht allzu auffallend finden. Schon Helmholtz²⁾ bespricht in seiner „Erhaltung der Kraft“ einige Einwände, die Matteucci³⁾ aus eigenen Versuchen gegen die Zulässigkeit der neuen Auffassung, die allerdings damals noch nicht zu einem besonderen Princip formuliert war, beigebracht hatte, und deren Begründung uns am besten zeigt, wie schwer es damals selbst für einen geschulten Physiker halten mochte, in den Geist des Principis einzudringen. Unter anderem leitet er einen Einwand her aus der Thatsache, dass Zink bei seiner Auflösung in Schwefelsäure ebensoviel Wärme erzeugt, wenn die Auflösung auf gewöhnlichem chemischen Wege erfolgt, als wenn man zunächst, unter Benützung einer Platinplatte als zweiter Elektrode, eine galvanische (Smee'sche) Kette daraus bildet. Denn im ersten Fall wird durch den Process nur Wärme produciert, im zweiten aber zugleich Wärme und Elektricität, es müsse daher nach dem in Frage stehenden

1) M. Faraday: On the conservation of force. Phil. Mag. (4), 13, p. 225, 1857; 17, p. 166, 1859 etc. Vgl. M. Rankine: On the phrase 'potential energy' and on the definitions of physical quantities. Phil. Mag. (4) 33, p. 88, 1867.

2) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 66, 1882.

3) Matteucci: Bibl. univ. Genève Suppl. Nr. 16, 1847, p. 375.

Satz die im letzteren Fall erzeugte Wärme kleiner sein um den Betrag des Äquivalents der producierten Elektrizität. Matteucci beachtete nicht, dass dies Äquivalent am Schluss des Processes $= 0$ ist; denn die producierte Elektrizität ist wieder verschwunden, sie hat nur als Mittelglied gedient für die Überführung der chemischen potenziellen Energie in thermische Energie.

Noch ungeheuerlicher erscheint uns die Behauptung, ein Strom müsste nach dem Princip weniger Wärme im Schliessungskreis erzeugen, wenn er eine Magnethadel in Ablenkung erhält, als wenn er dies nicht thut; denn diese Schlussfolgerung beruht auf einer gänzlichen Verkennung des Arbeitsbegriffes.

Aber auch noch in späterer Zeit treffen wir manchmal auf fehlerhafte Auffassungen. So betrachtete es 1857 Soret¹⁾ als ein Postulat des Princip, dass ein galvanischer Strom, welcher durch die elektromagnetischen Wirkungen eines Theils seiner Schliessung mechanische Arbeit leistet, in diesem Theile weniger Joule'sche Wärme entwickelt als in einem andern von gleichem galvanischen Widerstande, der keine solche Wirkungen äussert, — ein Irrthum, der übrigens auch anderen Physikern passiert ist.

Sehen wir von diesen immerhin sehr vereinzeltten Fällen des Missverständnisses ab, so lässt sich mit aller Bestimmtheit behaupten, dass um das Jahr 1860 der Kampf um die Anerkennung der neuen Theorie beendet, und die Entscheidung endgiltig zu ihren Gunsten ausgefallen war. Das Princip der Erhaltung der Energie hatte sich überall, wo man durch die Ausbildung der experimentellen Methoden in den Stand gesetzt war, eine Prüfung auszuführen, als vollkommen zulässig bewährt und wurde nun in die Zahl der Axiome aufgenommen, die der ferneren Forschung als Grundlage und Ausgangspunkt dienen. Ganz allmählich bürgerte sich nun auch das Wort „Energie“ von England aus auf dem Continent ein, besonders seitdem dasselbe von Clausius in der Wärmelehre angenommen worden war.

1) L. Soret: Recherches sur la corrélation de l'électricité dynamique et des autres forces physiques. Arch. d. sc. phys. 36, p. 38, 1857.

Von dieser Zeit ab datiert für die Entwicklung aller exacten Naturwissenschaften eine neue Epoche. Bisher war man allenthalben, wo es nicht, wie in der Mechanik und Astronomie, schon gelungen war, die Grundgesetze zu finden, aus denen alle einzelnen Erscheinungen hervorgehen, auf die rein inductive Methode angewiesen; von jetzt an war man im Besitze eines Princip, das, auf allen bekannten Gebieten durch sorgfältige Untersuchungen erprobt, nun auch für gänzlich unbekannte und unerforschte Regionen einen vortrefflichen Führer abgab. Erstens war schon die ganze Fragestellung, die ja eins der wesentlichsten Elemente einer jeden Erfolg versprechenden Untersuchung ausmacht, in die richtige Bahn gelenkt, und dann hatte man an allen Punkten dieser einmal beschrittenen Bahn stets eine unfehlbare Controlle bei der Hand, deren Anwendung nie versagte. Für alle naturwissenschaftlichen Speculationen bildet seitdem das Princip der Energie den solidesten Ausgangspunkt und ist in der That zu diesem Zweck schon vielfach benutzt worden.

Zugleich aber sehen wir, was dieser Rollenwechsel in der Stellung des Princip zu den übrigen Naturgesetzen für unsere jetzige Untersuchung im Gefolge hat. Während vorher diese Stellung eine engbegrenzte, die darauf bezügliche Literatur mehr oder weniger scharf von der übrigen abge sondert erschien, beginnen jetzt die Anwendungen nach allen Richtungen hin sich auszudehnen und allmählich in die Specialgebiete sich zu verlieren, und wenn wir den Spuren der historischen Weiterentwicklung des Princip, sei es auch nur in der Physik, zu folgen trachten, so gerathen wir in die einzelnen und einzelsten Fragen hinein, die zum grössten Theil noch der endgiltigen Lösung harren.

Es erscheint uns daher im Interesse der Übersichtlichkeit geboten, diese Fragen, soweit sie überhaupt noch der Geschichte des Princip selber angehören und nicht etwa blos Anwendungen desselben auf anderweitige unbewiesene Hypothesen betreffen, nicht hier, sondern erst im Zusammenhang mit der Darstellung der verschiedenen einzelnen Energiearten im dritten Abschnitt dieser Schrift zu behandeln, während der zweite der Aufgabe gewidmet sein soll, den Begriff der

Energie auf Grund der vorangegangenen geschichtlichen Entwicklung in seiner Allgemeinheit zu begründen, die verschiedenen Arten der Formulierung des Principes der Erhaltung der Energie zu trennen und übersichtlich zu ordnen, und endlich über die Beweise, die man für die Giltigkeit des Principes beibringen kann, und deren Leistungsfähigkeit eine kritische Umschau zu halten.

II. Abschnitt.

Formulierung und Beweis des Princips.

Jede physikalische Definition, die Anspruch auf Brauchbarkeit macht, muss den zu definierenden Begriff in letzter Linie zurückführen auf Begriffe, die der unmittelbaren Wahrnehmung durch die Sinne entspringen, so dass es nur einer directen Beobachtung bedarf, um die betreffende Grösse mehr oder weniger exact in Zahlenwerten auszudrücken. Da uns nun die Erscheinungen der Natur durch die verschiedenartigsten Sinne zum Bewusstsein gebracht werden, so würde es uns hier, wo es sich zunächst um die Aufstellung einer allgemeinen Definition des Begriffes der Energie handelt, nichts nützen, wenn wir uns etwa von vorneherein auf den Standpunkt der mechanischen Naturauffassung stellen wollten; denn das mechanische Maass, mit dem wir eine jede beliebige Erscheinung messen können, ist uns ja nicht unmittelbar gegeben, es soll im Gegentheil überhaupt erst gesucht werden. Es wird daher zunächst unsere Aufgabe sein, die Definition der Energie unabhängig von jeder besonderen Naturauffassung rein auf messbare Thatsachen zu begründen.

Von diesem Gesichtspunkt ausgehend können wir auf doppelte Weise verfahren. Wir können nämlich die Energie eines materiellen Systems definieren als eine Function, deren Wert in bestimmter Weise von den Variabeln abhängt, die den Zustand des Systems bestimmen, also von den Lagen, Geschwindigkeiten, Temperaturen u. s. w. der materiellen Elemente des Systems. Diese Definition setzt aber bereits die Allgemeingiltigkeit des Princips der Erhaltung der Energie voraus; denn um zu wissen, dass eine solche Function überhaupt existiert und wie sie sich aus jenen einzelnen Grössen

zusammensetzt, muss man das Princip bereits kennen und anwenden.

Wir geben daher zunächst einer anderen, im wesentlichen von W. Thomson (S. 64) herrührenden Definition den Vorzug, welche, ganz ohne Rücksicht auf die Giltigkeit oder Nichtgiltigkeit des Princip, den Wert der Energie eines materiellen Systems berechnen lässt lediglich aus den äusseren, der Beobachtung zugänglichen Wirkungen, welche das System bei einer gewissen Veränderung seines Zustandes hervorbringt. Danach bezeichnen wir die Energie (Fähigkeit, Arbeit zu leisten) eines materiellen Systems in einem bestimmten Zustand als den in mechanischen Arbeitseinheiten gemessenen Betrag aller Wirkungen, welche ausserhalb des Systems hervorgerufen werden, wenn dasselbe aus seinem Zustand auf beliebige Weise in einen nach Willkür fixierten Nullzustand übergeht.

Zunächst erfordern einige in dem Wortlaut dieses Satzes enthaltene Ausdrücke eine besondere Erläuterung. Unter den „ausserhalb des Systems hervorgebrachten Wirkungen“ oder kürzer: unter den „äusseren Wirkungen“ wollen wir alle am Schluss des Processes in der Natur eingetretenen Veränderungen verstehen, welche mit der Lage und Beschaffenheit der umgebenden (nicht in das System einbegriffenen) Körper zusammenhängen, darunter also z. B. auch die Veränderung der Lage des Systems relativ zur Umgebung; denn dieselbe hängt (ausser von der Lage des Systems selber) von der Lage der umgebenden Körper ab. Um die äusseren Wirkungen in ihrer Vollständigkeit zu erhalten, denkt man sich am besten das System zunächst vollständig isoliert im unendlichen Raum und führt erst dann diejenigen Körper in die Nähe, deren Einwirkung zur Herbeiführung des erforderlichen Überganges geeignet ist. Bewegt sich z. B. das System unter dem Einfluss der Schwere, so gehört zu den äusseren Wirkungen auch die Änderung der Lage des Systems relativ zur Erde; der in Arbeitseinheiten gemessene Betrag derselben ist die bei der Bewegung von der Schwerkraft geleistete Arbeit, welche mithin das Maass für die Energie des Systems (hier seine lebendige Kraft plus einer additiven Constanten) bildet. (Näheres hierüber weiter unten). Etwas anderes ist es

natürlich, wenn man die Erde mit in das betrachtete materielle System einbegreift; dann verschwinden die äusseren Wirkungen ganz.

Was ferner den in der Definition gebrauchten Ausdruck: „Der in mechanischen Arbeitseinheiten gemessene Betrag“ (kurz: Arbeitswert, mechanisches Äquivalent) der äusseren Wirkungen betrifft, so hat derselbe natürlich nur unter der Voraussetzung einen bestimmten Sinn, dass entweder die äusseren Wirkungen an sich lediglich mechanischer Natur sind, d. h. in der Erzeugung oder dem Verbrauch von lebendiger Kraft oder Arbeit (im engeren Sinne) bestehen, oder, falls sie von irgend anderer Art sind, dass dann ihr mechanisches Äquivalent schon anderweitig bekannt ist. Sollte diese Voraussetzung aber nicht erfüllt sein, nehmen wir z. B. an, die äusseren Wirkungen beständen in der Erzeugung irgend einer eigentümlichen Veränderung, etwa eines gewissen Agens, dessen Arbeitswert unbekannt sei, so lässt natürlicherweise die Definition zunächst im Stich, und man muss sich dadurch zu helfen suchen, dass man das neu erzeugte Agens auf irgend eine Weise wieder fortschafft, indem man es etwa zur Leistung mechanischer Arbeit oder zur Hervorbringung solcher Wirkungen verbraucht, die auf mechanisches Arbeitsmaass reducibel sind. Gelingt dieser Versuch, so kann man schliesslich doch alle äusseren Wirkungen in Arbeitsäquivalenten ausdrücken und so zum Ziel gelangen; dann stellt sich das mechanische Äquivalent einer Wirkung als diejenige Arbeitsmenge dar, in welche sich diese Wirkung verwandeln lässt. (Hiebei bleibt es übrigens noch ganz dahingestellt, ob die Arbeitsmenge verschieden ausfällt, wenn die Verwandlung auf verschiedene Weise vorgenommen wird.) Es ist aber auch sehr wohl der Fall denkbar, dass es überhaupt unmöglich ist, das neue Agens ganz in mechanische Wirkungen zu verwandeln, und in diesem Falle wird die für den Begriff des Arbeitswertes gegebene Erklärung, also auch die Definition der Energie, hinfällig.

Setzen wir z. B. einmal voraus, das mechanische Wärmeäquivalent sei noch unbekannt, und wir hätten die Energie irgend eines Körpers bei einer bestimmten Temperatur (unter gewöhnlichem Atmosphärendruck) zu berechnen; der Null-

zustand des Körpers sei durch eine bestimmte tiefere Temperatur (etwa 0° Cels.) charakterisiert. Es ist nun sehr leicht, den Körper durch Entziehung eines gewissen Wärmequantums (mittelst Ableitung von Wärme) in den Nullzustand zu bringen, aber die dabei erzeugte äussere Wirkung, die Erwärmung der Umgebung, lässt sich durch keinerlei Hilfsmittel vollständig in mechanische Arbeit verwandeln; welche Versuche man auch zu diesem Zwecke anstellen wollte, es bliebe immer eine gewisse Veränderung übrig, die sich nicht direct in Arbeitseinheiten messen lässt. Man könnte z. B. jene Wärme durch Ausdehnung des Trägers derselben in Arbeit umsetzen, dann hätte man aber wieder in dieser Ausdehnung eine gewisse Wirkung, deren mechanisches Äquivalent nicht bekannt ist, und die sich auch nicht auf mechanisch messbare Veränderungen zurückführen lässt, kurz: man würde auf diesem Wege nie zu einem Ausdruck für den Wert der Energie gelangen.

Daraus folgt, dass in dem angeführten Falle die für den Begriff des „Arbeitswertes“ einer Wirkung gegebene Erklärung einer geeigneten Ergänzung bedarf, und diese Ergänzung können wir auf die Thatsache gründen, dass, wenn eine gewisse Wirkung nicht vollständig in mechanische Arbeit verwandelt werden kann, sie sich doch stets durch Aufwand einer gewissen Arbeitsmenge erzeugen lässt. (Siehe jedoch den Einwand S. 96 und dessen Begegnung.) Bezeichnen wir daher in allen Fällen, wo die erste Erklärung nicht genügt, als mechanisches Äquivalent einer äusseren Wirkung diejenige Arbeitsmenge, welche aufgewendet werden muss, um diese Wirkung hervorzubringen, oder kürzer: welche sich in diese Wirkung verwandeln lässt (auf beliebigem Wege), so gewinnen wir unter allen Umständen einen Ausdruck für den Arbeitswert der äusseren Wirkungen und somit für die Energie des betrachteten Systems. Dies zeigt sich in der That unmittelbar an dem beschriebenen Beispiel, wo die äussere Wirkung in der Erwärmung eines Körpers besteht. Während es unmöglich ist, diese Wirkung vollständig in Arbeit zu verwandeln, so stehen dagegen verschiedene Methoden zur Verfügung, um durch Anwendung rein mechanischer Mittel diese Wirkung hervorzurufen, d. h.

den Körper aus der ursprünglich tieferen auf die höhere Temperatur zu bringen, wie: Stoss, Reibung, Compression. (Bei der Anwendung des letzten Mittels hat man dafür zu sorgen, dass der Körper sich nach erfolgter Compression ohne äussere Arbeitsleistung wieder ausdehnt, damit die durch die Compression erzeugte Wärme nicht nachher wieder verloren geht, wenn der Körper auf seinen ursprünglichen Druck zurückgebracht wird.) Das mechanische Äquivalent einer Erwärmung ist also gleich der Arbeitsmenge, deren Verbrauch die Erwärmung hervorruft.

Wir sehen hieraus, dass unter Benutzung der angegebenen Festsetzungen die Definition der Energie irgend eines materiellen Systems in allen Fällen (wenigstens) einen (positiven oder negativen) Zahlenwert in bekannten Einheiten liefert, der je nach der Exactheit der zu Gebote stehenden experimentellen Methoden mit grösserer oder geringerer Genauigkeit festgestellt werden kann. Selbstverständlich ist die Definition unabhängig von jeder hypothetischen Vorstellung, die man sich von der Beschaffenheit der verschiedenen in der Natur wirksamen Agentien bilden kann, insbesondere auch von der mechanischen Anschauung, da sie einzig und allein auf der directen Messung mechanischer Arbeitsgrössen beruht; ferner ist sie auch, was besonders bemerkenswert ist, durchaus unabhängig von der Giltigkeit des Principis der Erhaltung der Energie, denn sie lässt es ganz unentschieden, ob man bei Anwendung verschiedener Methoden der Überführung des materiellen Systems aus dem gegebenen Zustand in den Nullzustand zu verschiedenen Werten der Energie gelangt oder nicht, ebenso wie es vollständig offen gelassen ist, ob jeder äusseren Wirkung ein eindeutig bestimmtes mechanisches Äquivalent entspricht oder nicht.

Einen Einwand, der sich der Brauchbarkeit der gegebenen Definition entgegenstellen lässt, müssen wir hier jedoch noch besonders zur Sprache bringen. Es könnte nämlich sein, dass der Übergang des Systems aus dem gegebenen Zustand in den (nach Willkür fixierten) Nullzustand überhaupt gar nicht ausführbar ist. Nehmen wir z. B. an, das materielle System bestehe aus einer gewissen Quantität Kohlenstoff, die in dem gegebenen Zustand, dessen Energie bestimmt werden

soll, etwa als amorphe Kohle auftritt, während sie im Nullzustand die Modification des Diamanten bildet. Hier ist der Übergang in den Nullzustand durch keine experimentellen Mittel vollziehbar (wenn auch der umgekehrte Übergang möglich ist) und die Definition der Energie versagt von vorneherein ihren Dienst. Ja, wir können noch weiter gehen. Es sind sehr wohl Fälle denkbar, wo der Übergang in keinerlei Richtung, weder aus dem gegebenen Zustand in den Nullzustand noch umgekehrt, bewerkstelligt werden kann, während es doch (was natürlich Voraussetzung ist) das nämliche materielle System ist (d. h. die nämlichen chemischen Elemente), das wir in beiden Zuständen vor uns haben. Wählen wir auch hiefür ein bestimmtes Beispiel. Dextrose und Levulose sind zwei chemische Individuen von genau gleicher quantitativer Zusammensetzung, es können also die nämlichen Atome einmal zu Dextrose, einmal zu Levulose vereinigt gedacht werden. Doch sind die beiden Verbindungen zur Zeit nicht ineinander überführbar, auch lässt sich keine von ihnen aus ihren Elementen synthetisch darstellen, und man kann es daher bei dem jetzigen Stande der Wissenschaft durch keinerlei äussere Mittel, auch nicht durch Zerlegung in die Elemente, möglich machen, das System aus dem einen Zustand in den andern zu bringen. Wäre daher die Energie eines Quantums Dextrose (bei beliebiger Temperatur u. s. w.) zu bestimmen, bezogen auf dasselbe Quantum Levulose als Nullzustand (eine unter Umständen sehr wichtige Aufgabe), so würde die gegebene Definition der Energie vollständig im Stich lassen; diesem Beispiel lassen sich natürlich noch viele andere an die Seite stellen.

Wir können dem erhobenen Einwand auf zwei verschiedene Arten begegnen. Einmal könnten wir uns mit gewissem Recht darauf berufen, dass es sich hier gar nicht um eine wirklich ausführbare Messung des Wertes der Energie handelt, die ja ohnehin niemals mit absoluter Exactheit angestellt werden kann, und für die wir gleich weiter unten noch andere bessere Methoden finden werden, sondern vielmehr darum, den Sinn des Energiebegriffes hinlänglich klarzustellen, ganz abgesehen davon, ob der Weg, auf dem wir zu diesem Begriff gelangen, nur für die Vorstellung oder auch für das

Experiment gangbar ist. Hiezu würde aber gewiss der Nachweis genügen, dass der beschriebene Übergang aus dem gegebenen Zustand in den Nullzustand überhaupt in der Natur möglich ist, d. h. dass die bestehenden Naturkräfte bei geeignetem Zusammenwirken imstande sein würden, den Übergang herbeizuführen. Nun ist zu bedenken, dass das Experimentieren doch nur im mehr oder weniger willkürlichen Combinieren gewisser Naturkräfte besteht, und dass das Gebiet, auf welches sich diese Combinationen erstrecken, jedenfalls ein äusserst beschränktes zu nennen ist im Vergleich zu der Mannigfaltigkeit der ohne unser Zuthun in der anorganischen und der organischen Welt täglich von Statten gehenden Wirkungen. Wenn wir auch nicht imstande sind, nach Belieben amorphe Kohle in Diamant zu verwandeln, so liegt doch nichts im Wege, ja es sprechen viele Analogien dafür, anzunehmen, dass sich, vielleicht durch einen Jahrtausende lang währenden Krystallisationsprocess, Diamant aus einer Lösung einer gewöhnlichen Kohlenstoffverbindung abscheiden kann, und wenn dies einmal zugegeben ist, so kann man sicher auch von bestimmten äusseren Wirkungen und deren Arbeitswert reden. Jedenfalls ist noch keine Thatsache bekannt, welche uns hindert zu glauben, dass die Naturkräfte imstande sind, sämtliche Substanzen, auch die organischen und die organisierten Körper, in sämtliche andere überzuführen, wofern sie nur aus den nämlichen chemischen Elementen gebildet sind; weiter brauchen wir nicht zu gehen.

Die principielle Wichtigkeit der hier vorgetragenen Sätze verlangt es indessen, dass wir, um in der Definition des Energiebegriffes auch nicht die kleinste Lücke zu lassen, der Möglichkeit einer wenn auch an und für sich unwahrscheinlichen Annahme Rechnung tragen. In der That können wir in jedem Falle, wo aus irgend welchen Gründen unsere Definition nicht zum Ziele führt, uns immer noch auf eine andere Weise helfen, nämlich dadurch, dass wir den betreffenden Fall vorläufig ganz von der Betrachtung ausschliessen und die für ihn zu gebende Definition des Energiebegriffes erst bei einer späteren Gelegenheit (S. 101) nachholen, wo wir im Besitze verschiedener Sätze sein werden, welche

die Berechnung des Wertes der Energie unter allen Umständen gestatten.

Zu diesen Sätzen gelangen wir durch die Aufstellung des Principa der Erhaltung der Energie, das wir nun für alle Fälle, auf welche die Definition der Energie überhaupt Anwendung findet, folgendermassen aussprechen können: Die Energie eines materiellen Systems in einem bestimmten Zustand, genommen in Bezug auf einen bestimmten anderen Zustand als Nullzustand, hat einen eindeutigen Wert, oder mit anderen Worten, wenn wir den Wortlaut der Definition (S. 93) hier substituieren: Der in mechanischen Arbeitseinheiten gemessene Betrag (das mechanische Äquivalent, der Arbeitswert) aller Wirkungen, welche ein materielles System in seiner äusseren Umgebung hervorruft, wenn es aus einem bestimmten Zustand auf beliebige Weise in einen nach Willkür fixierten Nullzustand übergeht, hat einen eindeutigen Wert, ist also unabhängig von der Art des Überganges.

Indem wir die Frage nach der Beweisbarkeit dieses Satzes einer anderen Stelle überweisen, wollen wir denselben hier einstweilen als gegeben annehmen und im folgenden zunächst nur den Nachweis führen, dass alle anderen Formen, in denen man das Princip darzustellen pflegt, sich aus dieser einen deducieren lassen und also in ihr enthalten sind.

Zunächst das Princip der Unmöglichkeit des perpetuum mobile. Fixieren wir den Nullzustand des materiellen Systems so, dass er mit dem gegebenen, dessen Energie bestimmt werden soll, identisch ist, so haben wir für die Energie den Wert 0 zu setzen, da es dann offenbar überhaupt keiner äusseren Veränderung bedarf, um von dem ursprünglichen Zustand in den Nullzustand überzugehen. Dieser Wert 0 ist aber eindeutig für jede beliebige Art des Überganges, folglich haben wir den Satz: Das mechanische Äquivalent der Wirkungen, welche ein materielles System in seiner äusseren Umgebung hervorruft, wenn es, von einem bestimmten Zustand ausgehend, auf beliebige Weise verändert wird und schliesslich wieder in den Anfangszustand zurückkehrt (kürzer: wenn es einen Kreisprocess durchmacht), ist $= 0$.

Während dieser Satz, der die Möglichkeit der Construction eines perpetuum mobile ausschliesst, mit Notwendigkeit aus dem oben angegebenen Princip sich ergibt, so hat er jenes doch seinerseits nicht zur logischen Folge, wie wir gleich jetzt bemerken und später ausführlicher nachweisen werden.

Eine andere Folgerung aus dem Princip ergibt sich folgendermassen. Wir können uns den ganzen Process $A-N$, der das materielle System aus dem Anfangszustand A (durch gewisse Zwischenzustände $B, C, \dots M$ hindurch) in den Endzustand N führt, zerlegt denken in eine beliebige Anzahl aufeinanderfolgender einzelner Processe: $A-B, B-C, \dots, M-N$, in der Art, dass der Endzustand eines jeden Einzelprocesses (bis auf den letzten) zugleich den Anfangszustand des folgenden bildet. Dann ist offenbar der Arbeitswert der äusseren Wirkungen für den ganzen Process $A-N$ gleich der Summe der auf die Einzelprocesse entfallenden respectiven Beträge, und daraus folgt der Satz: Die Energie des Systems im Zustand A , bezogen auf den Nullzustand N ist gleich der Summe der Energien in den Zuständen $A, B, C, \dots, M$, bezogen auf die respectiven Nullzustände: $B, C, D, \dots, N$; oder in leicht verständlicher Bezeichnung:

$$[AN] = [AB] + [BC] + [CD] + \dots + [MN].$$

Zu diesem Satze fügen wir noch einen zweiten, ebenso einfachen. Nach der soeben abgeleiteten Gleichung in Verbindung mit dem Princip der Unmöglichkeit des perpetuum mobile ist:

$$[AN] + [NA] = [AA] = 0.$$

Daraus: $[AN] = -[NA]$

d. h. Die Energie des Systems im Zustand A , genommen in Bezug auf den Zustand N als Nullzustand, ist gleich und entgegengesetzt der Energie des Systems im Zustand N , genommen in Bezug auf den Zustand A als Nullzustand. Für die angewandten Symbole bestehen offenbar ganz die nämlichen Rechnungsgesetze wie für die geometrische Addition von Strecken.

Wir können nun die hier abgeleiteten Sätze zugleich benutzen, um die allgemeine Definition des Energiebegriffs

dadurch zu vervollständigen, dass wir sie auch auf diejenigen Fälle ausdehnen, welche bisher von der Betrachtung ausgeschlossen bleiben mussten. (S. 98.) Ist nämlich der Übergang aus dem Zustand A in den Zustand N nicht ausführbar, wohl aber der von N zu A (wie in dem einen der oben angeführten Beispiele), so definieren wir die gesuchte Energie $[AN]$ als die der Energie $[NA]$ entgegengesetzte Grösse, und ist das Verhältnis noch complicierter, so führen wir beliebige Zwischenzustände $B, C, \dots$ ein und zerlegen dadurch den ganzen Übergang von A zu N in eine Reihe Einzelübergänge, welche so gewählt sind, dass sie sich, jeder für sich, entweder in directer oder in umgekehrter Richtung ausführen lassen. Auf diesem Wege müssen wir durch die Anwendung der angeführten Sätze stets zu einem Ausdruck der Energie gelangen; denn wäre dies nicht der Fall: könnten wir nicht durch Einschiebung entsprechender Zwischenzustände einen Übergang von A zu N successive vermitteln, so hätten wir in diesen beiden Zuständen überhaupt nicht das nämliche materielle System vor uns, dann wäre also die Frage nach dem Werte der Energie von vorneherein absurd. — Dass diese Art, die Definition der Energie zu erweitern, nicht etwa eine künstlich herbeigezogene Complication des Begriffes in sich birgt, sondern in der Natur der Sache begründet ist, lässt sich am besten daraus erkennen, dass man bei jeder praktischen Berechnung der Energie eines materiellen Systems (z. B. in der Thermochemie) in der That gerade auf das Verfahren angewiesen ist, wie es unsere Definition vorschreibt; denn es gibt kein Mittel und keine Methode der Messung, welche gestattet den Weg zu umgehen, auf dem wir zur Bestimmung des Wertes der Energie gelangt sind. —

Wenn wir die Energie eines materiellen Systems in einem bestimmten Zustand A einmal auf den Zustand N , dann auf einen anderen Zustand N' als Nullzustand beziehen, so folgt aus der Relation:

$$[AN] - [AN'] = [AN] + [N'A] = [N'N]$$

dass die durch die verschiedene Wahl der Nullzustände bedingte Differenz in den Werten der Energie von A durch eine Grösse angegeben wird, die gar nicht von den Eigenschaften des Zustandes A , sondern allein von der Beschaffen-

heit der beiden Nullzustände abhängt. Lassen wir daher bei der Bestimmung der Energie die Wahl des Nullzustandes ganz offen, so wird in dem Ausdruck der Energie nur eine gewisse additive Constante unbestimmt gelassen.

Wir wollen aber jetzt dem Principe noch eine andere Fassung geben, die uns für die künftigen Betrachtungen von grösster Wichtigkeit sein wird. Denken wir uns ein materielles System durch irgend einen Process aus einem bestimmten Zustand A in einen andern Zustand B übergeführt, so ist der Arbeitswert der dabei eingetretenen äusseren Wirkungen in der von uns gebrauchten Bezeichnung gleich $[AB] = [AN] - [BN]$, wobei N einen ganz willkürlich gewählten Zustand des nämlichen Systems darstellt, d. h.: durch den ausgeführten Process ist die Energie des Systems (bezogen auf einen nach Willkür fixierten Nullzustand N) verkleinert worden um den Arbeitswert der hervorgebrachten äusseren Wirkungen, oder, was dasselbe ist, die Energie des Systems ist vergrössert (verändert) worden um den Arbeitswert der Wirkungen, welche ausserhalb des Systems verschwunden (verbraucht, aufgewendet) worden sind, um die Zustandsänderung zu bewerkstelligen.

Wenn speciell der Process in der Weise vor sich geht, dass in der äusseren Umgebung gar keine Wirkungen stattfinden, dann ist $[AB] = 0$, also $[AN] = [BN]$: die Energie im Zustand A ist gleich der im Zustand B .

Die Energie eines materiellen Systems ändert sich also nicht, wenn bei Ausführung irgend eines Processes keine äussere Veränderung eintritt, oder mit anderen Worten: wenn in dem System nur innere Wirkungen stattfinden. In dieser Form stellt sich das Princip als das der Erhaltung der Energie dar, und diese Form ist es nun, die durch eine etwas veränderte Auffassung des Begriffes der Energie sich so ungemein bequem für die directe Anschauung und fruchtbar für die weitere Behandlung erweist. Im bisherigen haben wir nämlich die Energie eines Systems immer als eine Grösse betrachtet, deren Begriff wesentlich verknüpft ist mit dem der äusseren Wirkungen, die das System bei irgend einer Veränderung hervorruft; denn nach der Definition wird der Betrag der Energie nur durch diese äusseren Wirkungen

gemessen, und wenn man daher der Energie in Gedanken irgend ein materielles Substrat unterlegen will, so hat man dasselbe in der Umgebung des Systems zu suchen; hier allein findet die Energie ihre Erklärung und folglich auch ihre begriffliche Existenz. Solange man von den äusseren Wirkungen eines materiellen Systems ganz abstrahiert, kann man auch von seiner Energie nicht reden, da sie dann nicht definiert ist. In Übereinstimmung mit dieser Auffassung steht die Kirchhoff'sche Bezeichnung der Energie als „Wirkungsfunktion“. Nun sehen wir andererseits aus der zuletzt abgeleiteten Form des Principis, dass die Energie eines Systems constant bleibt, wenn ein mit ihm ausgeführter Process keine äusseren Wirkungen hervorruft, mögen die inneren Wirkungen noch so ausgedehnt und verschiedenartig sein. Dieser Satz führt uns dazu, die in einem System enthaltene Energie als eine begrifflich von den äusseren Wirkungen unabhängig bestehende Grösse aufzufassen. Das System besitzt ein gewisses Quantum Energie, das (bei fixiertem Nullzustand) durch den augenblicklichen Zustand vollständig bestimmt ist und jederzeit (durch Überführung in den Nullzustand) berechnet werden könnte. Dies Quantum bleibt constant, wird erhalten, solange das System keine Wirkungen nach aussen abgibt resp. empfängt, und durch die inneren Wirkungen wird nur seine Form, nicht seine Grösse geändert. Nun haben wir uns die Energie als im System selbst befindlich vorzustellen, als eine Art Vorrath (nach C. Neumann: „Capital“), welcher durch innere Wirkungen unzerstörbar ist, und diese Auffassung ist für die unmittelbare Anschauung überaus bequem durch ihre Analogie mit dem Verhalten der Materie, die auch in verschiedene Formen überführbar, aber nach ihrer Quantität (Masse) unveränderlich ist. Ebenso wie die Gesamtmasse eines Körpers sich als die Summe der Massen der einzelnen in demselben enthaltenen chemischen Substanzen darstellt, so setzt sich die Energie eines Systems zusammen aus der Summation der einzelnen Energiearten, und man kann die Veränderungen und Umwandlungen dieser verschiedenen Arten ebenso bis ins kleinste Detail hinein verfolgen, wie die Veränderungen der Materie, wofür wir in der Folge zahlreiche Beispiele finden werden. Ohne Zweifel beruht

zum grossen Theil auf dieser Analogie die verhältnismässig überraschende Leichtigkeit und die sieghafte Klarheit, mit der sich das Princip der Erhaltung der Energie binnen weniger Jahre die allgemeine Anerkennung eroberte und in der Überzeugung eines Jeden festsetzte.

Man könnte hier die Frage aufwerfen, ob es denn wirklich für die gesunde Weiterentwicklung des Princips von Nutzen ist, in dieser Weise von der primären Definition des Begriffes abzuweichen und ihm eine specielle physikalische Deutung zu geben, die doch schliesslich nur auf einer Analogie beruht, also an und für sich zu gar keinen Schlüssen berechtigt. In der That muss zugegeben werden, dass diese Frage von vorneherein durchaus nicht unstatthaft ist, ja, es lässt sich sogar nachweisen, dass gerade durch diese veränderte Auffassung der Begriff der Energie (nicht ihr Wert, der ja durch die allgemeine Definition ein für allemal gegeben ist) etwas Unbestimmtes bekommt. Man denke z. B. an die verschiedenen Deutungen, die man dem Begriff der elektrostatischen Energie eines Systems von geladenen Leitern im Gleichgewichtszustand geben kann. Die Einen suchen die Energie in einem Zwangszustand der das Leitersystem umgebenden Dielektrica, räumlich über alle Dielektrica hin erstreckt, die Andern in einer Fernwirkung der elektrischen Ladungen der Leiter, auf den Oberflächen der Leiter ausgebreitet. Solange man den Widerstreit der beiden Theorien unentschieden lässt, d. h. sich auf die Betrachtung von Naturvorgängen beschränkt, die durch beide gleich befriedigend erklärt werden, bleibt diese Frage vollständig offen; die Unbestimmtheit liegt dann im Begriff der Energie, man kennt den Platz nicht, den man ihr anweisen soll, und hat auch kein Mittel, ihn zu finden. Wäre man dagegen bei der ursprünglichen Definition stehen geblieben, so hätte man die Energie eben nur als eine bestimmte Zahl, als einen gewissen Arbeitsbetrag, aufzufassen, wobei natürlich jede Unbestimmtheit des Begriffes ausgeschlossen ist.

Indessen ist doch gerade an dem genannten Beispiel, dem später noch andere folgen werden, unverkennbar, dass mit der hier in Rede stehenden substanziellen Deutung des Begriffes der Energie nicht nur eine Vermehrung der Anschau-

lichkeit, sondern auch ein directer Fortschritt in der Erkenntnis verbunden ist. Dieser Fortschritt beruht auf der Anregung zur weiteren physikalischen Forschung. Man wird sich nun nicht mehr damit begnügen, den Zahlenwert der Energie des Systems zu kennen, sondern man wird versuchen, die Existenz der verschiedenen Arten der Energie an den verschiedenen Elementen des Systems im einzelnen nachzuweisen, und den Übergang in andere Formen und zu anderen Elementen ebenso verfolgen, wie die Bewegung eines Quantums Materie im Raum. Sobald man aber auf diese Frage eingeht, nimmt die Unbestimmtheit, die vorher im Begriffe selber lag, die Form eines der Lösung fähigen physikalischen Problems an, und in der That steht zu erwarten, dass auf diese Weise, durch Erforschung der Wirkungsweise aller in der Natur thätigen Agentien bis ins einzelne, auch die physikalische Bedeutung der Energie eine ganz bestimmte werden wird, so dass wir dann die gesammte Energie eines materiellen Systems als ein Aggregat von lauter einzelnen Elementen ansehen können, deren jedes seinen bestimmten, besonderen Sitz in der Materie hat. Gewiss ist zuzugeben, dass diese (sozusagen materielle) Auffassung der Energie als eines Vorraths von Wirkungen, dessen Menge durch den augenblicklichen Zustand des materiellen Systems bestimmt ist, möglicherweise später einmal ihre Dienste gethan haben und einer anderen, allgemeineren und höheren, Vorstellung Platz machen wird: gegenwärtig ist es jedenfalls Sache der physikalischen Forschung, diese Auffassung als die anschaulichste und fruchtbarste überall bis ins einzelne durchzubilden und ihre Consequenzen an der Hand der Erfahrung zu prüfen; es lässt sich in dieser Richtung, wie wir später sehen werden, noch mancher neue Gesichtspunkt auffinden.

Indem wir uns nun an die Aufgabe machen, diese Durchführung systematisch ins Werk zu setzen, wobei wir zugleich auch die für die Anwendung bequemsten Formen des Principes kennen lernen werden, gehen wir aus von der Betrachtung eines beliebigen in der Natur mit irgend einem materiellen System vor sich gehenden Processes. Ein solcher Process besteht immer in einer Reihe von Veränderungen, die das System erleidet, und zwar können wir hiebei immer zwei

Fälle unterscheiden. Entweder: die in dem System stattfindenden Veränderungen sind vollkommen unabhängig von der äusseren Umgebung, in der sich das System befindet, so dass der Process genau ebenso verlaufen würde, wenn man sich alle nicht zum System gehörige Materie aus dem Raum entfernt denkt, — in diesem Falle sprechen wir nur von inneren Wirkungen. Oder: der Verlauf des Processes ist wesentlich beeinflusst durch das Vorhandensein äusserer Körper — dann haben wir ausser den etwaigen inneren Wirkungen auch äussere mit in Betracht zu ziehen. Es ist klar, dass dieser Unterschied zwischen inneren und äusseren Wirkungen kein absoluter ist, sondern wesentlich abhängt von der Wahl des materiellen Systems: wir können jede äussere Wirkung dadurch zu einer inneren machen, dass wir die Körper, in denen oder zwischen denen sie stattfindet, mit in das System einbegriffen denken, und werden es daher, für einen beliebig angenommenen Process, durch gehörige Ausdehnung des Systems immer erreichen können, dass alle Veränderungen sich als innere Wirkungen darstellen. Streng genommen gibt es zwar überhaupt keinen Process, der nur in inneren Wirkungen besteht, da ja sämtliche Körper des Weltalls in steter Wechselbeziehung miteinander stehen, so dass, wie weit hinaus wir unser materielles System auch erstrecken mögen, es immer noch ausserhalb desselben Materie geben wird, welche eine Wirkung darauf ausübt. Indessen: überall, wo es auf Zahlen ankommt, genügt es, nur diejenigen Grössen in Betracht zu ziehen, welche oberhalb einer gewissen kleinen Grenze liegen, so dass wir thatsächlich bei jeder Naturerscheinung trotz der Ausschliessung einer unendlichen Anzahl von Körpern es immer werden dahin bringen können, nur innere Wirkungen untersuchen zu müssen. Diese Wahl des Systems wollen wir uns für die nächstfolgenden Betrachtungen immer vollzogen denken, so dass wir zunächst stets nur von inneren Wirkungen zu reden haben.

Für diesen Fall spricht sich das Princip der Erhaltung der Energie nach Seite 102 in der Form aus, dass die Energie des Systems eine constante, mit der Zeit unveränderliche Grösse ist. Bezeichnen wir also den Zustand des Körpersystems zur Zeit des Beginns der Veränderungen als Anfangs-

zustand, einen anderen (in endlicher oder unendlich kleiner Zeit) darauf folgenden als Endzustand des Processes, so ist die Energie des Systems im Anfangszustand gleich der im Endzustand, oder: die Differenz der Energien im Anfangs- und Endzustand ist gleich 0. Um nun diesen Satz mit Vortheil anwenden zu können, ist es nötig, den allgemeinen Ausdruck der Energie des Systems zu kennen. Die Energie ist aber, wie wir wissen, durch den augenblicklichen Zustand des Systems (bis auf eine additive Constante) vollständig bestimmt, sie muss sich also als eine eindeutige Function derjenigen Grössen darstellen lassen, welche diesen Zustand bestimmen. Es handelt sich daher jetzt vor allem um die Frage: Welches sind die Grössen, die den Zustand eines materiellen Systems bestimmen? und diese Frage führt zu einer näheren Erörterung des Zustandbegriffes überhaupt.

Beschränkt man sich auf die Betrachtung von Bewegungserscheinungen, so lässt sich der Zustand eines Systems von Punkten bezeichnen als der Inbegriff der Lagen und der Geschwindigkeiten aller Punkte des Systems. Die Bestimmungsstücke des Zustandes sind also die Raumcoordinaten der Punkte und ihre ersten Differenzialquotienten nach der Zeit, von diesen Grössen allein hängt die Energie des Systems ab; wenn sie gegeben sind, ist überhaupt der ganze Verlauf der Bewegung, mithin alle Variablen des Systems als Functionen der Zeit bestimmt. Für beliebige physikalische Erscheinungen reicht aber diese Definition des Zustandes nicht aus, und wir wollen daher allgemeiner folgendermassen definieren: „Der Zustand eines materiellen Systems in einem bestimmten Zeitpunkt ist der Inbegriff aller derjenigen Grössen, durch deren augenblicklichen Wert der ganze zeitliche Verlauf des in dem System stattfindenden Processes vollständig bestimmt ist.“ (Äussere Wirkungen sind hier ja ausgeschlossen.) Die Energie des Systems erscheint dann als eine bestimmte Function dieser Grössen.

Zu diesen „Bestimmungsstücken des Zustands“ (kurz: „Zustandsgrössen“) gehören, ausser den schon erwähnten auf die Mechanik bezüglichen Variablen, die Temperatur, die elektrische und magnetische Dichte, die galvanische Stromintensität u. s. w. Ausgeschlossen dagegen sind Grössen wie die

Beschleunigung, die Strömungsgeschwindigkeit der geleiteten Wärme u. s. w., denn diese Grössen sind immer schon durch die vorigen mitbestimmt, ihre Kenntnis ist also nicht mehr erforderlich für die Bestimmung des zeitlichen Verlaufs eines Processes. Dies gilt auch dann, wenn, wie beim Weber'schen elektrischen Grundgesetz, die Kraft ausser von der Lage und der Geschwindigkeit auch noch von der Beschleunigung abhängig gesetzt wird; denn da andererseits die Kraft proportional der Beschleunigung angenommen wird¹⁾, erhält man schliesslich doch immer eine Relation, welche die Beschleunigung ein für alle Mal auf Lage und Geschwindigkeit zurückführt, so dass sie niemals willkürlich gegeben werden darf, — ein Punkt, der manchmal übersehen worden ist.

Im allgemeinen werden die Zustandsgrössen alle von einander unabhängig sein, so dass man, um den Zustand vollständig angeben zu können, den Wert jeder einzelnen dieser Variablen kennen muss; indessen kommt es doch auch häufig vor, dass durch feste, von vorneherein gegebene Bedingungen eine Anzahl von Relationen zwischen diesen verschiedenen Grössen vorgeschrieben ist, welche einige derselben als abhängig von den übrigen erscheinen lassen. Einen solchen Fall haben wir z. B. in der Mechanik, wenn zwischen den Coordinaten der beweglichen Punkte bestimmte Bedingungsgleichungen bestehen, also wenn etwa zwei Punkte mit einander durch eine Gerade von constanter Länge verbunden sind. Dann sind offenbar Lagen und Geschwindigkeiten nicht von einander unabhängig, sondern der Zustand ist schon durch weniger Variablen bestimmt, als wenn die Punkte vollkommen frei sind.

Ähnliche Fälle treffen wir oft an bei anderen Processen. So z. B. stellt das Ohm'sche Gesetz in seiner Anwendung auf den stationären Strom einer galvanischen Batterie eine solche Relation zwischen Zustandsgrössen dar. Die elektromotorische Kraft der Kette (Summe der elektrischen Spannungen je zweier sich berührender Leiter), der Widerstand und die Stromintensität sind alles Zustandsgrössen, im all-

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere über das Princip der Erhaltung der Energie. Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X. Nr. 1, p. 1, 1871. Vgl. auch IX, p. 573, 1864.

gemeinen müssen daher die Werte aller drei Grössen unabhängig von einander gegeben sein, wenn der augenblickliche Zustand des ganzen den Strom leitenden Körpersystems bestimmt sein soll; nur die von vorneherein gestellte Bedingung, dass der Zustand stationär ist, führt eine Abhängigkeit dieser Grössen von einander herbei, so dass eine derselben durch die beiden andern bestimmt erscheint. Lässt man aber diese Bedingung fallen, so hindert nichts, anzunehmen, dass in einem Augenblick eine Stromintensität besteht, die dem von dem Ohm'schen Gesetz für den stationären Zustand geforderten Wert nicht entspricht, ja, so lange sie nicht besonders gegeben ist, darf man den Zustand gar nicht als bestimmt annehmen; es wird dann im allgemeinen die Stromintensität nicht constant bleiben, sondern sich in gewisser Weise verändern, um eventuell in den stationären Zustand überzugehen. Dies zeigt sich z. B. bei der Erscheinung des allmählichen Ansteigens eines Stromes von dem Augenblick an, wo die Leitung geschlossen ist; die Intensität wächst dann in kürzerer oder längerer Zeit von 0 auf ihre constante Höhe. — In seiner Allgemeinheit genommen spricht aber das Ohm'sche Gesetz durchaus keine Beziehung zwischen Zustandsgrössen aus, da der allgemeine Ausdruck der elektromotorischen Kraft ein Glied enthält, das von der Induction des eigenen oder eines fremden Stromes herrührt, und dieses Glied enthält seinerseits den Differenzialquotienten der Stromintensität nach der Zeit, der nicht zu den Zustandsgrössen gehört.

Betrachten wir noch ein weiteres Beispiel: die temporäre Magnetisierung. Setzt man der gebräuchlichen, von Poisson begründeten, Theorie zufolge in einem magnetisch inducierten Körper, z. B. weichem Eisen, das magnetische Moment proportional der magnetisierenden Kraft, so erhält man damit wieder eine Relation zwischen lauter Zustandsgrössen; denn auch die magnetische Kraft lässt sich ja unmittelbar durch den magnetischen Zustand des Körpers und der Umgebung ausdrücken. Aber andererseits ist auch bekannt, dass diese Relation nur einem gewissen, nach Ablauf einer endlichen Zeit eingetretenen Gleichgewichtszustand entspricht, und dass man, falls diese Zeit mit in Rechnung gebracht wird, sehr wohl von einem Zustand ausgehen kann, in dem das magne-

tische Moment noch nicht den Wert erreicht hat, den es zufolge einer bestimmten magnetisierenden Kraft im Gleichgewichtszustand annehmen würde. Überhaupt ist ersichtlich, dass jeder stationäre und jeder Gleichgewichtszustand eine besondere Bedingungsgleichung zwischen Zustandsgrössen involviert.

Was nun diese in gewissen Fällen eintretende Abhängigkeit der Zustandsgrössen von einander für unsere Betrachtungen so wichtig macht, ist der Umstand, dass sich in jedem solchen Falle der Ausdruck der Energie in verschiedene Formen bringen lässt und dadurch gerade zu der schon Seite 104 angegebenen Unbestimmtheit des Begriffes Veranlassung gibt. Sehen wir nämlich jetzt zu, wie man in einem bestimmten vorgelegten Falle, für ein gegebenes materielles System in einem bestimmten Zustand, zu dem Ausdruck der Energie gelangt. Zunächst ist daran festzuhalten, dass der Zahlenwert dieser Grösse, wie er aus der allgemeinen Definition hervorgeht, stets eindeutig bestimmt ist; man findet ihn aus den Vorschriften der Definition, dadurch dass man erst nach Willkür einen Nullzustand fixiert und dann auf die angegebene Weise den Arbeitswert der äusseren Wirkungen misst, welche durch den Übergang in den Nullzustand hervorgerufen werden. Ist der Zahlenwert für einen bestimmten Fall gefunden, so hat man damit natürlich noch nicht den allgemeinen Ausdruck der Energie des Systems in seiner Abhängigkeit von den Zustandsgrössen, sondern muss nun weiter untersuchen, wie sich der gefundene Zahlenwert ändert, wenn die Bestimmungsstücke des Zustands variiert werden. Diese Untersuchung fällt unter die allgemeine Aufgabe jeder experimentellen Forschung, bei der es sich darum handelt, die quantitative Abhängigkeit einer Erscheinung von einer anderen durch Versuch festzustellen. Gesetzt nun, es sei das Gesetz dieser Abhängigkeit gefunden, so wird man die Energie des Systems als Function der Zustandsgrössen ausdrücken können, und hat so die Aufgabe gelöst.

Doch werden eben hier zwei Fälle zu unterscheiden sein. Wenn die Zustandsgrössen wirklich auf alle mögliche Weise variiert waren, so lässt sich der Wert der Energie nur auf eine einzige Art als Function dieser Grössen darstellen, da

dann die Variabeln alle von einander unabhängig sind. Diese Function wollen wir im folgenden den „primären“ Ausdruck der Energie nennen, er hat allgemeine und unbedingte Geltung. Oftmals wird es aber vorkommen, dass man nicht von allen möglichen Wertcombinationen der Zustandsgrößen ausging, sondern etwa nur von Gleichgewichts- oder stationären oder überhaupt solchen Zuständen, deren Mannigfaltigkeit, wie vorher geschildert, durch eine oder mehrere Bedingungsgleichungen zwischen den Zustandsgrößen eingeschränkt ist. In jedem solchen Falle ist der Ausdruck der Energie als Function der Zustandsgrößen nicht eindeutig bestimmt, sondern kann, mit Benutzung jener Bedingungsgleichungen, in verschiedene Formen gebracht werden, indem irgend eine Variable durch irgend welche andere ersetzt wird; dann ist auch die Entscheidung über die Form des primären Ausdrucks der Energie unmöglich und bleibt es, solange man sich auf die betrachteten Zustände beschränkt. Wir sehen also hieraus unter anderem, dass die Berechnung der Energie aus Gleichgewichts- oder auch nur stationären Zuständen niemals zum primären Ausdruck derselben führen kann, wie sich dies schon aus dem Seite 104 angeführten Beispiel eines elektrostatischen Gleichgewichtszustandes ersehen lässt. Hier ist in der That heutzutage noch nicht mit Bestimmtheit entschieden, welche der beiden angegebenen Formen den primären Ausdruck der Energie darstellt, und man kann bis dahin nach Willkür jede derselben als die primäre betrachten. Ähnliches gilt von den anderen Seite 108 f. angeführten Fällen. Nehmen wir z. B. einen stationären galvanischen Strom von der Intensität i , der elektromotorischen Kraft e , dem Gesamtwiderstand w , dann lässt sich die in dem Widerstand w in der Zeiteinheit erzeugte Joule'sche Wärme auf verschiedene Weise ausdrücken: durch $i^2 w$ oder durch $e \cdot i$ oder auch durch $\frac{e^2}{w}$. Welcher von diesen Werten als der primäre Ausdruck der Wärmeerzeugung anzusehen ist, lässt sich erst dann entscheiden, wenn man von stationären Strömen zu nichtstationären übergeht, d. h. die Bedingung aufgibt, welche hier die Zustandsgrößen aneinander knüpft; man findet dann, dass allein $i^2 w$ den gesuchten primären Ausdruck darstellt.

Wir wollen noch einen anderen ebenfalls hierher gehörigen Fall zur Sprache bringen, der die Bestimmung der Energie eines elastischen Körpers betrifft. Wenn ein vollkommen elastischer (fester oder flüssiger) Körper vermöge der ihm innewohnenden Kräfte Bewegungen (Schwingungen) vollführt, ohne dass er dabei von aussen irgend eine Einwirkung, die mit Arbeitsleistung verbunden ist, erfährt, so ist nach unserem Princip seine Energie von der Zeit unabhängig. Nehmen wir nun weiter an, die Bewegung sei derart, dass etwaige Temperaturdifferenzen, die in ihrem Verlauf durch die Deformationen entstehen, nicht durch Wärmeleitung zur Ausgleichung kommen, wie man das z. B. bei Schallschwingungen in der Regel voraussetzen kann, so ist der augenblickliche Zustand des Körpers immer schon bestimmt durch Lage (Deformation) und Geschwindigkeit aller seiner Theilchen, insbesondere hängt die Temperatur eines Theilchens nur von seiner Deformation ab, und es kann daher auch der Wert der Energie als Function von Lage und Geschwindigkeit allein dargestellt werden. Da nun die Geschwindigkeit immer in der Form der lebendigen Kraft in dem Ausdruck der Energie enthalten ist, so ziehen wir aus der Unveränderlichkeit der Gesamt-Energie den Schluss, dass die Summe der lebendigen Kraft und einer gewissen Function der Deformation während der ganzen Bewegung constant ist. Diese Function der Deformation führt bekanntlich den Namen Kräftefunction oder Potenzial der elastischen Kräfte, sie stellt diejenige Energieart vor, welche durch die Gesammtheit der Deformationen bedingt ist. Indes ist zu bedenken, dass diese Form des Wertes der Energie nicht aus dem allgemeinsten Zustand des Körpers abgeleitet ist, sondern nur aus solchen Zuständen, die dadurch auseinander hervorgehen, dass man die Wärmeleitung ausschliesst. Wir haben also hier wieder den Fall einer Bedingung zwischen den Zustandsgrössen, und in der That lässt sich leicht zeigen, dass die Kräftefunction nicht den primären Ausdruck der Energie bildet; sie verliert daher ihre Bedeutung, wenn man die hier gemachte Beschränkung aufhebt und zur Betrachtung allgemeinerer Zustände übergeht.

Am klarsten tritt dies hervor bei den Bewegungen soge-

nannter vollkommener Gase, weil für sie der primäre Ausdruck der Energie allgemein bekannt ist. Betrachten wir einmal ein solches Gas, welches Schwingungen ausführt, etwa bei constantem Gesamtvolumen, damit äussere Wirkungen ausgeschlossen bleiben, und berechnen wir zunächst seine Kräftefunction unter der oben gemachten Voraussetzung, dass keine Wärmeleitung im Innern stattfindet. Dann ist der Druck p eines Massentheilchens vollständig bestimmt durch sein Volumen v , es ist nämlich:

$$p = \frac{C}{\frac{c_p}{v c_v}},$$

wobei C eine von der Natur des Gases abhängige Constante, c_p und c_v die beiden specifischen Wärmen bedeuten, und die Kräftefunction nimmt den Wert an:

$$-\int p dv = \frac{1}{\frac{c_p}{c_v} - 1} \cdot \frac{C}{v \frac{c_p}{c_v} - 1} + \text{const.}$$

Zufolge dem Princip der Erhaltung der Energie ist dann die Summe der gesammten lebendigen Kraft der Schwingungen und der über alle Massentheile erstreckten Kräftefunction von der Zeit unabhängig. Die Kräftefunction bildet nun aber nicht den primären Ausdruck der Energie, derselbe lautet vielmehr für die Masseneinheit: $c_v \cdot \vartheta + \text{const.}$, ganz unabhängig vom Volumen. Hiebei ist ϑ die absolute Temperatur, c_v ist auf mechanisches Arbeitsmaass bezogen. Wir können also jedenfalls den nämlichen Satz auch für den Fall aussprechen, dass wir statt der Kräftefunction (auf die Masseneinheit bezogen) den Ausdruck $c_v \cdot \vartheta + \text{const.}$ einsetzen. In der That überzeugt man sich unmittelbar, dass unter den hier angenommenen Bedingungen diese beiden Ausdrücke gleichwertig sind, da

$$\frac{1}{\frac{c_p}{c_v} - 1} \cdot \frac{C}{v \frac{c_p}{c_v} - 1} = c_v \cdot \vartheta;$$

denn mit Benutzung des obigen Wertes von p erhalten wir hieraus:

$$\frac{1}{c_p - c_v} \cdot p v = \vartheta,$$

eine Gleichung, die ganz allgemein für jeden Zustand eines vollkommenen Gases gilt.

So lange man an der hier betrachteten Art der Bewegungen festhält, ist es vollständig gleichgiltig, welche der beiden Formen der Energie man der Rechnung und Anschauung zu Grunde legt; die erstgenannte hat sogar den Vorzug, dass man bei ihr die Änderungen der Temperatur gar nicht zu berücksichtigen braucht; daher bedient man sich ihrer meistens in der Elasticitätslehre. Sobald aber die gemachte Beschränkung durchbrochen wird, ist es notwendig, auf den primären Ausdruck der Energie zurückzugreifen.

Da, wie wir gesehen haben, die Gewinnung der primären Form der Energie an die Aufhebung einer jeden beschränkenden Bedingung zwischen den Zustandsgrößen geknüpft ist, so kann man niemals behaupten, dass wir uns wirklich im Besitze dieser primären Form befinden; denn wir sind keineswegs sicher, ob die Zustände, mit denen wir operieren, in der That die allgemeinsten sind. So pflegen wir z. B. als primären Ausdruck der Energie zweier gegeneinander gravitierender Massen das Product dieser Massen, dividirt durch ihren Abstand, anzusehen, — eine Auffassung, die aus der Vorstellung einer unmittelbaren Fernwirkung entspringt. Es wäre aber sehr wohl denkbar, und in Anbetracht der Richtung, welche die Entwicklung der physikalischen Theorien in jüngster Zeit genommen hat, sogar nicht unwahrscheinlich, dass man einmal von dieser Vorstellung einer unvermittelten, momentan in die Ferne wirkenden Anziehungskraft abgeht und an ihre Stelle eine Wirkung substituiert, die sich in messbarer Zeit durch das Zwischenmedium vermittelt einer eigentümlichen Deformation desselben von Theilchen zu Theilchen fortpflanzt. Sollte diese Anschauung wirklich einmal Platz greifen, so könnten wir den bisher gebrauchten Ausdruck der Energie nicht mehr als den primären betrachten, seine Gültigkeit ist an die Bedingung geknüpft, dass die von der einen Masse ausgehende Wirkung bei der andern bereits angelangt ist, und sich im Zwischenmedium ein stationärer Zustand gebildet hat. Dieser Zustand ist dann aber nicht mehr der allgemeinste, und in der That würde dann der primäre Ausdruck der Energie seine Form

ändern und sich als ein Integral darstellen, das über das gesamte Zwischenmedium zu erstrecken ist. Selbstverständlich bleibt diese Frage so lange offen und jeder der beiden Ausdrücke der Energie gleich berechtigt, als man auf die Untersuchung eines solchen allgemeineren Zustandes verzichtet. Wie anregend die Frage nach dem primären Ausdruck der Energie auf die Forschung nach neuen Erscheinungen wirkt, darauf haben wir schon oben (S. 105) aufmerksam gemacht.

Wir wollen nun für das Folgende die Annahme machen, dass uns der primäre Ausdruck der Energie bekannt ist, soweit eben die Allgemeinheit der von uns betrachteten Zustände reicht. Überall, wo dies nicht mit Sicherheit der Fall ist, beschränken wir lieber vorläufig jene Allgemeinheit; wenn wir uns z. B. in der Elektrostatik mit der Betrachtung von Gleichgewichtszuständen (der Elektrizität) begnügen, dürfen wir es ganz unentschieden lassen, ob die elektrostatische Energie mit Faraday-Maxwell im Innern des Dielektricums oder mit Coulomb-Weber auf der Oberfläche der Leiter zu suchen ist, und nach Belieben jeden der entsprechenden Ausdrücke als den primären betrachten. Im übrigen wollen wir uns das zu Grunde liegende materielle System in möglichst mannigfaltigen Umständen befindlich vorstellen: es mögen sich darin bewegte und ruhende Körper befinden, wärmere und kältere, leuchtende und dunkle, Leiter und Nichtleiter, elektrische, von Strömen durchflossene und magnetische Körper, kurz es mögen alle nur denkbaren physikalischen Erscheinungen in dem System vertreten sein. Dann zeigt sich zunächst die merkwürdige Thatsache, dass der (primäre) Ausdruck der Energie in der Form einer Summe auftritt, deren einzelne Glieder aus bestimmten, den einzelnen besonderen Erscheinungsformen entsprechenden Zustandsgrößen zusammengesetzt sind. Somit zerfällt der Wert der gesamten Energie von selber in eine Anzahl von Einzelenergien, die untereinander unabhängig sind, und deren jede in besonderer Weise aus einer einzelnen Eigenschaft des betrachteten Zustandes hervorgeht. Dadurch werden wir veranlasst, in dem System verschiedene Arten von Energie zu unterscheiden, so eine mechanische, eine thermische, eine chemische, eine elektrische, eine magnetische Energie; durch

Summation derselben erhalten wir daraus die Gesamtenergie des Systems.

Diese Thatsache, welche wir als das Princip der Über-einanderlagerung (Superposition) der Energien bezeichnen können, hängt wesentlich mit dem Umstand zusammen, dass viele in der Natur auftretende Erscheinungen gänzlich unabhängig von einander verlaufen: die Erwärmung eines Körpers ändert seine Schwere nicht, eine elektrostatische Ladung bleibt ohne Einfluss auf den Magnetismus, u. s. w., mag man nun diesen Umstand als die Ursache oder als die Folge jener Thatsache betrachten. Wir wollen das Princip der Über-einanderlagerung der Energien, welches die Verallgemeinerung einer ganzen Reihe in der Physik wohlbekannter Sätze ausspricht, hier einfach als durch die Erfahrung gegeben hinnehmen, es wird uns bei der ferneren Behandlung unserer Aufgabe ein äusserst wertvolles Hilfsmittel für die Erschliessung weiterer Folgerungen aus dem Erhaltungsprincip abgeben.

Um die Übersicht über die einzelnen Glieder jener Energiensumme zu erleichtern, hat man nach verschiedenen Gesichtspunkten Eintheilungen derselben vorgenommen, so ausser der bereits von uns erwähnten, die auf die Verschiedenartigkeit der einzelnen Naturerscheinungen basiert ist und wohl als die zunächstliegende gelten kann, die Eintheilung in zwei Summanden: Actuelle und potenzielle Energie (Energie der Bewegung und der Lage, S. 68). Diese Eintheilung beruht auf der Voraussetzung, dass alle Veränderungen in der Natur mechanischer Beschaffenheit sind, sie rechnet alle Glieder, die nur von den Geschwindigkeiten abhängen, zur actualen Energie, alle, die nur von den Lagen abhängen, zur potenziellen Energie. Seitdem man allerdings gefunden hat, dass es auch Energiearten gibt, die durch Lage und Geschwindigkeit zugleich bestimmt sind, ist die Art der Anwendung dieser Eintheilung etwas zweifelhaft geworden. Das ist z. B. der Fall bei der sogenannten elektrokinetischen Energie eines galvanischen Stromes, die nicht nur von der Intensität des Stromes, sondern auch von der relativen Lage der einzelnen Stromelemente abhängig ist; ob diese Energie als actuelle oder als potenzielle angesprochen werden muss,

lässt sich nicht klar ansehen, gewöhnlich geschieht allerdings das Erstere (vgl. 3. Abschnitt). Im Grunde kommt natürlich nichts darauf an, da der Wert der Gesamtenergie von dieser Verschiedenheit der Auffassung unberührt bleibt. Eine andere Eintheilungsart liefert die Unterscheidung zwischen äusserer und innerer Energie, wobei man unter äusserer Energie im wesentlichen dasselbe versteht wie unter mechanischer Energie im engeren Sinn (Energie der molaren Bewegung), unter innerer Energie aber den Rest der gesammten Energie. Wieder nach einem anderen Gesichtspunkt, nämlich nach der Möglichkeit der unmittelbaren Verwandlung in mechanische Arbeit, hat Helmholtz in neuerer Zeit die Eintheilung in freie und gebundene Energie vorgenommen.

Indem wir die Besprechung der einzelnen Energiearten dem letzten Abschnitt dieser Schrift überweisen, wollen wir hier zunächst nur auf die Bequemlichkeit hindeuten, welche aus der Giltigkeit des Principis der Superposition der Energien für die Anschauung des Begriffes und für die Berechnung des Wertes der Gesamtenergie erwächst. Hiernach können wir uns die Gesamtenergie des Systems als einen durch einfaches Aneinanderreihen der Einzelenergien entstandenen Vorrath vorstellen, gerade so wie das Gesamtgewicht eines Körpers aus dem Aufeinanderhäufen der einzelnen in ihm enthaltenen chemischen Elemente hervorgeht. Dabei kann die Grösse jeder einzelnen Energieart für sich allein berechnet werden, ganz unabhängig von anderen Eigenschaften des betrachteten Systems, wenn man nur die speciellen Zustandsgrössen kennt, die ihr entsprechen. Wir kommen so dazu, jeder Energieart in Gedanken ihren besonderen Platz in der Materie anzuweisen und erreichen dadurch den praktischen Vortheil einer erleichterten Übersicht über die einzelnen Energiearten, die uns vor dem Fehler bewahrt, eine derselben bei der Berechnung der Gesamtenergie ausser Acht zu lassen. Im allgemeinen entspricht jeder in dem System wirksamen Kraft, oder überhaupt jeder besonderen Eigenschaft des Systems eine besondere Energieart, die man sich an derjenigen Stelle befindlich vorstellen mag, an welcher jene Eigenschaft zur Erscheinung kommt.

Wenn in dem System nur solche Kräfte thätig sind, die

nur in unmessbar kleinen Entfernungen wirken, so wird die Wirkung auf irgend ein materielles Theilchen nur abhängig sein von dem Zustand dieses Theilchens selber, resp. seiner unmittelbaren Umgebung, und man erhält dann die Energie des Systems einfach durch Summation der Energien aller materiellen Theilchen desselben. Wesentlich anders ist es aber, wenn Kräfte vorkommen, die unmittelbar in die Ferne wirken, da die durch eine solche Kraft bedingte Energie im allgemeinen von denselben Grössen abhängen wird, wie die Kraft selber, also namentlich von der Entfernung der beiden aufeinander wirkenden Elemente. In diesem Fall ist die Energie ihrem Begriffe nach in der gleichzeitigen Lage der beiden Elemente begründet, ihr Sitz befindet sich also nicht an einer einzigen Stelle im Raum, und man kann nicht mehr die Gesamtenergie des Systems gleich der Summe der Energien der einzelnen materiellen Elemente setzen, vielmehr hat man zu dieser Summe noch diejenigen Energiearten hinzuzufügen, die durch die Fernwirkungen je zweier Elemente bedingt sind. — Gesetzt nun, wir hätten den Ausdruck der Gesamtenergie als Summe der einzelnen Energiearten gefunden, so haben wir ihren Wert für jede Veränderung des Systems unabhängig von der Zeit zu setzen, während die einzelnen Energiearten ihre Grösse auf gegenseitige Kosten verändern können; es lässt sich also jeder Process, der in der Natur vor sich geht, auffassen als eine Umwandlung einzelner Energiearten ineinander, während ihre Summe, der gesammte im System vorhandene Vorrath von Energie, weder vermehrt noch vermindert werden kann.

Wir wollen nun um einen Schritt weiter gehen. Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich nur auf Veränderungen des Systems, die lediglich von inneren Wirkungen herrühren, während die nicht zum System gehörige Materie gar keinen Einfluss auf dasselbe ausübte. Würde sich die Anwendung des Principa nur auf diesen Fall erstrecken, so könnte man verhältnismässig wenig Nutzen aus ihm ziehen; denn es liefert dann nur eine einzige Gleichung, eben die, welche die Constanz der Energie ausspricht. Zudem müsste man bei einem gegebenen Process, um alle äusseren Wirkungen auszuschliessen, im allgemeinen stets eine beträchtliche An-

zahl von Körpern in das System mit einbegreifen, dadurch würde die Zahl der den Zustand bestimmenden Grössen eine bedeutende, und die eine Gleichung des Princip der Erhaltung der Energie würde hier wenig leisten. Wir wollen nun aber zeigen, dass wir für irgend einen in einem materiellen System vor sich gehenden Process im allgemeinen nicht nur eine, sondern unendlich viele Gleichungen aus dem Princip herleiten können, so dass uns dasselbe oft dazu dienen kann, den ganzen zeitlichen Verlauf des Processes eindeutig zu bestimmen.

Hier zeigt sich die Analogie unseres Princip mit dem der Erhaltung der Materie in ihrer ganzen Fruchtbarkeit. Die Summe der in der Natur enthaltenen ponderabeln Massen ist unveränderlich, doch wechseln sie ihre Lage im Raum; betrachten wir also ein bestimmt abgegrenztes Rauminvolumen, so ist die darin enthaltene Masse im allgemeinen nicht constant, sondern die Änderung (Zunahme) dieser Masse in einem gewissen Zeitraum ist gleich der in dieser Zeit von aussen in das Volumen eingetretenen Masse. Einen ganz ähnlichen Satz leiten wir für die Energie eines materiellen Systems ab. Ebenso nämlich, wie die Materie ihre Lage im Raum wechselt, während ihre Summe constant bleibt, so wechselt die Energie ihre Lage und ihre Form in der Materie, so dass wir folgende Betrachtung anstellen können. In einem materiellen System, das keinen äusseren Wirkungen ausgesetzt ist, bleibt die Energie constant. Greifen wir aber aus dem System einen beliebigen Complex materieller Elemente heraus und betrachten sie als ein besonderes System, so wird dasselbe auch seine besondere Energie haben, die nach dem Muster des Ausdrucks der Energie des Gesamtsystems gebildet werden kann. Diese Energie wird im allgemeinen nicht constant bleiben, sie würde es nur dann sein, wenn das betrachtete System im Verlaufe des Processes gar keine Wirkungen von aussen erlitte, was im allgemeinen nicht der Fall sein wird; daher ändert sich die Energie, und zwar eben nach Maassgabe der äusseren Wirkungen. Durch die äusseren Wirkungen wird also (positive oder negative) Energie von aussen in das System hineingeschafft (transferiert), in einem Betrage, der angegeben wird durch den auf Seite 102

entwickelten Satz: Die einer bestimmten Zustandsänderung eines materiellen Systems entsprechende Änderung (Vergrößerung) der Energie ist gleich dem Arbeitswert der Wirkungen, welche ausserhalb des Systems aufgewendet worden sind, um die Zustandsänderung zu bewerkstelligen. Natürlich ist in diesem Satz der frühere als specieller Fall mit enthalten, da, wenn keine äusseren Wirkungen stattfinden, auch keine Energie in das System übergeführt werden kann.

Die angezogene Analogie mit der Veränderung der ein bestimmtes Raumvolumen erfüllenden Materie reicht aber nur bis zu einer gewissen Grenze, die darin liegt, dass die gesammte in einem Raum befindliche Masse gleich der Summe der in den einzelnen Raumtheilen enthaltenen Massen ist, während ein ähnlicher Satz für die in einem materiellen System enthaltene Gesamtenergie nicht existiert, wenigstens dann nicht, wenn die *actio in distans* zugelassen wird. (S. 118.) Die Energie eines Systems enthält vielmehr ausser der Summe der Energien der einzelnen materiellen Theile noch andere Energiearten, und dadurch wird ihr Verhalten ein wenig complicierter.

Wenn nun durch einen gegebenen Process ein materielles System eine gewisse Zustandsänderung erleidet, so kann man sich die Berechnung des Arbeitswertes der dabei aufgewendeten äusseren Wirkungen oft wesentlich erleichtern durch die Überlegung, dass dieser Arbeitswert ganz unabhängig ist von dem Wege, auf welchem die Zustandsänderung herbeigeführt wird, dass man also statt des gegebenen Processes und statt der gegebenen äusseren Wirkungen beliebige andere substituieren kann, wenn sie nur die gleiche Zustandsänderung des Systems veranlassen; denn dann ist auch der gesuchte Arbeitswert wieder der gleiche. Betrachten wir hiefür ein Beispiel aus der Mechanik. Die Energie eines in Bewegung begriffenen Körpers (von constanter innerer Beschaffenheit) ist seine lebendige Kraft; dieselbe bleibt constant, so lange keine äusseren Wirkungen stattfinden. Wenn nun aber mechanische Kräfte von aussen auf den Körper einwirken, so wird durch sie Energie auf den Körper übertragen. Dabei können die äusseren Wirkungen höchst mannigfacher Art sein, je nach der Natur der angenommenen

Kräfte (Stoss-, Reibungs-, in die Ferne wirkende Kräfte), es können sich also in der Umgebung äussere mechanische oder innere molekulare oder thermische oder elektrische Änderungen vollzogen haben: der Arbeitswert dieser äusseren Wirkungen ist aber immer gleich der Arbeit, welche die angenommenen Kräfte an dem Körper leisten, einerlei woher sie stammen. Dies also ist der Betrag der in den Körper transferierten Energie, d. h. der Zuwachs seiner lebendigen Kraft.

Man sieht nun leicht, dass die Anzahl der Anwendungen des Princip in seiner letzten Fassung auf einen gegebenen Process geradezu eine unendliche ist, sowohl nach der Zeit als auch nach der Materie. Denn wir können einerseits eine beliebig grosse oder kleine Zeit der Betrachtung zu Grunde legen, insbesondere eine unendlich kleine Zeit, wodurch wir die Anwendung auf Elementarprocesse erhalten, andererseits einen beliebig grossen oder kleinen Complex von materiellen Elementen, insbesondere einen unendlich kleinen, also einen Elementarkörper; für jeden solchen Complex liefert das Princip eine besondere Gleichung. Man hat sich jedesmal diejenige Combination auszuwählen, für welche sich die Rechnung am bequemsten gestaltet, und muss selbstverständlich dabei stets die Vorsicht üben, von vorneherein das zu Grunde gelegte materielle System — wir wollen es im folgenden zur Abkürzung „Grundsystem“ nennen — genau zu fixieren.

Nehmen wir z. B. irgend ein Gasquantum, das durch Compression und durch Wärmezufuhr von aussen in seinem Zustand geändert wird. Solange wir das Gas allein als Grundsystem betrachten, bestehen die aufgewendeten äusseren Wirkungen in der Lagenänderung des comprimierenden Körpers und in der Wärmeabgabe des benutzten Wärmereservoirs, die Energie des Gases wächst also um den Arbeitswert der Compression und der zugeleiteten Wärme. Dabei ist es vollständig gleichgiltig, ob die Compression etwa durch einen schweren Stempel bewirkt wird, der durch sein Herabsinken Arbeit leistet, oder etwa durch ein anderes Gas, das sich ausdehnt und dadurch Wärme verliert, u. s. w. Es kommt hier einzig und allein auf die mechanische Arbeit an, durch welche gerade diese Compression bewirkt werden kann, auf

welche Weise, ist einerlei. (S. 121.) Nehmen wir nun specieller an, die Compression werde durch einen mit einem Gewicht belasteten Stempel bewirkt, dessen Schwere dem Druck des Gases das Gleichgewicht hält, und schliessen wir dies Gewicht mit in das Grundsystem ein, so verschwindet die Compressionsarbeit als äussere Wirkung, dagegen tritt statt dessen neu hinzu die Arbeit der von der Anziehung der Erde herührenden, auf das Gewicht wirkenden Schwerkraft, welche der vorigen an Grösse gleich ist. Wenn wir des weiteren auch die Erde noch in das Grundsystem aufnehmen, so verschwindet die besprochene Arbeit als äussere Wirkung ganz, dafür erscheint aber in dem Ausdruck der Energie des Grundsystems ein neues Glied, nämlich die Energie der Schwere des Gewichtes, als Function der Höhe, auf der es sich befindet. So einfach und selbstverständlich diese Überlegungen für den vorgelegten Fall erscheinen, so wichtig werden sie, sobald man von diesen einfachen zu etwas complicierteren Zuständen übergeht, in denen z. B. das comprimierende Gewicht eine gewisse Geschwindigkeit besitzt und der Druck des Gases nicht mehr gleich ist der Schwere des Gewichtes.

Vielleicht dürfte es nicht unzweckmässig erscheinen, bei dieser Gelegenheit eines Sprachgebrauches Erwähnung zu thun, der, unrichtig aufgefasst, leicht zu Missverständnissen Anlass geben kann. Man spricht manchmal von der Energie eines schweren Körpers als von dem Product aus seiner Schwere und der Höhe seines Schwerpunktes. Diese Bezeichnung ist ungehörig, wenn man sich den Körper als Grundsystem denkt; denn die Energie eines Körpers hängt immer nur von seinem eigenen Zustand ab, niemals zugleich von der Lagerung äusserer Massen; in der That findet man bei anderen Centralkräften diese Ausdrucksweise nicht. Um also von der Energie der Schwere reden zu können, muss man sich stets (wenn auch stillschweigend) die Erde mit in das Grundsystem einbegriffen denken; andernfalls ist die Arbeit der Schwerkraft nicht als Energieart, sondern als eine äussere Wirkung (der zufällig in der Nähe vorhandenen Erde vgl. Seite 93) in Rechnung zu bringen.

Wenn wir die Bedeutung der Verallgemeinerung, die wir mit der ursprünglichen Fassung unseres Principis vorgenom-

men haben, näher ins Auge fassen, so beruht dieselbe im wesentlichen darauf, dass wir die eine Gleichung, welche die Erhaltung der Energie für ein allen äusseren Wirkungen entzogenes System ausspricht, zerlegt haben in eine Anzahl Gleichungen, welche die Veränderungen der Energie, die Aufnahme und Abgabe derselben in den einzelnen Theilen des Systems regeln, je nach Maassgabe der entsprechenden äusseren Wirkungen. Hiebei möchten wir jedoch noch auf einen Punkt besonders aufmerksam machen. Theilen wir das ganze System, welches gar keinen äusseren Wirkungen unterliegt und dessen Energie also constant ist, etwa in zwei Theile, die wir einen nach dem andern als Grundsystem auffassen, so wäre es irrig anzunehmen, dass die von dem einen Theil in einer gewissen Zeit aufgenommene Energie gleich ist der von dem andern Theil in derselben Zeit abgegebenen. Dieser Satz würde nur dann gelten, wenn die Energie des ganzen Systems gleich der Summe der Energien der beiden Theilsysteme wäre, was, wie wir schon wiederholt hervorgehoben haben, im allgemeinen nicht der Fall ist. Nehmen wir als Beispiel zwei materielle Punkte, welche mit einer Centralkraft aufeinander wirken. Die Energie des Systems ist dann die Summe aus den lebendigen Kräften und dem Potenzial der Centralkraft; sie ist mit der Zeit unveränderlich. Die Energie eines einzelnen Punktes ist seine lebendige Kraft, ihre Veränderung wird gemessen durch die äussere Wirkung, die der Punkt erleidet, d. h. durch die Arbeit, welche die Kraft an ihm leistet. Dabei kann es offenbar sehr wohl vorkommen, dass in einer gewissen Zeit auf jeden der beiden Punkte positive Energie von aussen übergeführt wird, und infolge dessen die lebendigen Kräfte beide zugleich wachsen. Nur wenn die Fernwirkungen ganz in Wegfall kommen, so bei Erscheinungen wie die der elastischen Wellenbewegung, der Wärmeleitung, kann man sagen, dass die auf einen materiellen Complex übertragene Energie zugleich einem anderen entzogen wird.

Überhaupt spielen die Vorstellungen, von denen man bei der Auffassung der Wirksamkeit der Naturkräfte ausgeht hier, wo wir von der Energie eines beliebig ausgewählten, materiellen Systems reden, eine noch wichtigere Rolle als

oben, wo wir nur solche Systeme betrachteten, die keinen äusseren Wirkungen unterliegen. Dort (S. 110) handelte es sich nur um die primäre Form der Energie, die Grösse derselben war für jeden Zustand des Systems durch die allgemeine Definition bestimmt; sie wäre es auch hier, wenn man immer imstande wäre, die Messung, wie sie die Definition vorschreibt, zu realisieren. Da aber dies infolge der unvollkommenen Beobachtungsmittel nicht immer der Fall ist, kann es vorkommen, dass für die Energie eines bestimmten materiellen Systems je nach den Voraussetzungen, die man über die Natur der wirkenden Kräfte macht, nicht nur verschiedene Formen, sondern ganz verschiedene Zahlenwerte erhalten werden, und dass man nicht imstande ist, die entstehende Differenz auf experimentellem Wege zu schlichten. Ein Beispiel hierfür liefert die schon wiederholt von uns besprochene Natur des elektrischen Feldes. Die Energie eines beliebig herausgegriffenen Theils eines Dielektricum ist nach den Faraday'schen Anschauungen von 0 verschieden, man kann aus der Überführung dieses Theils aus dem Zwangszustand in den neutralen Zustand Arbeitsleistung erhalten, während nach der Weber'schen Vorstellung der Isolator sich stets in dem nämlichen Zustand befindet (abgesehen von etwaigen secundären Veränderungen), ob nun freie Elektrizität in den Leitern vorhanden ist oder nicht. So lange durch speciellere Forschungen über diese Frage keine endgiltige Entscheidung getroffen ist, wird es daher nötig sein, ehe man zur Aufstellung der Gleichung schreitet, welche das Princip der Energie ausspricht, jedesmal zuerst genau den Standpunkt zu fixieren, den man in der Auffassung der zu untersuchenden Vorgänge inne halten will.

Die von uns vorgenommene Zerlegung der Gleichung der Erhaltung der Energie gründet sich auf die Betrachtung eines aus dem ursprünglichen System beliebig herausgegriffenen materiellen Complexes als Grundsystem, und der in denselben eintretenden oder austretenden Energie. Statt der Zerlegung des Systems in seine materiellen Theile können wir aber mit demselben Rechte, und manchmal mit erheblichem Vortheil, eine andere Zerlegung vornehmen, namentlich die in die Volumentheile. Ein gegebenes Raumvolumen enthält

zu einer bestimmten Zeit immer ein bestimmtes materielles System, und insofern dies System in dem nämlichen Zeitpunkt eine bestimmte Energie besitzt, kann man von der Energie des Volumens sprechen. Die Energie eines fixen Raumvolumens wird sich nicht mit der Zeit ändern, wenn weder Materie in das Volumen ein- oder austritt, noch äussere Wirkungen auf die in ihm enthaltene Materie stattfinden, die Änderung der Energie rührt also immer her von einer dieser beiden Ursachen, so dass wir den Satz aussprechen können: Die in ein Raumvolumen transferierte Energie wird bedingt einmal durch die äusseren Wirkungen auf die darin enthaltene Materie, und ausserdem durch den Eintritt neuer Materie. Es wird nun darauf ankommen, ob die Aufstellung der Ausdrücke für die so in das Volumen übertragene Energie durch die näheren Umstände des betrachteten Falles erleichtert wird.

In der That finden sich mancherlei Anwendungen, in denen dieser Satz bequeme Dienste leistet. So z. B. bedient sich seiner im wesentlichen Clausius bei der Berechnung der in einem Leiter von einem stationären galvanischen Strom erzeugten (Joule'schen) Wärme, sei es dass, wie bei metallischen Leitern¹⁾, die Materie des Leiters ruht, oder dass, wie bei elektrolytischen²⁾, die Materie zugleich mit der Elektrizität im Wandern begriffen ist. Denken wir uns ein beliebiges fixes vom Strom durchflossenes Volumen, so kann die darin enthaltene Energie vergrössert werden 1) durch äussere Wirkungen, 2) durch neu eintretende Materie. Bei der Berechnung dieser Vergrösserung kommt es nun aber wesentlich darauf an, von welcher Vorstellung über die Natur des galvanischen Stromes man ausgeht. Nehmen wir zunächst an, die elektrischen Theilchen verhalten sich wie materielle Atome von verschwindend kleiner Trägheit, die durch die in die Ferne wirkende Anziehungs- (Abstossungs-)kraft der gesammten im Leitersystem vorhandenen freien Elektrizität auf ihrer Bahn vorwärts getrieben werden, wobei wir der Einfachheit halber nur Eine Elektrizitätsart als be-

1) R. Clausius: Über die bei einem stationären Strom in dem Leiter gethane Arbeit und erzeugte Wärme. Pogg. Ann. 87, p. 415, 1852.

2) R. Clausius: Über die Elektrizitätsleitung in Elektrolyten. Pogg. Ann. 101, p. 338, 1857. p. 340.

weglich voraussetzen können, so ist die Energie eines im constanten Strome sich bewegenden materiellen Theilchens (Elektricität, Jon) von seiner Lage unabhängig (nicht etwa mit der Potenzialfunction veränderlich, weil diese von äusseren Massen herrührt). Da nun in einer gewissen Zeit immer gerade ebensoviel Materie in das „Grundvolumen“ eintritt wie austritt, so wird durch diesen Umstand keine Energieveränderung bedingt und es bleiben allein zu berücksichtigen die äusseren Wirkungen. Diese liefern eine Energievermehrung gleich der Arbeit, welche die Kräfte des Gesamtsystems an der im ganzen Volumen strömenden Materie leisten. Um den Betrag dieser Arbeit wird also die Energie des Volumens vergrössert, und da wegen des stationären Zustandes die elektrische Energie constant ist, muss die Vergrösserung der thermischen Energie zu Gute kommen.

Etwas anders wird der Gedankengang, wenn man sich die Elektricität als ein feines incompressibles Fluidum vorstellt, das durch eine, nur in unmessbar kleine Entfernungen wirkende Kraft (eine Art Druck) durch den Leiter hindurchgepresst wird. Auch in diesem Fall ist die Energie eines strömenden Theilchens unabhängig vom Orte (vgl. die Energie incompressibler Flüssigkeiten, 3. Abschnitt), es wird daher hier ebensowenig wie oben durch den Eintritt von Materie in das betrachtete Volumen eine Energieänderung darin bedingt. Was aber die äusseren Wirkungen betrifft, so reducieren sich diese hier auf die Arbeit der an der Oberfläche des Volumens wirksamen Kräfte (alles andere sind innere Wirkungen). Diese Arbeit ist an jedem Orte proportional dem Werte der Potenzialfunction (ebenso wie bei Flüssigkeiten dem Druck), sie ist also an den Eintrittsstellen der Strömung grösser als an den Austrittsstellen, und somit erhalten wir für die durch die äusseren Wirkungen geleistete Gesamtarbeit einen positiven Ausdruck, dessen Wert übereinstimmt mit dem aus der obigen Betrachtung gewonnenen.

Nimmt man endlich, wie Einige wollen, an, dass die elektrische Strömung nicht in einer Translation von Materie, sondern, nach Art der Wärmeleitung, in einer Fortpflanzung besonderer Bewegungsformen besteht, so ist zur Erklärung der Joule'schen Wärme die Annahme notwendig, dass die in

einem gewissen Zeitintervall in ein Volumen eintretende lebendige Kraft dieser Bewegungen um einen bestimmten Betrag grösser ist als die austretende, dass also durch den Widerstand des Leiters eine Art Absorption der den Strom constituierenden Schwingungen bedingt wird.

Durch die abgeleiteten Sätze sind wir offenbar in den Stand gesetzt, für jedes materielle Element (und jedes Volumenelement) eines Körpers aus dem Princip der Energie eine besondere Gleichung abzuleiten, und somit haben wir in der That, wie schon oben bemerkt wurde, für jeden beliebigen Process unendlich viele Gleichungen zur Verfügung, welche in seinen Verlauf bestimmend eingreifen. Wenn es sich nun aber um die eindeutige Bestimmung des zeitlichen Verlaufs des Processes handelt, so dürfen wir bei den erhaltenen Resultaten nicht stehen bleiben; denn diese weitergehende Aufgabe sind wir mit den bis jetzt gewonnenen Hilfsmitteln noch nicht zu lösen imstande; wir wären es nur dann, wenn die Veränderungen eines einzelnen materiellen Elements von einer einzigen Variablen abhingen (entsprechend der einen Gleichung, die wir für das Element aufstellen können), was ja im allgemeinen nicht der Fall ist.

Wir können uns aber doch, wenn wir noch um einen Schritt weitergehen, in vielen Fällen die Mittel verschaffen, welche für die Lösung der angeregten Aufgabe gerade hinreichend sind; dieser Schritt besteht in der Hereinziehung des schon oben gelegentlich benutzten Princips der Superposition der Energien. Die Energie eines materiellen Systems stellt sich erfahrungsgemäss dar als die Summe aus den einzelnen Energiearten, die unter einander vollständig unabhängig sind, und daher zerfällt der Gesamtvorrath von Energie auch dem Begriffe nach in eine Reihe von Einzelenergien, die jede für sich bestimmt werden können. Wenn nun auf das System Wirkungen von aussen ausgeübt werden, durch welche Energie in dasselbe transferiert wird, so kann man im allgemeinen auch diese Wirkungen zerlegen in verschiedene Arten. Jede dieser Wirkungsarten bringt eine bestimmte Veränderung der ihr entsprechenden Energieart im System hervor, so dass die Gleichung, welche den Zusammenhang der Änderung der Gesamtenergie mit den äusseren

Wirkungen ausspricht, in eine Reihe von Einzelgleichungen zerfällt, deren jede die Veränderung einer bestimmten Energieart in ihrer Abhängigkeit von einer besonderen äusseren Wirkung regelt. Wir haben hier also eine weitere Zerlegung der Gleichung der Energie, die sich von der früheren dadurch unterscheidet, dass wir oben das materielle System in einzelne materielle (oder Volumen-) Theile, hier aber die Energie in einzelne Energiearten getheilt haben.

Denken wir uns beispielsweise einen Körper, der sich frei im Raum bewegt. Seine Energie zerfällt in zwei Theile: die lebendige Kraft seiner sichtbaren Bewegung, und seine innere (etwa thermische) Energie. Solange keine äusseren Wirkungen stattfinden, bleibt die Gesamtenergie constant. Aber nicht nur diese, sondern auch jede der beiden Energiearten für sich bleibt constant: der Körper bewegt sich mit constanter Geschwindigkeit und bleibt auf constanter Temperatur, unter keinen Umständen wird ohne entsprechende äussere Wirkung eine Änderung dieser Grössen stattfinden, obwohl nach dem allgemeinen Princip eine Umwandlung einer einzelnen Energieart in eine andere ja sehr wohl statthaft wäre. Denken wir uns ferner, dass auf den Körper gewisse Wirkungen von aussen ausgeübt werden, welche bestehen mögen einmal in einer aus der Ferne kommenden mechanischen Kraft (etwa die Schwere), ausserdem aber in einer Wärmezufuhr (etwa durch Strahlung), so wird die Energie des Körpers wachsen um die Summe der von der Kraft geleisteten Arbeit und der Quantität der zugeführten Wärme. Aber wir können noch mehr sagen: die äusseren Wirkungen zerfallen hier in zwei verschiedene Arten, deren jede nur die ihr entsprechende Energieart beeinflusst: die Arbeit der Kraft ändert nur die Geschwindigkeit, nicht aber die Temperatur des Körpers, und die zugeführte Wärme erhöht nur die Temperatur, nicht aber die Geschwindigkeit. Die verschiedenen Wirkungen mit den ihnen entsprechenden Energien gehören ganz getrennten Gebieten an und liefern daher jede eine besondere Gleichung.

Allerdings ist wohl zu bedenken, dass die Unabhängigkeit der Energiearten sowohl als auch der äusseren Wirkungsarten von einander in diesem wie in allen ähnlichen Fällen

niemals a priori aufgestellt werden kann, sondern stets zuerst experimentell begründet werden muss. So kann man sich ja leicht vorstellen, dass die in Ätherschwingungen bestehenden Wärmestrahlen eine directe mechanische Einwirkung auf den Körper ausüben, wenn auch bisher eine solche Wirkung nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden konnte, und andererseits ist augenscheinlich, dass eine mechanische Kraft, wenn sie nicht aus der Ferne, sondern z. B. als Reibung oder Stoss auf die Oberfläche des Körpers wirkt, sich wenigstens grossen Theils unmittelbar in Wärme umsetzen kann. Es ist auch sehr wohl denkbar, dass zwei Energiearten, die eine Zeit lang als von einander unabhängig betrachtet worden sind und bei der Berechnung gewisser Erscheinungen immer noch als unabhängig betrachtet werden können, einmal bei näherer Erkenntnis der Naturkräfte in ein Abhängigkeitsverhältnis von einander treten.

Hier stossen wir in der That auf eine Grenze der Anwendbarkeit (nicht der Giltigkeit) des Energieprincipis; denn wenn die einzelnen Energiearten sich nicht mehr unabhängig von einander, eine jede nach Maassgabe der ihr gerade entsprechenden äusseren Wirkungen, ändern, so müssen wir mit der Zerlegung der Gleichung der Energie innehalten. Dann liefert das Energieprincip für ein materielles Element weniger Gleichungen, als zur Berechnung seiner Zustandsänderung erforderlich sind. Hieher gehören u. A. alle die Fälle, in denen die im Innern eines Elements vor sich gehenden Processe in gar keinen unmittelbaren Zusammenhang mit den äusseren Wirkungen zu bringen sind, wie z. B. alle explosionsartigen Erscheinungen, bei denen minimale äussere Wirkungen die grössten und verschiedenartigsten Umwandlungen einzelner Energiearten in einander bedingen können. Dabei erhebt sich nun die Frage: Nach welchem Gesetz, in welchem Sinne findet in solchen Fällen der Umsatz der Energien statt? Diese Frage tritt aus dem Rahmen unserer gegenwärtigen Untersuchungen heraus, ihre Beantwortung lässt sich nicht mehr vom Standpunkt des einfachen Satzes der Erhaltung der Energie aus in Angriff nehmen, sondern muss auf ganz neue, von jenem Satze unabhängige Principien basiert werden. Ein solches Princip besitzen wir bereits in dem von Carnot

und Clausius begründeten zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, der uns über die Richtung Aufschluss gibt, in welcher die Umwandlung der verschiedenen Energiearten in einander von statten geht.

Aber ungeachtet der dargelegten Beschränkungen bleibt der hohe Wert, welcher der Trennung der äusseren Wirkungen je nach ihrem Einfluss auf die einzelnen Energiearten innewohnt, ungeschmälert bestehen. Er beruht im wesentlichen auf der Gewinnung eines festen Standpunktes, von dem aus man die Bedingungen der Umwandlung der Energiearten unter einander, und damit die Mannigfaltigkeit der Naturkräfte überhaupt, überschauen kann. Denn man wird dabei stets von Neuem auf die Frage geführt: Welche Umsetzungen von Energie finden unabhängig von einander statt? und die Beantwortung dieser Frage bietet das erste Mittel, in die so verwickelt erscheinenden Vorgänge, die sich im Rahmen des kleinsten Processes abspielen, Ordnung zu bringen und sie einzeln der experimentellen Untersuchung zugänglich zu machen. Ohne das Princip der Superposition der Energien könnte man die Mechanik nicht trennen von der Wärme, die Elektrizität nicht vom Magnetismus, und die Eintheilung der ganzen Physik in ihre verschiedenen Gebiete wäre von vorneherein unstatthaft. Ob wir nun in späterer Zeit einmal weniger Energiearten unterscheiden können als jetzt, ob sich vielleicht alle auf eine einzige oder zwei reducieren lassen, ist jetzt ebensowenig zu beantworten, als etwa die Frage, ob die ponderable Materie vom Lichtäther essenziell verschieden ist oder nicht. Dass wir aber in der That imstande sind, allein auf dem jetzt gewonnenen Standpunkt fussend, mit Hilfe der entwickelten Formulierungen des Princip der Erhaltung der Energie die Grundgesetze der Mechanik sowohl, als auch der übrigen Theile der Physik in derselben Form abzuleiten, wie dies gewöhnlich von verschiedenen Ausgangspunkten her unternommen wird, werden wir im letzten Abschnitt dieser Schrift aufs deutlichste zu zeigen uns bemühen; zugleich wird uns diese Aufgabe bemerkenswerte Anwendungen der hier vorgetragenen Sätze auf die einzelnen Energiearten in Fülle darbieten.

Indem wir hiemit die Untersuchungen beschliessen,

welche uns zur Aufstellung des Principis der Erhaltung der Energie in einer für die Anwendung möglichst bequemen Form geführt haben, wollen wir den Ausgang dieses Abschnittes dazu benutzen, um die Zahl und die Bedeutung der Beweise, die man für die Richtigkeit des Principis beibringen kann, einer Musterung zu unterwerfen. Es ist allerdings in neuerer Zeit auch die Behauptung laut geworden, dass das Princip überhaupt eines Beweises weder fähig noch bedürftig sei, weil es a priori gelte, d. h. eine uns von der Natur mitgegebene, notwendige Form unseres Anschauungs- und Denkvermögens vorstelle; es geht hier wie mit so manchen anderen Wahrheiten, deren Erkenntnis durch jahrhundertelange Arbeit erkämpft worden ist, dass dieselben hinterher, wenn die Macht der Gewohnheit in ihr Recht tritt, als selbstverständlich und angeboren hingestellt werden. Daher bedarf es zu unserer Rechtfertigung wohl nur eines Hinweises auf die geschichtliche Entwicklung des Principis, wenn wir eine derartige Behauptung kurzer Hand ablehnen.

Wie bei jedem Beweis eines naturwissenschaftlichen Satzes, so lässt sich auch bei unserem Princip von einer doppelten Methode sprechen: dem deductiven und dem inductiven Verfahren. Während die erstere den Satz in seiner ganzen Allgemeinheit als ein logisches Resultat des Zusammenbestehens einer Reihe von anderen, sei es aus der Erfahrung oder anderswoher gewonnenen, allgemein für richtig anerkannten Sätze erscheinen lässt, geht umgekehrt die inductive Methode darauf aus, an der Hand der Erfahrung die einzelnen Folgerungen zu prüfen, welche aus dem zu beweisenden Satze fließen, wenn man ihn einstweilen als giltig annimmt und mit anderen hinreichend begründeten Sätzen combinirt. Kommt dann eine einzige Folgerung zum Vorschein, die mit der Erfahrung nicht übereinstimmt, so ist der Satz entschieden zu verwerfen, ist dies nicht der Fall, so kann er bestehen bleiben; immer aber lässt sich auf inductivem Wege nur ein gewisser Grad von Wahrscheinlichkeit der Wahrheit des zu Beweisenden erzielen, welche in dem Maasse wächst, als die Versuche variiert werden. Nichtsdestoweniger wird man der inductiven Beweismethode stets

einen besonders hohen Wert beimessen; denn da die Wahrheit unserer ganzen Naturwissenschaft in letzter Linie sich auf die Erfahrung gründet, so wird der Glaube an die Richtigkeit eines Satzes um so fester in unserer Überzeugung wurzeln, je näher der Satz mit einer direct durch die Erfahrung zu constatierenden Thatsache zusammenhängt. Darum werden wir jedesmal, wenn es sich um die Feststellung eines neuen Principa handelt, demselben von allen möglichen Seiten durch Experiment und Beobachtung beizukommen suchen, und kein Physiker wird sich mit der reinen Deduction eines naturwissenschaftlichen Gesetzes von einiger Tragweite begnügen, er wird womöglich immer noch die höchste Instanz, die Erfahrung, zu Rathe ziehen.

Blicken wir von diesem Gesichtspunkt aus auf das von uns behandelte Princip, so genügt ein Blick auf die im vorangehenden und im folgenden Abschnitt dargestellten Anwendungen, von denen keine einzige der Erfahrung widerspricht, um uns die Gesammtheit der inductiven Beweise, die sich über alle uns bekannten Naturerscheinungen hin erstrecken, als eine geradezu imposante Macht erscheinen zu lassen, welche in bestimmtester Weise für die unbeschränkte Richtigkeit des Principa eintritt. Es hiesse die ganze Entwicklungsgeschichte desselben wiederholen, wenn wir an dieser Stelle versuchen wollten, einen Überblick über die verschiedenartigen Erfahrungsbeweise zu geben, die man im Laufe der Zeit zusammengetragen hat; fast jede neue Anwendung brachte auch einen neuen Beweis, von der Reibungswärme an, die, unabhängig von dem Material der sich reibenden Körper, von ihren Geschwindigkeiten, Temperaturen u. s. w. einzig und allein bestimmt ist durch die aufgewendete mechanische Arbeit, bis zu den Vorgängen der galvanischen Induction, welche die Bewegung eines Magneten hervorruft, unabhängig von der Beschaffenheit des Leiters, in dem sie erzeugt wird.

Und doch: so überwältigend uns die Zahl und Bedeutung dieser inductiven Beweise entgegentritt, es dürfte Niemand ein so eingefleischter Empiriker sein, dass er nicht noch das Bedürfnis empfände nach einem anderen Beweise, der, auf deductiver Grundlage aufgebaut, das Princip in seiner ganzen

umfassenden Bedeutung als ein einziges geschlossenes Ganzes aus gewissen noch allgemeineren Wahrheiten entspringen lässt. Denn wenn auch die Vielheit der gemachten einzelnen Erfahrungen uns mit Notwendigkeit zu der Annahme dieses Gesetzes zu drängen scheint, so bürgt ja Niemand dafür, dass nicht doch noch einmal eine vereinzelte, bisher aus irgend welchen Gründen übersehene Klasse von Thatsachen aufgefunden werden kann, welche sich den Forderungen des Principis nicht fügt. Es lässt sich auch wohl kaum darüber streiten, dass wir die volle beruhigende Gewissheit, welche die Überzeugung von der Wahrheit eines Satzes verleiht, uns nicht auf dem Wege der Induction allein verschaffen können, sondern nur zugleich dadurch, dass wir von einem höheren Standpunkt herab den Satz als eine vollkommene Einheit ins Auge fassen. Wie wäre es sonst auch denkbar, dass zu einer Zeit, wo ausser den in weiteren Kreisen wenig beachteten Untersuchungen von Mayer und Colding nur eine geringe Anzahl von Joule's Versuchen vorlag, wo man also von einem inductiven Beweise noch kaum sprechen konnte, der Gedanke an die Erhaltung der Energie doch so überraschend schnell an vielen Stellen zugleich Wurzel schlug und auf den verschiedensten Seiten zu neuen Untersuchungen anregte, wenn nicht eben die Erkenntnis jener unmittelbaren Einheit, wie sie nur durch Deduction gewonnen werden kann, sich einfach und klar allen Köpfen aufgedrängt hätte. Für uns erhebt sich nun aber die Frage, auf welche Weise man denn durch Deduction zu der Aufstellung unseres Principis gelangen kann, beziehungsweise ob es überhaupt einen deductiven Beweis gibt, der auf streng wissenschaftliche Bedeutung, wie sie heutzutage in der Naturwissenschaft verlangt wird, Anspruch erheben darf. Gehen wir auf diese Frage etwas näher ein.

Da jede folgerichtige Deduction einen allgemein als wahr anerkannten Obersatz voraussetzt, dessen Umfang nicht kleiner sein darf als der des zu beweisenden Satzes, so wird für unsern Fall die Hauptschwierigkeit darin bestehen, einen solchen Obersatz zu finden, der einerseits eine so allseitige Anerkennung genießt, dass er als sichere Gewähr für die Richtigkeit unseres Principis dienen kann, andererseits aber

auch umfassend genug ist, um das ganze Princip mit seiner enormen Tragweite in sich einzuschliessen. Man sieht auf den ersten Blick, dass die Auswahl unter den Sätzen, welche beiden Forderungen genügen, keine grosse sein wird; trotzdem lassen sich ihrer verschiedene namhaft machen, die im Lauf der Zeiten die Stelle eines Obersatzes in der deductiven Schlussfolgerung beansprucht haben.

Die älteste Deduction greift nicht weniger weit hinauf als bis zur Person des Schöpfers selbst, der in seiner Ewigkeit und Unveränderlichkeit diese seine Eigenschaften auch der von ihm geschaffenen Natur und ihren Kräften mittheilt, woraus dann hervorgeht, dass die in der Welt enthaltene gesammte „Menge von Bewegung“ für alle Zeiten einen unzerstörbaren, constanten Wert hat. Da diese, von Descartes (vgl. S. 8) herrührende Betrachtung offenbar darauf abzielt, ein allgemeines Naturgesetz zu begründen, das die Summe der in der Natur wirksamen Kräfte ebenso regelt, wie die Menge der vorhandenen Materie, so darf sie gewiss mit dem Princip der Erhaltung der Energie in Zusammenhang gebracht werden; jedenfalls liessen sich diese Ideen auch auf die gegenwärtige Form unseres Principis ohne weiteres übertragen.

Wesentlich in demselben Gedankengang, wenn auch von einem etwas bescheideneren Standpunkt aus, bewegt sich die Beweisführung, die Colding (S. 30f.) für die Erhaltung der Kraft beizubringen suchte. Er appelliert zwar nicht mehr gerade an die allerhöchste Instanz, wohl aber erblickt er den Grund der Unveränderlichkeit der Naturkräfte in dem Umstand, dass diese Kräfte, eben weil sie die Natur so vollkommen beherrschen, selber übersinnliche, geistige Wesen sein müssen, die als solche unmöglich dem natürlichen Tode oder der Vergänglichkeit unterworfen sein können. Immerhin hält er es für angezeigt, diesen Satz auch durch die Erfahrung zu prüfen, und stellt in diesem Sinn seine Versuche an. — Da nach den heutigen Anschauungen jeder Beweis eines naturwissenschaftlichen Satzes, dessen Bedeutung auf metaphysischem Boden wurzelt, von vorneherein seine Kraft verloren hat, so können wir über diese und ähnliche Deductionen kurz hinweggehen.

Mehr Beachtung verdient schon die Vorstellungsweise, die Mayer (S. 21 f.) seinen Auseinandersetzungen an die Spitze stellte. Dieselbe bewegt sich zwar noch auf etwas schwankender Grundlage, kann aber doch gewiss nicht mehr als metaphysisch bezeichnet werden. Seinen Hauptsatz: *Causa aequat effectum*: die Ursache ist gleich der Wirkung, erläutert er dahin, dass in der Natur jede Ursache zu einer ihr eigentümlichen Wirkung komme, und umgekehrt: dass in der Wirkung Nichts enthalten ist, was nicht schon in der Ursache (unter irgend einer Form) gelegen war. Daher bestehen alle Veränderungen, die in der Natur vor sich gehen, nicht in der Erzeugung, sondern nur in der Umwandlung von Kräften nach bestimmten constanten Maassverhältnissen; die verschiedenartigen Kräfte sind also in gewissen bestimmten Verhältnissen einander äquivalent, sie können mithin sämtlich in gemeinsamem Maass gemessen werden, und die in diesem gemeinschaftlichen Maass ausgedrückte Summe aller in der Welt vorhandenen Kräfte bleibt mit der Zeit constant. — Man darf wohl zugeben, dass diese Ableitung etwas Bestrickendes hat, denn das Gesetz von Ursache und Wirkung bildet ja das Postulat unseres ganzen Naturerkennens; doch ist andererseits wohl zu bedenken, dass der Reiz, den die Mayer'sche Deduction auf uns ausübt, ganz bedeutend an Stärke verlieren würde, wenn wir eben nicht schon aus anderen Gründen die Wahrheit des Satzes erkannt und uns durch jahrelange Übung an den Gedanken, den er ausspricht, gewöhnt hätten; auf Jemanden, dem die Sache vollständig neu wäre, würde damit wohl kaum ein grosser Eindruck erzielt werden können. Wird man daher den geschilderten Ideengang als eine vorzügliche Erläuterung des Erhaltungsprincipes *a posteriori* wohl gelten lassen können, so dürfte demselben der Rang eines im physikalischen Sinne bindenden Beweises entschieden abzusprechen sein. Dazu ist die Bedeutung des *aequat* viel zu unbestimmt: wäre die Ursache der Wirkung wirklich gleich, so gäbe es überhaupt keine Veränderung in der Natur.

Die erste wirklich physikalische Deduction, durch die das Energieprincip in seinem vollen Umfang bewiesen wurde, ist die, welche Helmholtz in seiner Abhandlung über die

Erhaltung der Kraft gegeben hat: sie basiert auf der mechanischen Naturauffassung, specieller auf der Voraussetzung, dass alle in der Natur wirksamen Kräfte sich auflösen lassen in Punktkräfte, für welche die Newton'schen Axiome gelten. Diese Voraussetzung ist verbunden entweder mit der Annahme, dass alle Elementarkräfte Centralkräfte sind, oder mit der, dass die Construction eines perpetuum mobile unmöglich ist. Über die Ausführung dieser Gedanken haben wir schon im vorigen Abschnitt (S. 35ff.) das Wesentlichste beigebracht. Hienach würde sich das Princip der Erhaltung der Energie im wesentlichen auf den mechanischen Satz der Erhaltung der lebendigen Kräfte reducieren, und wir hätten die gesammte Energie der Welt als aus nur zwei Arten: der actuellen (lebendige Kraft) und der potenziellen (Spannkraft) bestehend aufzufassen.

Wenn man bedenkt, dass die mechanische Naturanschauung schon von Alters her, lange vor dem Bekanntwerden des Energieprincips, in der Naturphilosophie eine bedeutende Rolle spielte, wohl hauptsächlich weil sie unserem Causalitätsbedürfnis, welches nach möglichster Einheit der den Erscheinungen zu Grunde liegenden Kräfte strebt, so vortrefflich entgegenkommt, wenn man ferner übersieht, wie ungemein anschaulich sich von dem mechanischen Standpunkt aus die Definition des Begriffes der Energie, die Formulierung und endlich der Beweis des Princips geben lässt, so ist es sehr wohl erklärlich, dass gerade dieser Beweis unter den deductiven Methoden den Vorzug erhalten hat und auch wohl heutzutage als der am häufigsten gebrauchte anzusehen ist. Nach dem Vorgang von Helmholtz wurde er von anderen Physikern adoptiert (Mayer hat bekanntlich die mechanische Naturauffassung nicht getheilt), während gleichzeitig auch von England aus durch Joule, dem sich Rankine und Thomson anschlossen, die mechanische Theorie verbreitet und zur Anerkennung gebracht wurde.

Demungeachtet möchte es mir scheinen, als ob man mit grösserem Rechte das Princip der Erhaltung der Energie zur Stütze der mechanischen Naturanschauung, als umgekehrt die letztere zur Grundlage der Deduction des Energieprincips machen würde, da doch dies Princip weit sicherer begründet

ist, als die wenn auch noch so plausible Annahme, dass jede Veränderung in der Natur sich auf Bewegung zurückführen lässt. In unzähligen entscheidenden Fällen hat sich das Energieprincip als richtig bewährt, während die Gründe, die man für die mechanische Theorie anführen kann, wenigstens soweit sie auf der unmittelbaren Erfahrung beruhen, zum grössten Theil (nicht ausschliesslich, vgl. die Gastheorie) auf die Erhaltung der Energie recurrieren, aus der sie sich übrigens keineswegs mit Notwendigkeit ergeben (vgl. S. 51). Vergeblich hat man sich bisher noch bemüht, die Gesamtheit der elektrischen und magnetischen Erscheinungen auf einfache Bewegungen zurückzuführen, und in der Anwendung auf die organische Welt (auf die wir den Beweis des Princip der Erhaltung der Energie doch ebensowohl ausdehnen wollen und müssen) lässt sich noch nicht einmal die Spur eines Anfangs nachweisen.

Der Ansicht aber, die jetzt wohl auch manchmal geäussert wird, dass man die mechanische Theorie als ein a priori-Postulat der physikalischen Forschung zu acceptieren habe, müssen wir mit aller Entschiedenheit entgegentreten; dieselbe kann nicht von der Verpflichtung befreien, jene Theorie auf legalem Wege zu begründen. Die Naturwissenschaft kennt überhaupt nur Ein Postulat: das Causalitätsprincip; denn dasselbe ist ihr Existenzbedingung. Ob dies Princip selber erst aus der Erfahrung geschöpft ist, oder ob es eine notwendige Form unseres Denkens bildet, brauchen wir hier nicht zu untersuchen.

Mir scheint es daher dem bisher so glänzend bewährten empirischen Charakter unserer modernen Naturwissenschaft besser zu entsprechen, die mechanische Naturauffassung als das möglicher- und wahrscheinlicher Weise zu gewinnende Ziel der Forschung zu betrachten, als voreilig ein noch gar nicht sicher gestelltes Resultat zu anticipieren, um es zum Ausgangspunkt des Beweises eines Satzes zu machen, dessen Allgemeingiltigkeit gesichert erscheint wie die weniger anderer der ganzen Naturwissenschaft. Die hohe Bedeutung der mechanischen Naturanschauung bleibt durch diese Betrachtung vollständig ungeschmälert: dieselbe weist uns die Richtung an, in der die Forschung sich zu bewegen hat;

denn nur auf dem Wege der Erfahrung kann die Frage nach der Zulässigkeit dieser Theorie entschieden werden. Man wird daher alle nur erreichbaren Mittel anwenden, um die mechanische Auffassung in allen Gebieten der Physik, Chemie u. s. w. bis in die letzten Consequenzen durchzuführen, und in diesem Sinne haben die hierauf gerichteten Bestrebungen ihren principiellen Wert, um so mehr, da sie bisher schon glänzende Resultate zu Tage gefördert haben. Aber es ist doch noch ein grosser Unterschied, ob man eine Hypothese als wahrscheinlich betrachten darf, oder ob man sie an die Spitze einer solchen Deduction stellt, wie die ist, um welche es sich hier handelt. — Durch die angewendete Vorsicht sichern wir uns zugleich vor unliebsamen Enttäuschungen. Denn sollte man wirklich einmal die merkwürdige Erfahrung machen, dass unsere Raum- und Zeitanschauung nicht allgemein genug ist, um die Fülle der Erscheinungen, die uns die Natur darbietet, zu beschreiben¹⁾, so werden wir deshalb nicht gleich, wie es in ähnlichen Fällen schon geschehen ist, andere wohlbegründete Sätze mit fallen lassen, sondern werden leicht imstande sein, das bewiesene Wesentliche von dem nichtbewiesenen Unwesentlichen zu trennen.

Da wir nach den gemachten Ausführungen uns nicht entschliessen können, dem mechanischen Beweis des Principis der Erhaltung der Energie diejenige Bedeutung beizumessen, die er gemeiniglich zu geniessen pflegt, so übernehmen wir damit umsomehr die Verpflichtung, uns nach einem andern Satze umzusehen, der durch festere Begründung besser geeignet ist, der Deduction als Ausgangspunkt zu dienen. Nun gibt es in der That noch einen solchen Satz, der die erforderlichen Eigenschaften in genügender Weise zu besitzen scheint, es ist der Erfahrungssatz, welcher die Unmöglichkeit des perpetuum mobile und seiner Umkehrung ausspricht, und zwar ganz unabhängig von jeder besonderen Naturauffassung. Im Anschluss an unsere frühere Terminologie (S. 99) können wir ihn folgendermassen formulieren: „Es ist unmöglich, mit einem materiellen System einen Kreisprocess (der das System

1) E. Mach: Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Prag, 1872, Calve. Übrigens kann ich mich nicht mit allen hier dargelegten Ansichten einverstanden erklären.

genau in seinen Anfangszustand zurückbringt) so auszuführen, dass die äusseren Wirkungen einen von 0 verschiedenen (positiven oder negativen) Arbeitswert haben“. (Über den Begriff des Arbeitswertes einer äusseren Wirkung siehe S. 94f.) oder kürzer: „Positiver Arbeitswert kann weder aus Nichts entstehen noch in Nichts vergehen“; die Umkehrung ist mit wesentliche Voraussetzung.

Was nun zunächst die Begründung dieses Satzes anbelangt, so ist zu erwägen, dass an ihr Jahrhunderte gearbeitet haben; gab es doch Menschen, die sich nicht scheuten, Gut und Leben daran zu setzen, um durch Erschaffung von Arbeitswert aus dem Nichts die Behauptungen des Satzes zu widerlegen. Wenn man daher überhaupt einen durch Erfahrung gewonnenen indirecten Beweis gelten lassen will, so hat man es in diesem Falle zu thun, und wird dann auch den Preis, um welchen die für die ganze Menschheit so wertvolle Wahrheit erkaufte wurde, nicht allzu kostbar finden. Thatsache ist jedenfalls, dass wir heutzutage nicht anstehen, Jeden, der sich mit der Construction eines perpetuum mobile abgibt, kurzweg für einen Thoren zu erklären.

Etwas schwächer steht es allerdings mit dem Beweis des umgekehrten Satzes, dass Arbeitswert nicht in Nichts verschwinden kann. Es hat wohl kaum jemals einen Menschen gegeben, der sich mit dem Problem, Arbeit zu vernichten, praktisch befasst hat, ebensowenig wie etwa mit dem, Gold in Blei zu verwandeln. Wir können daher von einem Erfahrungsbeweis der Unmöglichkeit der Lösung dieses Problems nicht in dem vollwichtigen Sinne reden, wie von dem des ersten Satzes, sondern müssen uns auf die Constatierung der Thatsache beschränken, dass noch nie ein Process beobachtet worden ist, durch den weiter nichts bewirkt wird als Vernichtung von Arbeitswert. Mit dieser Thatsache müssen wir uns an Stelle eines Beweises begnügen; denn von einer Deduction des umgekehrten Satzes aus dem directen kann deshalb nicht die Rede sein, weil sich nicht jeder Naturprocess umkehren lässt. Logisch genommen würde durchaus kein Widerspruch in der Annahme liegen, dass Arbeit zwar nicht aus Nichts entstehen, wohl aber unter Umständen in Nichts vergehen kann. (Clapeyron's Ansicht S. 16.)

Überhaupt muss ja eingeräumt werden, dass auch der Erfahrungsbeweis des directen Satzes: der Unmöglichkeit der Erzeugung von Arbeit aus Nichts, nur auf einem verhältnismässig sehr beschränkten Theile des Gesamtbereichs der Naturkräfte geführt worden ist; sind uns doch schon heutzutage viel mannigfaltigere Erscheinungen bekannt und zugänglich, als damals, wo man auf die praktische Gewinnung des perpetuum mobile abzielte. Inwiefern man nun berechtigt ist, die früher in engerem Gebiete gewonnenen Erfahrungen auf alle Wirkungen in der Natur auszudehnen, lässt sich gegenwärtig nicht leicht beurtheilen, da wir durch die Vertrautheit mit dem Energieprincip doch schon zu sehr an die Allgemeingiltigkeit dieser Wahrheit gewöhnt sind, um vorläufig ganz von ihr abstrahieren zu können.

Wie dem auch sei: Wir stellen an die Spitze der folgenden Ausführungen den Satz der Unmöglichkeit des perpetuum mobile und seiner Umkehrung im Kreise der gesammten anorganischen und organischen Natur, und wollen, gänzlich unabhängig von der mechanischen Naturanschauung, untersuchen, ob und unter welchen Bedingungen sich dieser Satz zum Beweise des Principis der Erhaltung der Energie verwerthen lässt. Erinnern wir uns zunächst an die S. 99 gemachte Bemerkung, dass alle verschiedenen Formen des Principis enthalten sind in dem einen Satz: „Die Energie eines materiellen Systems in einem bestimmten Zustand, bezogen auf einen bestimmten Nullzustand, hat einen eindeutigen Wert“, so wird es sich hier nur darum handeln, diesen Satz aus der Unmöglichkeit des perpetuum mobile zu deducieren, und zwar unter Zugrundelegung der Definition, die wir (S. 93) für den Begriff der Energie aufgestellt haben. Als Beweismethode wählen wir die indirecte, indem wir zeigen, dass in jedem einzelnen Fall, wo sich aus der Definition zwei verschiedene Werte der Energie ergeben würden, die Construction eines perpetuum mobile ermöglicht wäre.

Nehmen wir also an, man habe das materielle System aus dem gegebenen Zustand A auf einem beliebigen Wege in den Nullzustand N gebracht und dabei den Arbeitswert der äusseren Wirkungen gleich a gefunden; es sei aber auch ein anderer Weg der Überführung möglich, und dieser liefere

für die äusseren Wirkungen den von a verschiedenen Arbeitswert a' . Dann wird sich immer ein perpetuum mobile herstellen lassen, freilich nicht auf die Weise, wie man es manchmal angegeben findet, dass man das System auf dem einen Wege in den Zustand N , und auf dem andern Wege von da wieder zurück in den Zustand A bringt; denn der betr. Process braucht ja nicht umkehrbar zu sein. Wir werden vielmehr das System, nachdem es auf die eine oder die andere angegebene Weise in den Zustand N gelangt ist, auf irgend einem beliebigen Wege zurück in den Zustand A überführen und dadurch den Kreisprocess schliessen. Bezeichnen wir den Arbeitswert der bei der Rückkehr von N nach A eintretenden äusseren Wirkungen mit b , so haben wir über zwei Kreisprocesse zu verfügen, welche die respectiven Arbeitswerte $(a + b)$ und $(a' + b)$ producieren. Da nun nach den gemachten Voraussetzungen diese beiden Grössen ungleich sind, so muss wenigstens eine von ihnen von 0 verschieden sein, und damit wäre die Möglichkeit des perpetuum mobile (oder seiner Umkehrung) gegeben.

Als wesentliche Bedingung der Brauchbarkeit dieses Beweises müssen wir allerdings die allgemeine Voraussetzung anerkennen, dass die Überführung eines materiellen Systems aus einem gegebenen Zustand in irgend einen andern stets auf irgend eine Weise möglich ist; ohne sie wird die ganze Deduction illusorisch. In der That: Betrachten wir einmal die äusseren Wirkungen, welche die Verwandlung des Diamant in amorphe Kohle hervorruft, wenn dieselbe etwa einmal auf chemischem, einmal auf physikalischem (galvanischem) Wege vorgenommen wird. Würden diese Wirkungen nicht den nämlichen mechanischen Arbeitswert besitzen, so wäre trotzdem gewiss Niemand in der Lage, diesen Umstand zur Construction eines perpetuum mobile zu verwerten, da wir nicht imstande sind, die Kohle in Diamant zurückzuverwandeln und so den Kreisprocess zu schliessen. Indess glaube ich, dass der Einwand, den man aus diesem Umstand gegen die allgemeine Zulässigkeit der gegebenen Deduction ableiten könnte, nicht stichhaltig ist. Denn es kommt nicht darauf an, ob die Kunst des Menschen imstande ist, den Übergang aus einem Zustand in einen andern nach Willkür zu voll-

ziehen, sondern darauf, ob dieser Übergang in der Natur wirklich vorkommt oder auch nur bei geeignetem Zusammenwirken von Naturkräften vorkommen könnte. Wollte man diesen Schluss nicht anerkennen, so käme dies darauf hinaus, den Satz von der Unmöglichkeit des perpetuum mobile nicht einem Naturgesetz, sondern dem Mangel an Geschicklichkeit des Menschen entspringen zu lassen, was doch gewiss dem Wesen des Satzes zuwiderläuft. Nach allen unseren Erfahrungen ist nun die angeführte Bedingung immer als erfüllt zu betrachten; denn die Natur schafft fortwährend Alles, was sie hervorbringt, aus den einfachsten Elementen, sie bereitet, allerdings auf uns zum Theil gänzlich unbekannte Weise, mit gleicher Leichtigkeit unorganische Substanzen und die compliciertesten Organismen, und löst sie dann wieder in ihre Bestandtheile auf. Dieselbe Frage haben wir schon bei früherer Gelegenheit in demselben Sinne besprochen (S. 98).

Wir glauben daher nicht irre zu gehen, wenn wir (im Gegensatz zur beschränkten Umwandlung der Energiearten) die Verwandelbarkeit der Materie aus allen möglichen Zuständen in alle möglichen andern (wenn die chemischen Elemente erhalten bleiben) als unbeschränkt voraussetzen, und damit ist die Deduction des Satzes der Erhaltung der Energie mit allen seinen Consequenzen aus dem Satze des perpetuum mobile gesichert. Wir stehen in der That nicht an, diesem Beweis unter den deductiven Methoden die vornehmste Stelle anzuweisen; es bleibt dabei durchaus nicht ausgeschlossen, dass, wenn einmal die Naturwissenschaft auf eine höhere Entwicklungsstufe gelangt ist, ein anderer Erfahrungssatz, etwa die mechanische Naturanschauung, mit besserem Rechte der Deduction zu Grunde gelegt werden wird.

III. Abschnitt.

Verschiedene Arten der Energie.

Bevor wir uns an die Aufgabe machen, die im vorigen Abschnitt entwickelten Begriffe und Sätze durch entsprechende Anwendung auf die verschiedenen Energiearten einzeln zu verwerthen, wollen wir zuerst einen orientierenden Blick auf das vor uns liegende Gebiet werfen und dabei zugleich die Methode fixieren, die uns bei den folgenden Untersuchungen leiten soll. Während es sich oben lediglich um die Feststellung der Principien handelte und die etwa besprochenen besonderen Fälle lediglich zur Illustration der allgemeinen Sätze dienten, haben wir hier in der systematischen Durcharbeitung jener Sätze durch alle Theile der Physik den Zweck unserer Darstellung zu suchen, durch welche dann allerdings auch andererseits wieder die Principien selber in ein helleres Licht gesetzt werden. Was aber die hier vorzunehmenden Anwendungen ihrem Wesen nach von den im vorigen Abschnitt gemachten principiellen Auseinandersetzungen unterscheidet, ist der Umstand, dass sie nicht, wie jene, ihre Bedeutung stets unveränderlich beibehalten, sondern dass sie sich mit der fortschreitenden Entwicklung unserer physikalischen Anschauungen selber in gewisser Weise modificieren können; es ist daher um so wichtiger, diesen Punkt besonders hervorzuheben, damit nicht etwa die früher gewonnenen Resultate, die immer in gleicher Weise fortbestehen, einmal gefährdet erscheinen. Die Definition des Begriffes und das Princip der Erhaltung der Energie gilt unveränderlich für alle Zeiten, doch die Form seiner Anwendung auf eine concrete Naturerscheinung unterliegt einem Wechsel, und zwar deshalb, weil der Begriff der Energiearten (nicht ihr in Zahlen

ausgedrückter Wert) ganz von dem Charakter der jeweiligen Naturanschauung abhängig ist. Hiefür bietet schon die geschichtliche Entwicklung der Physik mehr als ein Beispiel dar: wie oft haben die Vorstellungen über das Wesen der in der Natur wirksamen Agentien gewechselt; und auch in unserer Darstellung haben wir Gelegenheit gehabt, diese Thatsache hervorzuheben. (S. 125 f.) Welchem Endziel dieser stete Wechsel in der Auffassung des Wesens der Naturkräfte zustrebt, ist schwer zu sagen: bei dem gegenwärtigen Entwicklungszustand der Physik liegt das Hauptmoment in dem Streben nach Zurückführung aller Naturerscheinungen auf mechanische Veränderungen; gleichzeitig fängt auch eine andere Tendenz an sich geltend zu machen, nämlich die, alle directe Wirkung in die Ferne zu ersetzen durch Kräfte, die nur in unendlich kleinen Entfernungen merkbare Grösse haben. Wir werden im folgenden wiederholt, besonders bei der Besprechung der elektrischen und der magnetischen Energie, Veranlassung nehmen, auf dieses beständige Fluctuieren der Grundbegriffe unserer Naturauffassung zurückzukommen, — ein Fluctuieren, das übrigens nicht als ein Hin- und Herschwanken, sondern als ein beständiges Fortschreiten in einer bestimmten Richtung anzusehen ist; denn darin, dass sich eine Veränderung der Auffassung als notwendig herausstellt, liegt jedesmal zugleich eine Steigerung der Genauigkeit der beschriebenen Naturerscheinungen, und somit eine Steigerung der Erkenntnis begründet.

Für unsere gegenwärtigen Zwecke wollen wir von dem eben Ausgeführten das Eine festhalten, dass es, bevor man an die Anwendung des Principes der Erhaltung der Energie auf eine bestimmte Naturerscheinung geht, vor allem notwendig ist, sich von vorneherein (durch Erfahrung) gewisse Vorstellungen über die Natur der zu untersuchenden Erscheinungen zu verschaffen, und dieselben bei den folgenden Betrachtungen consequent festzuhalten. Nur auf diese Weise kann man sich von Fehlern vollkommen frei halten und namentlich der Gefahr entgehen, eine gewisse Energieart entweder ganz zu übersehen, oder, was auch vorkommen kann, aus Versehen doppelt in Rechnung zu bringen.

Je nach der Genauigkeit der beanspruchten Resultate

wird man die Vorstellung, von der man ausgeht, einfacher oder complicierter gestalten. Operiert man z. B. mit einer tropfbaren Flüssigkeit, so genügt es für gewisse Zwecke schon, sich dieselbe als vollständig incompressibel zu denken und die Sätze, die sich aus dem Princip der Energie für incompressible Flüssigkeiten ableiten lassen, in Anwendung zu bringen. Im Interesse grösserer Genauigkeit liegt es jedoch, sich die Kräfte, die im Innern der Flüssigkeit wirken, als durch Veränderungen der Dichte hervorgerufen zu denken. Aber selbst mit dieser Vorstellung wird man in manchen Fällen nicht auskommen, sondern man wird sich genötigt sehen, den angenommenen Druckkräften noch gewisse andere hinzuzufügen, nämlich die, welche aus der sogenannten Zähigkeit der Flüssigkeit entspringen, und die wir mit dem Namen der „Reibung“ charakterisieren. Hiemit ist die Reihe der Steigerungen der Genauigkeit des Resultates noch nicht erschöpft. Hat man bisher die Flüssigkeit als ein Continuum angenommen, so lehrt eine genauere Betrachtung, dass sie in den kleinsten Theilchen discontinuierliche Eigenschaften zeigt, und die Berücksichtigung derselben erfordert ein noch näheres Eingehen auf die zur Wirksamkeit kommenden Kräfte, die dann als Molekularkräfte auftreten. Jeder dieser verschiedenen genannten Vorstellungen entspricht eine besondere Form der Energiearten und also eine verschiedene Anwendung des Principes der Erhaltung der Energie; dabei werden um so genauere Resultate erhalten, freilich auf Kosten der Einfachheit der Rechnung, je höher in der aufgezählten Reihenfolge die Stellung ist, welche die zu Grunde gelegte Anschauung einnimmt.

Um nun den Standpunkt, von dem man bei der Berechnung ausgehen will, gehörig zu charakterisieren, ist es nötig, sich über die Zahl und die Art der unabhängigen Variablen, von denen man die zu untersuchenden Zustände des betrachteten materiellen Systems abhängen lassen will, genau zu orientieren; je kleiner diese Zahl, um so einfacher die Anschauung und die Rechnung. Die Energie des Systems wird sich dann immer als eine bestimmte Function dieser unabhängigen Variablen darstellen, wobei es vollkommen gleichgültig bleibt, ob diese Function auch wirklich der „primären“

(S. 111) Form der Energie entspricht oder nicht. Vgl. hierüber auch S. 114 f.

Im übrigen bedienen wir uns bei den kommenden Berechnungen der im vorigen Abschnitt abgeleiteten Sätze, von denen wir die hauptsächlichsten hier noch einmal zusammenstellen wollen:

1) Die einer bestimmten Zustandsänderung eines materiellen Systems entsprechende Änderung seiner Energie ist gleich dem Arbeitswert der Wirkungen, welche ausserhalb des Systems aufgewendet werden müssen, um die Zustandsänderung (auf irgend eine Weise) hervorzubringen (S. 120). Finden also keine äusseren Wirkungen statt, so bleibt die Energie des Systems ungeändert.

2) Die Änderung der Energie eines bestimmten Volumens ist bedingt einerseits durch die äusseren Wirkungen auf die in dem Volumen enthaltene Materie, andererseits durch den Eintritt neuer Materie in das Volumen (S. 125).

3) Die Energie eines materiellen Systems ist die Summe der einzelnen in dem System vorhandenen von einander unabhängigen Energiearten, und jede äussere Wirkung verändert nur die Energieart, die ihr gerade entspricht. (Princip der Superposition, S. 127.)

1. Mechanische Energie.

Das einfachste materielle System ist ein materieller Punkt, dessen innere Beschaffenheit allein durch seine (unveränderliche) Masse m bestimmt ist. Seine Energie ist die lebendige Kraft:

$$\frac{m}{2} \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\}$$

plus einer willkürlichen Constanten, die wir, wie es gewöhnlich geschieht, gleich 0 setzen.

Die lebendige Kraft bleibt nach dem Princip der Erhaltung der Energie constant, so lange keine Wirkungen von aussen her auf den Punkt stattfinden. Tritt aber eine äussere Wirkung ein, d. h. werden von anderen materiellen Punkten her Kräfte auf den betrachteten Punkt ausgeübt, so rufen dieselben in einem gewissen Zeitraum eine Änderung der

Energie des Punktes hervor, deren Grösse gegeben ist durch den Arbeitswert dieser Wirkungen, d. h. durch die Arbeit, welche die Kräfte in der angenommenen Zeit an dem betrachteten Punkte leisten, und zwar gilt dies ganz allgemein, aus welcher Quelle auch die genannten Kräfte stammen mögen. (S. 120 f.) Beschränken wir die Anwendung auf ein Zeitelement dt , so hat die Summe der entsprechenden Arbeiten aller Kräfte, die auf den Punkt wirken, die Form:

$$Xdx + Ydy + Zdz$$

wobei X, Y, Z die Componenten der resultierenden Kraft sind, genommen nach den Richtungen der 3 Coordinatenachsen. Aus der Benutzung des angeführten Satzes ergibt sich nun, dass das Wachstum der Energie in der unendlich kleinen Zeit dt , also das Differenzial des obigen Ausdrucks der lebendigen Kraft, gleich ist der hier angegebenen Arbeitsgrösse. Somit hätten wir durch die Anwendung des Principes der Erhaltung der Energie eine Gleichung gefunden, der die Bewegung des Punktes gehorcht; indes reicht diese eine Gleichung noch nicht aus, um die Abhängigkeit jeder der 3 Veränderlichen x, y, z von der Zeit t zu bestimmen.

Wir können uns aber die erforderliche Anzahl von Gleichungen verschaffen durch die Anwendung des Satzes, den wir auf voriger Seite unter 3) reproducirt haben. Beachten wir, dass der Ausdruck der Energie des betrachteten Punktes sich darstellt als eine Summe von 3 symmetrisch gebauten Gliedern, deren jedes sich auf eine bestimmte Coordinatenrichtung bezieht und allein von der betreffenden Variabeln abhängt. Die Gesamtenergie setzt sich also zusammen aus 3 von einander unabhängigen Energiearten. Ganz dieselbe Eigenschaft bemerken wir aber auch bei dem Ausdruck der Arbeit der von aussen wirkenden Kräfte. Auch diese Grösse zerfällt in 3 Summanden, deren jeder einer bestimmten Coordinatenaxe entspricht und einen von den beiden andern unabhängigen Wert hat; jede der einzelnen äusseren Wirkungen ist also einer bestimmten einzelnen Energieart zugeordnet. Es liegt nun nahe anzunehmen, dass nicht nur die Veränderung der Gesamtenergie gemessen wird durch die Gesamtarbeit der äusseren Kräfte, sondern dass noch specieller jede der genannten Einzelenergien nur

von der ihr gerade entsprechenden Einzelwirkung beeinflusst wird, ganz unabhängig von den beiden andern. Nehmen wir diesen Gedanken als richtig an, so zerfällt die eine oben angeführte Gleichung in 3 einzelne, deren jede sich auf eine bestimmte Coordinatenrichtung bezieht:

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right\} = X dx$$

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right\} = Y dy$$

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\} = Z dz$$

und durch Ausführung der Differenziation ergeben sich die Newton'schen Bewegungsgleichungen:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = X$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = Y$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = Z$$

welche zur Darstellung der ganzen Bewegung genügen.

Selbstverständlich kann diese Ableitung keinen Anspruch erheben auf den Rang eines Beweises der beiden ersten Newton'schen Axiome, da der benutzte Satz der Übereinanderlagerung der Energien nicht a priori angewendet werden kann. Seine Bedeutung beruht vielmehr, wie wir schon S. 130 ausführlicher hervorgehoben haben, und wie auch in der letzten Darstellung betont ist, wesentlich auf seinem heuristischen Wert. Ebenso wie hier die drei Coordinatenrichtungen den Grund liefern zur Eintheilung sowohl der Energie als auch der äusseren Wirkungen in die entsprechenden Theile, so haben wir ein anderes Mal andere Gesichtspunkte, etwa thermischer oder elektrischer Natur, welche eine Zerlegung der Wirkungen in verschiedene von einander gänzlich unabhängige Einzelglieder bedingen, die sich dann einfach durch Addition zur Gesamtwirkung zusammensetzen. Wo diese Zerlegung aber wirklich durchführbar ist und zu richtigen Folgerungen führt, kann nur die Erfahrung lehren; denn

dass z. B. die Wirkungen nach den 3 Coordinatenrichtungen unabhängig von einander erfolgen, ist doch auch ein Erfahrungssatz, über den wir unter keinen Umständen, bei keiner Darstellungsart, hinauskommen. Gibt man ihn jedoch einmal zu, so wird die obige Ableitung aus dem Princip der Erhaltung der Energie vollkommen streng.

Nachdem wir gesehen haben, dass die beiden ersten Newton'schen Axiome (das dritte folgt weiter unten S. 157 ff.) sich aus den von dem Energieprincip gelieferten Sätzen entwickeln lassen, erhebt sich die Frage, ob es nicht überhaupt im Interesse einer noch rationelleren Auffassung der Mechanik gelegen sei, bei der Darstellung derselben einen dem eben angewandten ähnlichen Ausgangspunkt definitiv an Stelle des jetzt gebräuchlichen zu setzen. Gegenwärtig pflegt man fast allgemein die Mechanik mit dem Satze der Proportionalität von Kraft und Beschleunigung einzuleiten, sei es nun, dass man, mit Newton und W. Thomson¹⁾, den Begriff der Kraft in letzter Linie auf den des Druckes, wie er uns durch den Muskelsinn (Tastsinn, Gefühlssinn) direct übermittelt wird, zurückführt, oder dass man, mit Kirchhoff²⁾, gleich von vorneherein durch Definition Kraft und Beschleunigung identificiert, wobei dann allerdings der Kraftbegriff an Bedeutung verliert, da auf die Empfindungen des Muskelsinns keine Rücksicht genommen wird. Aus der Kraft wird dann die Arbeit, die Energie u. s. w. hergeleitet. Dem gegenüber steht die andere, zuerst von Huygens³⁾ cultivierte Auffassung, die den Begriff der Energie (Arbeit, lebendige Kraft) an die Spitze der Mechanik stellt, und die andern Grundbegriffe, so namentlich den der Kraft, in eine secundäre Stellung weist. Augenscheinlich hat der letztere Standpunkt den Vorzug für sich voraus, dass der für ihn charakteristische Begriff der Energie eine für alle verschiedenen Zweige der Physik definierte

1) W. Thomson und P. G. Tait: Handbuch der theoretischen Physik. Deutsch von H. Helmholtz und G. Wertheim. Braunschweig 1871, I. § 207.

2) G. Kirchhoff: Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik. Leipzig 1877, p. 5, 23.

3) E. Mach: Zur Geschichte des Arbeitbegriffes. Wien. Ber. (2) 68, p. 479, 1873.

Grösse ist, so dass man nicht nur die Mechanik, sondern auch die Theorie der Wärme, der Elektrizität u. s. w. auf den nämlichen Begriff gründen kann, wodurch ohne Zweifel eine einheitlichere, höhere Auffassung der physikalischen Erscheinungen bedingt ist, und ich glaube auch, dass über kurz oder lang sich diese Auffassung allenthalben Bahn brechen wird, sobald wir uns nur erst einmal durch vielfache Übung etwas mehr an diesen verhältnismässig noch zu wenig gebrauchten Begriff gewöhnt haben werden; jedoch ist andererseits wohl zu beachten, dass der Begriff der Kraft, auf den sich seit Newton die Mechanik ausschliesslich aufbaut, einen Vorzug aufzuweisen hat, welcher dem der Energie mangelt: es ist der Umstand, dass wir einen Sinn besitzen, den Muskelsinn, durch welchen wir einen Druck (zwar nicht exact messen, wohl aber) unmittelbar empfinden können, während uns ein Energiesinn ganz und gar abgeht (vgl. unten S. 153 bezüglich der Wärme); dieser Umstand ist auch ohne Zweifel mit ein Grund gewesen, weshalb im Verlauf der geschichtlichen Entwicklung der Mechanik der Begriff der Kraft den der Arbeit so in den Hintergrund zu drängen und seinerseits das entschiedene Übergewicht zu erringen vermochte. Die Kraft erscheint uns, wenigstens in der Newton'schen Auffassung, als das primäre, als die Ursache, die Bewegung aber, die Arbeitsleistung u. s. w. als die Wirkung (obwohl doch Kraft und Beschleunigung der Zeit nach zusammenfallen), und das aus keinem anderen Grunde, als weil, wenn wir einen Körper durch Muskelaction fortbewegen, der physiologische Vorgang in uns der eintretenden Bewegung in der That zeitlich vorausgeht. Wenn sich nun ein Körper unabhängig von unserer Muskelthätigkeit, etwa durch Attraction eines andern, in Bewegung setzt, so können wir uns doch immer vorstellen, dass wir, nach Beseitigung des anziehenden Körpers, die nämliche Beschleunigung durch eigene Anstrengung hervorrufen, und insofern auch in diesem Falle in ganz bestimmtem Sinne von einer Kraft sprechen, welche diese Bewegung hervorruft. Dass wir ein quantitatives Maass dieser Kraft erst durch Beobachtung der eingetretenen Bewegung gewinnen können, liegt nur an der Unvollkommenheit unseres Muskelsinns und ändert an dem Begriff der Kraft Nichts.

Da wir nach dem Gesagten, in Übereinstimmung mit der geschichtlichen Entwicklung, die wesentliche Bedeutung des Kraftbegriffes in seinem Zusammenhang mit den uns durch den Muskelsinn vermittelten Empfindungen erblicken, so können wir uns auch nicht entschliessen, mit Kirchhoff durch Aufhebung dieses Zusammenhangs den Begriff der Kraft zu einem rein kinematischen zu stempeln. Gewiss ist zuzugeben, dass aus dem Begriff der Beschleunigung allein sich ein grosser Theil der Mechanik construieren lässt, vor Allem die ganze Astronomie, und überhaupt alle diejenigen Bewegungsvorgänge, die nur durch das Auge wahrgenommen werden. Aber die Physik hat es doch mit der Beschreibung aller Erscheinungsformen zu thun, nicht nur derer, die uns durch den Bewegungssinn, sondern auch derer, die uns durch den Muskelsinn, den Temperatursinn, den Farbensinn u. s. w. vermittelt werden, und dementsprechend sind die fundamentalen physikalischen Begriffe direct aus den specifischen Sinnesempfindungen abzuleiten. Exact messen können wir zwar eine Temperatur ebensowenig durch den Temperatursinn, wie eine Kraft durch den Muskelsinn, oder eine Farbennüance durch den Farbensinn, weil dazu die Schärfe unserer Sinnesempfindungen nicht ausreicht, sondern wir müssen uns zur Erreichung dieses Zweckes nach anderen Erscheinungen umsehen, die erfahrungsgemäss mit den genannten Empfindungen in einem notwendigen Zusammenhang stehen und den Vortheil einer quantitativen Messung darbieten, das sind in der Regel Bewegungserscheinungen: bei der Temperatur die Ausdehnung, bei der Kraft die Beschleunigung, bei der Farbe die Wellenlänge, u. s. w.; aber deshalb werden wir uns doch nicht veranlasst sehen, Temperatur, Kraft, Farbe u. s. w. für kinematische Begriffe zu erklären. So wenig wir mit dem Worte „blau“ in erster Linie die mechanische Vorstellung einer bestimmten Schwingungszahl oder einer bestimmten Wellenlänge des Äthers verbinden, die uns doch allein das exacte physikalische Maass der Farbe liefert, ebenso sollten wir, wenn wir von der „Anziehungskraft“ eines Magneten auf ein Stück Eisen reden, zunächst nicht an die (mit der Masse multiplicierte) Beschleunigung denken, die der Magnet dem Eisen ertheilt, sondern vielmehr an die, allerdings nicht

zur exacten Messung geeignete, Druckempfindung, die wir in den Muskeln verspüren, wenn wir, nach Beseitigung des Magneten, durch eigene Action dem Eisen die nämliche Beschleunigung ertheilen. Indem Kirchhoff in seiner bewunderungswürdigen Darstellung der Mechanik den Begriff des Causalzusammenhangs auf das zurückführte, was er wirklich bedeutet, nämlich die Notwendigkeit der zeitlichen Aufeinanderfolge, glaubte er leider zugleich auch die durch den Muskelsinn vermittelten Empfindungen aus dem Fundament der Mechanik entfernen zu müssen, obwohl dieselben uns doch mit genau dem gleichen Rechte zu physikalischen Begriffen verhelfen wie etwa die Empfindungen des allerdings verhältnismässig schärferen Gesichtssinnes. — Für den gegenwärtigen Stand der Mechanik dürfte es allerdings im wesentlichen auf das Nämliche hinauskommen, ob man den Begriff der Kraft von vorneherein mit den Empfindungen des Muskelsinns in Zusammenhang bringt oder ob man diesen Zusammenhang erst hinterher einführt (denn dass er überhaupt einmal eingeführt werden muss, ist selbstverständlich, schon mit Rücksicht auf die Theorie der ersten und ältesten Maschinen: derer, die durch Muskelkraft bewegt werden); aber die Mechanik ist ja ebensowenig wie irgend ein anderer Theil der Physik eine abgeschlossene Wissenschaft, wenn sie auch auf einer verhältnismässig sehr hohen Stufe steht: während die einmal beobachteten Thatfachen bleiben, und durch fortwährend neue ergänzt und vervollständigt werden, können die Anschauungen in oft ungeahnter Weise wechseln. Der einzige feste und unangreifbare Ausgangspunkt liegt für uns anerkanntermassen in den durch die Sinnesempfindungen gelieferten Erscheinungen, und es dürfte daher in hohem Grade rationell sein, uns auch die Benutzung aller unserer Sinne zur steten Verfügung zu halten und nicht von vorneherein auf die Verwertung eines derselben zu verzichten, der für das Verständnis und die Entwicklung des Begriffes der Kraft, wie schon der Name besagt, der Wissenschaft bisher die wichtigsten Dienste geleistet hat und mutmasslich noch leisten wird. •

Kommen wir nun zurück auf die oben angeregte Frage, ob es für die Darstellung der Mechanik zweckmässiger sei,

das Gesetz der Proportionalität von Kraft und Beschleunigung aus dem Princip der Erhaltung der Energie abzuleiten, oder umgekehrt, so möchten wir uns in Wiederholung unserer schon oben ausgesprochenen Ansicht für das Erstere entscheiden; dagegen scheint es uns im Hinblick auf die soeben erörterte Unmittelbarkeit des Kraftbegriffes unerlässlich, den Begriff der Arbeit erst auf den der Kraft zu gründen (ganz unabhängig von der Beschleunigung), und hierauf, nach Formulierung dieses Begriffs, zur Anwendung des Satzes der Erhaltung der Energie zu schreiten, woraus dann die Proportionalität von Kraft und Beschleunigung resultiert. Wie das im Einzelnen durchzuführen wäre, wollen wir nicht ausführlicher darzulegen versuchen, zumal hier dem individuellen Geschmack ein gewisser Spielraum gelassen ist. Nur einen Punkt, auf den wir besonderes Gewicht legen, möchten wir noch hervorheben, nämlich dass sich die hier dargelegte Auffassung auf das engste anschliesst an die Methode, welche in anderen Theilen der Physik, namentlich in der Theorie der Wärme, bereits mit bestem Erfolge benutzt wird. Wir leiten die Wirkungen der Wärme ab aus dem Princip der Erhaltung der Energie, resp. dem Satz von der Äquivalenz von Wärme und Arbeit, und doch ist in der Wärmelehre der Begriff der Wärmemenge nicht das ursprünglich Gegebene, da wir für ihn (ebenso wie für die Arbeit) keinen specifischen Sinn besitzen, sondern wir gelangen zu ihm nur durch den Temperaturbegriff, der uns direct durch den Temperatursinn geliefert wird (ebenso wie der Kraftbegriff durch den Muskelsinn, oder, wie wir auch geradezu sagen können: Kraftsinn). In dieser Beziehung sind wir also merkwürdigerweise in der Wärmetheorie schon zu etwas reiferen Anschauungen gelangt als in der Mechanik; denn es wird mit der Zeit dahin kommen müssen, dass wir auch in der Mechanik die Energie auffassen als das primär vorhandene, und die Kraft als eine Äusserung dieser (potenziellen oder actuellen) Energie, ebenso wie wir jetzt schon die Temperatur als eine Äusserung der Wärme betrachten. Wo keine Energie ist, kann weder eine Kraft-, noch eine Temperatur-, noch irgend eine andere Empfindung zustande kommen. —

Ehe wir von der Behandlung der Bewegung eines ein-

zigen freien materiellen Punktes abgehen, wollen wir noch einen für die weitere Anwendung fruchtbaren Satz anführen. Wenn ein materieller Punkt durch Einwirkung irgend welcher Kräfte aus dem Zustand der Ruhe in den der Bewegung übergeht, so ist im ersten Zeitmoment dieser Bewegung die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte stets positiv. Denn da der Beginn der Bewegung immer mit einem Wachsthum der Energie des Punktes (seiner lebendigen Kraft) verbunden ist, müssen die äusseren Wirkungen, welche dieses Wachstum bedingen, ebenfalls positiv sein. (Derselbe Satz folgt natürlich auch unmittelbar aus der Berücksichtigung des Umstandes, dass die durch die wirkenden Kräfte hervorgebrachte Verschiebung des Punktes in die Richtung der resultierenden Kraft fällt.) Wenn es sich trifft, dass der Punkt im Laufe seiner Bewegung einmal wieder an seine Ausgangsstelle zurückkommt, so wird im allgemeinen die Gesamtarbeit der Kräfte nicht gleich 0 sein, es wird in Folge dessen der Punkt auch nicht wieder seine alte Geschwindigkeit erlangt haben; doch ist dies dann immer der Fall, wenn die Wirkungen durch Centralkräfte veranlasst werden, die von gewissen ruhenden Massen ausgehen; dann existiert ein Potenzial V der wirkenden Kräfte, in der Art dass:

$$X = - \frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = - \frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = - \frac{\partial V}{\partial z}.$$

In diesem Fall wird die Grösse der in einer beliebigen endlichen Zeit geleisteten Arbeit gemessen einfach durch die Abnahme dieses Potenzials, einerlei welche Bahn der Punkt beschrieben hat. Der zuletzt abgeleitete Satz lautet dann folgendermassen: Wenn ein ruhender Punkt sich zu bewegen anfängt unter Einwirkung von Kräften, die ein nur von der Lage des Punktes abhängiges Potenzial haben, so geschieht dies immer in der Weise, dass das Potenzial abnimmt.

Gehen wir nun weiter zur Betrachtung eines materiellen Punktes, dessen Beweglichkeit durch gewisse äussere von vorneherein festgestellte Bedingungen beschränkt ist, so können wir hier zunächst zwei Arten von Kräften unterscheiden: 1) diejenigen, welche den Punkt in gewisser Weise zu bewegen streben — wir wollen sie im folgenden die treibenden Kräfte nennen, ihre Grösse und Richtung ist

im allgemeinen unmittelbar bekannt, und 2) diejenigen, welche durch die Existenz der festen Bedingungen hervorgerufen werden — wir nennen sie Widerstandskräfte; diese Kräfte sind nur dadurch charakterisiert, dass ihre Wirksamkeit immer gerade den Erfolg hat, die festen Bedingungen unter allen Umständen aufrecht zu erhalten. Beide Arten von Kräften zusammen bestimmen die Bewegung des Punktes nach den allgemeinen Bewegungsgesetzen, die für einen freien Punkt gelten. Die Unbestimmtheit, welche noch in den Werten der Widerstandskräfte enthalten ist, lässt sich durch folgenden Satz beseitigen, der auf der Zerlegung der Gesamtarbeit in die der einzelnen Kräfte beruht: Wenn die (durch irgend welche mechanische Vorrichtungen zu erzielende) Verwirklichung und Aufrechterhaltung der festen Bedingungen weder mit Aufwand noch mit Erzeugung von Energie verbunden ist, so ist die Arbeit der Widerstandskräfte an dem betrachteten materiellen Punkt immer gleich 0; denn in diesem Falle kann dem Punkt durch die Wirkung der festen Bedingungen keine Energie mitgetheilt werden, sonst würde diese Energie aus Nichts entstehen. Dies tritt immer ein, wenn die Bedingungen nicht von der Zeit abhängen, wenn z. B. der Punkt gezwungen ist, auf einer im Raume festen Fläche oder Curve zu bleiben. Ein Punkt also, auf den gar keine treibenden Kräfte wirken, wird sich auf einer festen Fläche oder Curve mit constanter Geschwindigkeit bewegen.

Setzen wir nun, unter Festhaltung des angenommenen Falles, voraus, der Punkt befinde sich anfangs in Ruhe, gerathe aber in Folge der Einwirkung gewisser treibender Kräfte in Bewegung, so muss nach dem oben abgeleiteten Satz die Gesamtarbeit sämmtlicher auf den Punkt wirkenden Kräfte positiv sein; da aber, wie wir eben sahen, die Arbeit der Widerstandskräfte gleich 0 ist, so folgt, weil die Gesamtarbeit aller Kräfte die Summe der Arbeiten der einzelnen ist, der Satz, dass „bei jeder eintretenden Bewegung die Arbeit der treibenden Kräfte für sich allein positiv ist“; mit andern Worten: die Richtung der Resultante der treibenden Kräfte bildet mit der Richtung der Bewegung, die der Punkt einschlägt, einen spitzen Winkel. Für den spe-

ciellen Fall, dass die treibenden Kräfte ein Potenzial haben, folgt, dass beim Beginn der Bewegung das Potenzial abnimmt. Hieraus ergibt sich unmittelbar der Satz der virtuellen Verrückungen: Wenn unter allen Verschiebungen, die der Punkt in Folge der festen Bedingungen erleiden kann, sich keine einzige befindet, für die die Arbeit der treibenden Kräfte positiv ist, kann überhaupt gar keine Bewegung zustande kommen, dann muss Gleichgewicht bestehen; denn wäre dies nicht der Fall, würde Bewegung eintreten, so wäre bei der entstehenden Verschiebung die Arbeit der treibenden Kräfte 0 oder negativ, was mit dem angeführten Satz unvereinbar ist. Sind XYZ wieder die Componenten der Resultante der treibenden Kräfte, so ist also Gleichgewicht vorhanden, wenn für jede zulässige virtuelle Verrückung δx , δy , δz die Bedingung gilt:

$$X\delta x + Y\delta y + Z\delta z \leq 0.$$

Für den gewöhnlich vorkommenden Fall, dass die festen Bedingungen alle durch Gleichungen (nicht durch Ungleichungen) zwischen den Coordinaten des beweglichen Punktes ausgedrückt sind, wird, wenn irgend eine Verschiebung δx , δy , δz mit den Bedingungen verträglich ist, immer auch die entgegengesetzte: $-\delta x$, $-\delta y$, $-\delta z$ zulässig sein, so dass die für das Gleichgewicht geforderte Bedingung nur dann erfüllt ist, wenn für alle zulässigen Verrückungen: $X\delta x + Y\delta y + Z\delta z = 0$. Haben die treibenden Kräfte ein Potenzial, so lautet die Gleichung: $\delta V = 0$. Diese Bedingung ist immer dann erfüllt, wenn für den betreffenden Raumpunkt der Wert des Potenzials ein Maximum oder ein Minimum ist, und zwar ist unmittelbar ersichtlich, dass im ersten Fall das Gleichgewicht ein labiles, im zweiten ein stabiles ist. Denn bringt man den materiellen Punkt an eine wenig von seiner Gleichgewichtslage entfernte Stelle, so wird er nicht mehr im Gleichgewicht sein, sondern in Bewegung gerathen, doch so, dass das Potenzial abnimmt. Wenn also in der Gleichgewichtslage das Potenzial ein Minimum ist, so muss er dorthin zurückkehren, im entgegengesetzten Fall ist dies unmöglich. Dazwischen gibt es Fälle, in denen das Gleichgewicht für gewisse Verschiebungen labil, für andere aber

stabil ist; dann erreicht der Wert des Potentials weder ein Maximum noch ein Minimum.

Wir haben alle diese Folgerungen mit einer gewissen Umständlichkeit abgeleitet, die durch Benutzung gewisser einfacher Sätze (z. B. dass die Widerstandskraft einer Fläche oder Curve stets senkrecht auf ihrer Richtung wirkt) etwas abzukürzen gewesen wäre, indess haben wir dafür den Vortheil gewonnen, die angewandte Betrachtung im wesentlichen unverändert auf Systeme von beliebig vielen materiellen Punkten zu übertragen (S. unten). Aus dem Princip der virtuellen Verückungen lassen sich bekanntlich nicht nur die Gleichgewichtsbedingungen, sondern auch die Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes ableiten, vorausgesetzt, dass man zu den Componenten der treibenden Kräfte noch die Grössen

$$- m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad - m \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad - m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

hinzufügt.

Wir wollen daher nun gleich übergehen zur Behandlung eines Systems von mehreren beweglichen Punkten, und zwar zunächst von zwei Punkten, um für dasselbe die Gültigkeit des Princip der Wirkung und Gegenwirkung abzuleiten: hiebei seien zunächst alle Wirkungen von anderen Massen ausgeschlossen. Bezeichnen wir die Coordinaten eines Punktes mit xyz , seine lebendige Kraft mit T , die Componenten der von dem anderen Punkt her auf ihn wirkenden Kraft mit XYZ , wobei der angefügte Index 1 oder 2 dem Punkt entspricht, auf den gewirkt wird, so ist für jeden einzelnen Punkt das Wachsthum seiner Energie gleich der Arbeit der auf ihn wirkenden Kraft, also:

$$\begin{aligned} dT_1 &= X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1, \\ dT_2 &= X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2. \end{aligned}$$

Nehmen wir andererseits beide Punkte zusammen als „Grundsystem“ (S. 121) an, so sind die äusseren Wirkungen 0, und die Energie daher constant. Diese Grösse wird aber natürlich im allgemeinen nicht allein aus den lebendigen Kräften (der actuellen Energie) der beiden Punkte bestehen, sondern es wird hiezu noch ein Glied hinzutreten, das auch von der Lage der Punkte im Raum abhängig ist, und sich als neue

(S. 111) Form der Energie entspricht oder nicht. Vgl. hierüber auch S. 114 f.

Im übrigen bedienen wir uns bei den kommenden Berechnungen der im vorigen Abschnitt abgeleiteten Sätze, von denen wir die hauptsächlichsten hier noch einmal zusammenstellen wollen:

1) Die einer bestimmten Zustandsänderung eines materiellen Systems entsprechende Änderung seiner Energie ist gleich dem Arbeitswert der Wirkungen, welche ausserhalb des Systems aufgewendet werden müssen, um die Zustandsänderung (auf irgend eine Weise) hervorzubringen (S. 120). Finden also keine äusseren Wirkungen statt, so bleibt die Energie des Systems ungeändert.

2) Die Änderung der Energie eines bestimmten Volumens ist bedingt einerseits durch die äusseren Wirkungen auf die in dem Volumen enthaltene Materie, andererseits durch den Eintritt neuer Materie in das Volumen (S. 125).

3) Die Energie eines materiellen Systems ist die Summe der einzelnen in dem System vorhandenen von einander unabhängigen Energiearten, und jede äussere Wirkung verändert nur die Energieart, die ihr gerade entspricht. (Princip der Superposition, S. 127.)

1. Mechanische Energie.

Das einfachste materielle System ist ein materieller Punkt, dessen innere Beschaffenheit allein durch seine (unveränderliche) Masse m bestimmt ist. Seine Energie ist die lebendige Kraft:

$$\frac{m}{2} \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\}$$

plus einer willkürlichen Constanten, die wir, wie es gewöhnlich geschieht, gleich 0 setzen.

Die lebendige Kraft bleibt nach dem Princip der Erhaltung der Energie constant, so lange keine Wirkungen von aussen her auf den Punkt stattfinden. Tritt aber eine äussere Wirkung ein, d. h. werden von anderen materiellen Punkten her Kräfte auf den betrachteten Punkt ausgeübt, so rufen dieselben in einem gewissen Zeitraum eine Änderung der

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. haben also:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad Y_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ = -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, Y_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, Y_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

von der ihr gerade entsprechenden Einzelwirkung beeinflusst wird, ganz unabhängig von den beiden andern. Nehmen wir diesen Gedanken als richtig an, so zerfällt die eine oben angeführte Gleichung in 3 einzelne, deren jede sich auf eine bestimmte Coordinatenrichtung bezieht:

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right\} = X dx$$

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right\} = Y dy$$

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\} = Z dz$$

und durch Ausführung der Differenziation ergeben sich die Newton'schen Bewegungsgleichungen:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = X$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = Y$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = Z$$

welche zur Darstellung der ganzen Bewegung genügen.

Selbstverständlich kann diese Ableitung keinen Anspruch erheben auf den Rang eines Beweises der beiden ersten Newton'schen Axiome, da der benutzte Satz der Übereinanderlagerung der Energien nicht a priori angewendet werden kann. Seine Bedeutung beruht vielmehr, wie wir schon S. 130 ausführlicher hervorgehoben haben, und wie auch in der letzten Darstellung betont ist, wesentlich auf seinem heuristischen Wert. Ebenso wie hier die drei Coordinatenrichtungen den Grund liefern zur Eintheilung sowohl der Energie als auch der äusseren Wirkungen in die entsprechenden Theile, so haben wir ein anderes Mal andere Gesichtspunkte, etwa thermischer oder elektrischer Natur, welche eine Zerlegung der Wirkungen in verschiedene von einander gänzlich unabhängige Einzelglieder bedingen, die sich dann einfach durch Addition zur Gesamtwirkung zusammensetzen. Wo diese Zerlegung aber wirklich durchführbar ist und zu richtigen Folgerungen führt, kann nur die Erfahrung lehren; denn

dass z. B. die Wirkungen nach den 3 Coordinatenrichtungen unabhängig von einander erfolgen, ist doch auch ein Erfahrungssatz, über den wir unter keinen Umständen, bei keiner Darstellungsart, hinauskommen. Gibt man ihn jedoch einmal zu, so wird die obige Ableitung aus dem Princip der Erhaltung der Energie vollkommen streng.

Nachdem wir gesehen haben, dass die beiden ersten Newton'schen Axiome (das dritte folgt weiter unten S. 157 ff.) sich aus den von dem Energieprincip gelieferten Sätzen entwickeln lassen, erhebt sich die Frage, ob es nicht überhaupt im Interesse einer noch rationelleren Auffassung der Mechanik gelegen sei, bei der Darstellung derselben einen dem eben angewandten ähnlichen Ausgangspunkt definitiv an Stelle des jetzt gebräuchlichen zu setzen. Gegenwärtig pflegt man fast allgemein die Mechanik mit dem Satze der Proportionalität von Kraft und Beschleunigung einzuleiten, sei es nun, dass man, mit Newton und W. Thomson¹⁾, den Begriff der Kraft in letzter Linie auf den des Druckes, wie er uns durch den Muskelsinn (Tastsinn, Gefühlssinn) direct übermittelt wird, zurückführt, oder dass man, mit Kirchhoff²⁾, gleich von vorneherein durch Definition Kraft und Beschleunigung identificiert, wobei dann allerdings der Kraftbegriff an Bedeutung verliert, da auf die Empfindungen des Muskelsinns keine Rücksicht genommen wird. Aus der Kraft wird dann die Arbeit, die Energie u. s. w. hergeleitet. Dem gegenüber steht die andere, zuerst von Huygens³⁾ cultivierte Auffassung, die den Begriff der Energie (Arbeit, lebendige Kraft) an die Spitze der Mechanik stellt, und die andern Grundbegriffe, so namentlich den der Kraft, in eine secundäre Stellung weist. Augenscheinlich hat der letztere Standpunkt den Vorzug für sich voraus, dass der für ihn charakteristische Begriff der Energie eine für alle verschiedenen Zweige der Physik definierte

1) W. Thomson und P. G. Tait: Handbuch der theoretischen Physik. Deutsch von H. Helmholtz und G. Wertheim. Braunschweig 1871, I. § 207.

2) G. Kirchhoff: Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik. Leipzig 1877, p. 5, 23.

3) E. Mach: Zur Geschichte des Arbeitbegriffes. Wien. Ber. (2) 68, p. 479, 1873.

vor

w:

v

irresse ist, so dass man nicht nur die Mechanik, sondern auch die Theorie der Wärme, der Elektrizität u. s. w. auf den nämlichen Begriff gründen kann, wodurch ohne Zweifel eine einheitlichere, höhere Auffassung der physikalischen Erscheinungen bedingt ist, und ich glaube auch, dass über kurz oder lang sich diese Auffassung allenthalben Bahn brechen wird, sobald wir uns nur erst einmal durch vielfache Übung etwas mehr an diesen verhältnismässig noch zu wenig gebrauchten Begriff gewöhnt haben werden; jedoch ist andererseits wohl zu beachten, dass der Begriff der Kraft, auf den sich seit Newton die Mechanik ausschliesslich aufbaut, einen Vorzug aufzuweisen hat, welcher dem der Energie mangelt: es ist der Umstand, dass wir einen Sinn besitzen, den Muskelsinn, durch welchen wir einen Druck (zwar nicht exact messen, wohl aber) unmittelbar empfinden können, während uns ein Energiesinn ganz und gar abgeht (vgl. unten S. 153 bezüglich der Wärme); dieser Umstand ist auch ohne Zweifel mit ein Grund gewesen, weshalb im Verlauf der geschichtlichen Entwicklung der Mechanik der Begriff der Kraft den der Arbeit so in den Hintergrund zu drängen und seinerseits das entschiedene Übergewicht zu erringen vermochte. Die Kraft erscheint uns, wenigstens in der Newton'schen Auffassung, als das primäre, als die Ursache, die Bewegung aber, die Arbeitsleistung u. s. w. als die Wirkung (obwohl doch Kraft und Beschleunigung der Zeit nach zusammenfallen), und das aus keinem anderen Grunde, als weil, wenn wir einen Körper durch Muskelaction fortbewegen, der physiologische Vorgang in uns der eintretenden Bewegung in der That zeitlich vorausgeht. Wenn sich nun ein Körper unabhängig von unserer Muskelthätigkeit, etwa durch Attraction eines andern, in Bewegung setzt, so können wir uns doch immer vorstellen, dass wir, nach Beseitigung des anziehenden Körpers, die nämliche Beschleunigung durch eigene Anstrengung hervorrufen, und insofern auch in diesem Falle in ganz bestimmtem Sinne von einer Kraft sprechen, welche diese Bewegung hervorruft. Dass wir ein quantitatives Maass dieser Kraft erst durch Beobachtung der eingetretenen Bewegung gewinnen können, liegt nur an der Unvollkommenheit unseres Muskelsinns und ändert an dem Begriff der Kraft Nichts.

Da wir nach dem Gesagten, in Übereinstimmung mit der geschichtlichen Entwicklung, die wesentliche Bedeutung des Kraftbegriffes in seinem Zusammenhang mit den uns durch den Muskelsinn vermittelten Empfindungen erblicken, so können wir uns auch nicht entschliessen, mit Kirchhoff durch Aufhebung dieses Zusammenhangs den Begriff der Kraft zu einem rein kinematischen zu stempeln. Gewiss ist zuzugeben, dass aus dem Begriff der Beschleunigung allein sich ein grosser Theil der Mechanik construieren lässt, vor Allem die ganze Astronomie, und überhaupt alle diejenigen Bewegungsvorgänge, die nur durch das Auge wahrgenommen werden. Aber die Physik hat es doch mit der Beschreibung aller Erscheinungsformen zu thun, nicht nur derer, die uns durch den Bewegungssinn, sondern auch derer, die uns durch den Muskelsinn, den Temperatursinn, den Farbensinn u. s. w. vermittelt werden, und dementsprechend sind die fundamentalen physikalischen Begriffe direct aus den specifischen Sinnesempfindungen abzuleiten. Exact messen können wir zwar eine Temperatur ebensowenig durch den Temperatursinn, wie eine Kraft durch den Muskelsinn, oder eine Farbennüance durch den Farbensinn, weil dazu die Schärfe unserer Sinnesempfindungen nicht ausreicht, sondern wir müssen uns zur Erreichung dieses Zweckes nach anderen Erscheinungen umsehen, die erfahrungsgemäss mit den genannten Empfindungen in einem notwendigen Zusammenhang stehen und den Vortheil einer quantitativen Messung darbieten, das sind in der Regel Bewegungserscheinungen: bei der Temperatur die Ausdehnung, bei der Kraft die Beschleunigung, bei der Farbe die Wellenlänge, u. s. w.; aber deshalb werden wir uns doch nicht veranlasst sehen, Temperatur, Kraft, Farbe u. s. w. für kinematische Begriffe zu erklären. So wenig wir mit dem Worte „blau“ in erster Linie die mechanische Vorstellung einer bestimmten Schwingungszahl oder einer bestimmten Wellenlänge des Äthers verbinden, die uns doch allein das exacte physikalische Maass der Farbe liefert, ebenso sollten wir, wenn wir von der „Anziehungskraft“ eines Magneten auf ein Stück Eisen reden, zunächst nicht an die (mit der Masse multiplicierte) Beschleunigung denken, die der Magnet dem Eisen ertheilt, sondern vielmehr an die, allerdings nicht

Grösse ist, so dass man nicht nur die Mechanik, sondern auch die Theorie der Wärme, der Elektrizität u. s. w. auf den nämlichen Begriff gründen kann, wodurch ohne Zweifel eine einheitlichere, höhere Auffassung der physikalischen Erscheinungen bedingt ist, und ich glaube auch, dass über kurz oder lang sich diese Auffassung allenthalben Bahn brechen wird, sobald wir uns nur erst einmal durch vielfache Übung etwas mehr an diesen verhältnismässig noch zu wenig gebrauchten Begriff gewöhnt haben werden; jedoch ist andererseits wohl zu beachten, dass der Begriff der Kraft, auf den sich seit Newton die Mechanik ausschliesslich aufbaut, einen Vorzug aufzuweisen hat, welcher dem der Energie mangelt: es ist der Umstand, dass wir einen Sinn besitzen, den Muskelsinn, durch welchen wir einen Druck (zwar nicht exact messen, wohl aber) unmittelbar empfinden können, während uns ein Energiesinn ganz und gar abgeht (vgl. unten S. 153 bezüglich der Wärme); dieser Umstand ist auch ohne Zweifel mit ein Grund gewesen, weshalb im Verlauf der geschichtlichen Entwicklung der Mechanik der Begriff der Kraft den der Arbeit so in den Hintergrund zu drängen und seinerseits das entschiedene Übergewicht zu erringen vermochte. Die Kraft erscheint uns, wenigstens in der Newton'schen Auffassung, als das primäre, als die Ursache, die Bewegung aber, die Arbeitsleistung u. s. w. als die Wirkung (obwohl doch Kraft und Beschleunigung der Zeit nach zusammenfallen), und das aus keinem anderen Grunde, als weil, wenn wir einen Körper durch Muskelaction fortbewegen, der physiologische Vorgang in uns der eintretenden Bewegung in der That zeitlich vorausgeht. Wenn sich nun ein Körper unabhängig von unserer Muskelthätigkeit, etwa durch Attraction eines andern, in Bewegung setzt, so können wir uns doch immer vorstellen, dass wir, nach Beseitigung des anziehenden Körpers, die nämliche Beschleunigung durch eigene Anstrengung hervorrufen, und insofern auch in diesem Falle in ganz bestimmtem Sinne von einer Kraft sprechen, welche diese Bewegung hervorruft. Dass wir ein quantitatives Maass dieser Kraft erst durch Beobachtung der eingetretenen Bewegung gewinnen können, liegt nur an der Unvollkommenheit unseres Muskelsinns und ändert an dem Begriff der Kraft Nichts.

Da wir nach dem Gesagten, in Übereinstimmung mit der geschichtlichen Entwicklung, die wesentliche Bedeutung des Kraftbegriffes in seinem Zusammenhang mit den uns durch den Muskelsinn vermittelten Empfindungen erblicken, so können wir uns auch nicht entschliessen, mit Kirchhoff durch Aufhebung dieses Zusammenhangs den Begriff der Kraft zu einem rein kinematischen zu stempeln. Gewiss ist zuzugeben, dass aus dem Begriff der Beschleunigung allein sich ein grosser Theil der Mechanik construieren lässt, vor Allem die ganze Astronomie, und überhaupt alle diejenigen Bewegungsvorgänge, die nur durch das Auge wahrgenommen werden. Aber die Physik hat es doch mit der Beschreibung aller Erscheinungsformen zu thun, nicht nur derer, die uns durch den Bewegungssinn, sondern auch derer, die uns durch den Muskelsinn, den Temperatursinn, den Farbensinn u. s. w. vermittelt werden, und dementsprechend sind die fundamentalen physikalischen Begriffe direct aus den specifischen Sinnesempfindungen abzuleiten. Exact messen können wir zwar eine Temperatur ebensowenig durch den Temperatursinn, wie eine Kraft durch den Muskelsinn, oder eine Farbennüance durch den Farbensinn, weil dazu die Schärfe unserer Sinnesempfindungen nicht ausreicht, sondern wir müssen uns zur Erreichung dieses Zweckes nach anderen Erscheinungen umsehen, die erfahrungsgemäss mit den genannten Empfindungen in einem notwendigen Zusammenhang stehen und den Vortheil einer quantitativen Messung darbieten, das sind in der Regel Bewegungserscheinungen: bei der Temperatur die Ausdehnung, bei der Kraft die Beschleunigung, bei der Farbe die Wellenlänge, u. s. w.; aber deshalb werden wir uns doch nicht veranlasst sehen, Temperatur, Kraft, Farbe u. s. w. für kinematische Begriffe zu erklären. So wenig wir mit dem Worte „blau“ in erster Linie die mechanische Vorstellung einer bestimmten Schwingungszahl oder einer bestimmten Wellenlänge des Äthers verbinden, die uns doch allein das exacte physikalische Maass der Farbe liefert, ebenso sollten wir, wenn wir von der „Anziehungskraft“ eines Magneten auf ein Stück Eisen reden, zunächst nicht an die (mit der Masse multiplicierte) Beschleunigung denken, die der Magnet dem Eisen ertheilt, sondern vielmehr an die, allerdings nicht

Energieart neben die andere lagert. Bezeichnen wir diese Energieart (die potenzielle Energie) mit U , so haben wir: $T_1 + T_2 + U = \text{const.}$ also

$$dT_1 + dT_2 + dU = 0.$$

Hieraus liefern die beiden oben aufgestellten Gleichungen zusammen genommen:

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = -dU.$$

Die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte bildet also das vollständige zeitliche Differenzial einer nur von dem augenblicklichen Zustand (Lage und Geschwindigkeit) der beiden Punkte abhängigen Function, und diese Bedingung ist geeignet, gewisse notwendige Eigenschaften der Kräfte abzuleiten.

Lassen wir zunächst U nicht nur von der Lage, sondern auch von der Geschwindigkeit der beiden Punkte abhängen, so würde $\frac{dU}{dt}$ auch die Beschleunigung in sich enthalten, woraus nach der letzten Gleichung folgt, dass die Kräftecomponenten XYZ ebenfalls von der Beschleunigung abhängen müssten. Diese Annahme findet sich in der That durchgeführt in den Grundgesetzen, welche W. Weber¹⁾, B. Riemann²⁾ und R. Clausius³⁾ für die Wirkung zweier elektrischer Punkte aufeinander aufgestellt haben. Allerdings wird hiedurch sowohl die Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte als auch die Rechnung selber sehr viel complicierter, und da die Annahme dieser Gesetze keineswegs notwendig erscheint, vielmehr gegen jedes einzelne derselben noch besondere anderweitige Gründe sprechen, so wollen wir hier den angenommenen Fall nicht weiter ausführen.

Dann bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass U nur von der Lage der beiden wirkenden Punkte abhängt,

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X. p. 1, 1871. Vgl. auch Pogg. Ann. Jubelband, p. 212, 1874.

2) B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, bearb. v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

3) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche durch die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. Wir haben also:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad Y_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ = -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, Y_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, Y_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

Energieart neben die andere lagert. Bezeichnen wir diese Energieart (die potenzielle Energie) mit U , so haben wir: $T_1 + T_2 + U = \text{const.}$ also

$$dT_1 + dT_2 + dU = 0.$$

Hieraus liefern die beiden oben aufgestellten Gleichungen zusammen genommen:

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = -dU.$$

Die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte bildet also das vollständige zeitliche Differenzial einer nur von dem augenblicklichen Zustand (Lage und Geschwindigkeit) der beiden Punkte abhängigen Function, und diese Bedingung ist geeignet, gewisse notwendige Eigenschaften der Kräfte abzuleiten.

Lassen wir zunächst U nicht nur von der Lage, sondern auch von der Geschwindigkeit der beiden Punkte abhängen, so würde $\frac{dU}{dt}$ auch die Beschleunigung in sich enthalten, woraus nach der letzten Gleichung folgt, dass die Kräftecomponenten XYZ ebenfalls von der Beschleunigung abhängen müssten. Diese Annahme findet sich in der That durchgeführt in den Grundgesetzen, welche W. Weber¹⁾, B. Riemann²⁾ und R. Clausius³⁾ für die Wirkung zweier elektrischer Punkte aufeinander aufgestellt haben. Allerdings wird hiedurch sowohl die Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte als auch die Rechnung selber sehr viel complicierter, und da die Annahme dieser Gesetze keineswegs notwendig erscheint, vielmehr gegen jedes einzelne derselben noch besondere anderweitige Gründe sprechen, so wollen wir hier den angenommenen Fall nicht weiter ausführen.

Dann bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass U nur von der Lage der beiden wirkenden Punkte abhängt,

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X, p. 1, 1871. Vgl. auch Pogg. Ann. Jubelband, p. 212, 1874.

2) B. Riemann: Schwere, Electricität und Magnetismus, bearb. v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

3) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Electricität. Braunschweig 1879, p. 277.

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche durch die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. Wir haben also:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad Y_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ = -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, Y_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, Y_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

Energieart neben die andere lagert. Bezeichnen wir diese Energieart (die potenzielle Energie) mit U , so haben wir: $T_1 + T_2 + U = \text{const. also}$

$$dT_1 + dT_2 + dU = 0.$$

Hieraus liefern die beiden oben aufgestellten Gleichungen zusammen genommen:

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = -dU.$$

Die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte bildet also das vollständige zeitliche Differenzial einer nur von dem augenblicklichen Zustand (Lage und Geschwindigkeit) der beiden Punkte abhängigen Function, und diese Bedingung ist geeignet, gewisse notwendige Eigenschaften der Kräfte abzuleiten.

Lassen wir zunächst U nicht nur von der Lage, sondern auch von der Geschwindigkeit der beiden Punkte abhängen, so würde $\frac{dU}{dt}$ auch die Beschleunigung in sich enthalten, woraus nach der letzten Gleichung folgt, dass die Kräftecomponenten XYZ ebenfalls von der Beschleunigung abhängen müssten. Diese Annahme findet sich in der That durchgeführt in den Grundgesetzen, welche W. Weber¹⁾, B. Riemann²⁾ und R. Clausius³⁾ für die Wirkung zweier elektrischer Punkte aufeinander aufgestellt haben. Allerdings wird hiedurch sowohl die Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte als auch die Rechnung selber sehr viel complicierter, und da die Annahme dieser Gesetze keineswegs notwendig erscheint, vielmehr gegen jedes einzelne derselben noch besondere anderweitige Gründe sprechen, so wollen wir hier den angenommenen Fall nicht weiter ausführen.

Dann bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass U nur von der Lage der beiden wirkenden Punkte abhängt,

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X, p. 1, 1871. Vgl. auch Pogg. Ann. Jubelband, p. 212, 1874.

2) B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, bearb. v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

3) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche durch die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. Wir haben also:

$$\begin{aligned} dU &= \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ &+ \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2 \end{aligned}$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$\begin{aligned} X_1 &= -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad Y_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ &= -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, Y_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, Y_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

Energieart neben die andere lagert. Bezeichnen wir diese Energieart (die potenzielle Energie) mit U , so haben wir: $T_1 + T_2 + U = \text{const. also}$

$$dT_1 + dT_2 + dU = 0.$$

Hieraus liefern die beiden oben aufgestellten Gleichungen zusammen genommen:

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = -dU.$$

Die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte bildet also das vollständige zeitliche Differenzial einer nur von dem augenblicklichen Zustand (Lage und Geschwindigkeit) der beiden Punkte abhängigen Function, und diese Bedingung ist geeignet, gewisse notwendige Eigenschaften der Kräfte abzuleiten.

Lassen wir zunächst U nicht nur von der Lage, sondern auch von der Geschwindigkeit der beiden Punkte abhängen, so würde $\frac{dU}{dt}$ auch die Beschleunigung in sich enthalten, woraus nach der letzten Gleichung folgt, dass die Kräftecomponenten XYZ ebenfalls von der Beschleunigung abhängen müssten. Diese Annahme findet sich in der That durchgeführt in den Grundgesetzen, welche W. Weber¹⁾, B. Riemann²⁾ und R. Clausius³⁾ für die Wirkung zweier elektrischer Punkte aufeinander aufgestellt haben. Allerdings wird hiedurch sowohl die Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte als auch die Rechnung selber sehr viel complicierter, und da die Annahme dieser Gesetze keineswegs notwendig erscheint, vielmehr gegen jedes einzelne derselben noch besondere anderweitige Gründe sprechen, so wollen wir hier den angenommenen Fall nicht weiter ausführen.

Dann bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass U nur von der Lage der beiden wirkenden Punkte abhängt,

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X. p. 1, 1871. Vgl. auch Pogg. Ann. Jubelband, p. 212, 1874.

2) B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, bearb. v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

3) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche durch die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. Wir haben also:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad Y_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ = -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, Y_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, Y_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

noch etwas eingehender zurückkommen, hier wollen wir aber das Eine hervorheben, dass diese Art Kräfte (wir haben sie oben als Widerstandskräfte bezeichnet) in der Natur durchaus keine primäre Existenz haben, sondern sich stets in letzter Linie auflösen lassen in solche Kräfte, welche durch den Zustand der Punkte selbstständig gegeben sind; denn jede feste Bedingung kann in der Natur nur durch gewisse mechanische Mittel hergestellt werden, also durch passende Gruppierung passender Körper, und indem wir diese Körper auflösen in ihre einzelnen Punkte, zerlegen wir die Widerstandskräfte in ihre Elemente, welche alle durch „treibende“ (S. 154) Kräfte dargestellt werden. In letzter Linie muss jeder Punkt als frei beweglich betrachtet werden.

Es bleibt also nur noch die andere Art von Zusatzkräften zu besprechen übrig: Kräfte, die von den Geschwindigkeiten der beiden (freien) Punkte derart abhängen, dass ihre Gesamtarbeit an beiden Punkten immer gleich 0 ist, wir nennen ihre Componenten $X_1' Y_1' Z_1' X_2' Y_2' Z_2'$. Unbedenklich können wir annehmen, dass die Grösse dieser Kräfte nicht von den absoluten Coordinaten und Geschwindigkeiten, sondern nur von den relativen Werten abhängt, da die ersteren überhaupt keine physikalische Bedeutung haben. Soll dann die Arbeit dieser Kräfte:

$$X_1' dx_1 + Y_1' dy_1 + Z_1' dz_1 + X_2' dx_2 + Y_2' dy_2 + Z_2' dz_2$$

identisch verschwinden, so haben wir, wie sich leicht zeigen lässt:

$$X_1' = -X_2', \quad Y_1' = -Y_2', \quad Z_1' = -Z_2',$$

also die Kräfte an beiden Punkten an Grösse gleich, an Richtung (die beliebig ist) entgegengesetzt. Setzen wir zur Abkürzung:

$$x_1 - x_2 = x, \quad y_1 - y_2 = y, \quad z_1 - z_2 = z,$$

so ist noch die Bedingung zu befriedigen:

$$X_1' dx + Y_1' dy + Z_1' dz = 0.$$

Die allgemeine Lösung dieser Gleichung ist:

$$\left. \begin{aligned} X_1' &= Q \frac{dz}{dt} - R \frac{dy}{dt} \\ Y_1' &= R \frac{dx}{dt} - P \frac{dz}{dt} \\ Z_1' &= P \frac{dy}{dt} - Q \frac{dx}{dt} \end{aligned} \right\}$$

wobei P, Q, R beliebige Functionen der (relativen) Coordinaten und Geschwindigkeiten darstellen. Auf die Verträglichkeit derartiger Kräfte mit dem Princip der Erhaltung der Energie hat Lipschitz¹⁾ aufmerksam gemacht. Specialisieren wir die Ideen noch etwas mehr, um eine deutlichere Vorstellung von dem Wesen dieser Kräfte zu gewinnen, so wäre zunächst noch die Bedingung zu befriedigen, dass bei einer Drehung des Coordinatensystems um den Anfangspunkt ebensowenig eine Änderung der Abhängigkeit der Kräftecomponenten von den Coordinaten und deren Differenzialquotienten eintritt, wie wir dies schon für eine Parallelverschiebung der Coordinatenachsen angenommen haben. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn wir setzen:

$$P = \frac{\partial \varrho}{\partial x}, \quad Q = \frac{\partial \varrho}{\partial y}, \quad R = \frac{\partial \varrho}{\partial z},$$

wobei ϱ eine beliebige Function von r darstellt. Wird ϱ umgekehrt proportional der Entfernung r genommen, so geht die hierdurch definierte Kraft über in diejenige, welche ein ruhendes Stromelement nach Ampère auf einen ruhenden Nordpol ausübt, vorausgesetzt, dass die Stromcomponenten proportional den Grössen $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ angenommen werden.

Eine derartige Kraft ist also sehr wohl vorstellbar; da sie aber nach einem weniger einfachen Gesetz wirkt, als die Centralkräfte, so würde man ihr erst dann eine physikalische Existenz zuschreiben, wenn es sich zeigen sollte, dass gewisse in der Natur beobachtete Bewegungserscheinungen ohne sie nicht zustande kommen können; dies ist bis jetzt nicht der Fall gewesen.

Man darf hier nicht die erwähnte Wechselwirkung zwischen Stromelementen und magnetischen Polen als Be-

1) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 70.

Grösse ist, so dass man nicht nur die Mechanik, sondern auch die Theorie der Wärme, der Elektrizität u. s. w. auf den nämlichen Begriff gründen kann, wodurch ohne Zweifel eine einheitlichere, höhere Auffassung der physikalischen Erscheinungen bedingt ist, und ich glaube auch, dass über kurz oder lang sich diese Auffassung allenthalben Bahn brechen wird, sobald wir uns nur erst einmal durch vielfache Übung etwas mehr an diesen verhältnismässig noch zu wenig gebrauchten Begriff gewöhnt haben werden; jedoch ist andererseits wohl zu beachten, dass der Begriff der Kraft, auf den sich seit Newton die Mechanik ausschliesslich aufbaut, einen Vorzug aufzuweisen hat, welcher dem der Energie mangelt: es ist der Umstand, dass wir einen Sinn besitzen, den Muskelsinn, durch welchen wir einen Druck (zwar nicht exact messen, wohl aber) unmittelbar empfinden können, während uns ein Energiesinn ganz und gar abgeht (vgl. unten S. 153 bezüglich der Wärme); dieser Umstand ist auch ohne Zweifel mit ein Grund gewesen, weshalb im Verlauf der geschichtlichen Entwicklung der Mechanik der Begriff der Kraft den der Arbeit so in den Hintergrund zu drängen und seinerseits das entschiedene Übergewicht zu erringen vermochte. Die Kraft erscheint uns, wenigstens in der Newton'schen Auffassung, als das primäre, als die Ursache, die Bewegung aber, die Arbeitsleistung u. s. w. als die Wirkung (obwohl doch Kraft und Beschleunigung der Zeit nach zusammenfallen), und das aus keinem anderen Grunde, als weil, wenn wir einen Körper durch Muskelaction fortbewegen, der physiologische Vorgang in uns der eintretenden Bewegung in der That zeitlich vorausgeht. Wenn sich nun ein Körper unabhängig von unserer Muskelthätigkeit, etwa durch Attraction eines andern, in Bewegung setzt, so können wir uns doch immer vorstellen, dass wir, nach Beseitigung des anziehenden Körpers, die nämliche Beschleunigung durch eigene Anstrengung hervorrufen, und insofern auch in diesem Falle in ganz bestimmtem Sinne von einer Kraft sprechen, welche diese Bewegung hervorruft. Dass wir ein quantitatives Maass dieser Kraft erst durch Beobachtung der eingetretenen Bewegung gewinnen können, liegt nur an der Unvollkommenheit unseres Muskelsinns und ändert an dem Begriff der Kraft Nichts.

Da wir nach dem Gesagten, in Übereinstimmung mit der geschichtlichen Entwicklung, die wesentliche Bedeutung des Kraftbegriffes in seinem Zusammenhang mit den uns durch den Muskelsinn vermittelten Empfindungen erblicken, so können wir uns auch nicht entschliessen, mit Kirchhoff durch Aufhebung dieses Zusammenhangs den Begriff der Kraft zu einem rein kinematischen zu stempeln. Gewiss ist zuzugeben, dass aus dem Begriff der Beschleunigung allein sich ein grosser Theil der Mechanik construieren lässt, vor Allem die ganze Astronomie, und überhaupt alle diejenigen Bewegungsvorgänge, die nur durch das Auge wahrgenommen werden. Aber die Physik hat es doch mit der Beschreibung aller Erscheinungsformen zu thun, nicht nur derer, die uns durch den Bewegungssinn, sondern auch derer, die uns durch den Muskelsinn, den Temperatursinn, den Farbensinn u. s. w. vermittelt werden, und dementsprechend sind die fundamentalen physikalischen Begriffe direct aus den specifischen Sinnesempfindungen abzuleiten. Exact messen können wir zwar eine Temperatur ebensowenig durch den Temperatursinn, wie eine Kraft durch den Muskelsinn, oder eine Farbennüance durch den Farbensinn, weil dazu die Schärfe unserer Sinnesempfindungen nicht ausreicht, sondern wir müssen uns zur Erreichung dieses Zweckes nach anderen Erscheinungen umsehen, die erfahrungsgemäss mit den genannten Empfindungen in einem notwendigen Zusammenhang stehen und den Vortheil einer quantitativen Messung darbieten, das sind in der Regel Bewegungserscheinungen: bei der Temperatur die Ausdehnung, bei der Kraft die Beschleunigung, bei der Farbe die Wellenlänge, u. s. w.; aber deshalb werden wir uns doch nicht veranlasst sehen, Temperatur, Kraft, Farbe u. s. w. für kinematische Begriffe zu erklären. So wenig wir mit dem Worte „blau“ in erster Linie die mechanische Vorstellung einer bestimmten Schwingungszahl oder einer bestimmten Wellenlänge des Äthers verbinden, die uns doch allein das exacte physikalische Maass der Farbe liefert, ebenso sollten wir, wenn wir von der „Anziehungskraft“ eines Magneten auf ein Stück Eisen reden, zunächst nicht an die (mit der Masse multiplicierte) Beschleunigung denken, die der Magnet dem Eisen ertheilt, sondern vielmehr an die, allerdings nicht

zur exacten Messung geeignete, Druckempfindung, die wir in den Muskeln verspüren, wenn wir, nach Beseitigung des Magneten, durch eigene Action dem Eisen die nämliche Beschleunigung ertheilen. Indem Kirchhoff in seiner bewunderungswürdigen Darstellung der Mechanik den Begriff des Causalzusammenhangs auf das zurückführte, was er wirklich bedeutet, nämlich die Notwendigkeit der zeitlichen Aufeinanderfolge, glaubte er leider zugleich auch die durch den Muskelsinn vermittelten Empfindungen aus dem Fundament der Mechanik entfernen zu müssen, obwohl dieselben uns doch mit genau dem gleichen Rechte zu physikalischen Begriffen verhelfen wie etwa die Empfindungen des allerdings verhältnismässig schärferen Gesichtssinnes. — Für den gegenwärtigen Stand der Mechanik dürfte es allerdings im wesentlichen auf das Nämliche hinauskommen, ob man den Begriff der Kraft von vorneherein mit den Empfindungen des Muskelsinns in Zusammenhang bringt oder ob man diesen Zusammenhang erst hinterher einführt (denn dass er überhaupt einmal eingeführt werden muss, ist selbstverständlich, schon mit Rücksicht auf die Theorie der ersten und ältesten Maschinen: derer, die durch Muskelkraft bewegt werden); aber die Mechanik ist ja ebensowenig wie irgend ein anderer Theil der Physik eine abgeschlossene Wissenschaft, wenn sie auch auf einer verhältnismässig sehr hohen Stufe steht: während die einmal beobachteten Thatsachen bleiben, und durch fortwährend neue ergänzt und vervollständigt werden, können die Anschauungen in oft ungeahnter Weise wechseln. Der einzige feste und unangreifbare Ausgangspunkt liegt für uns anerkanntermassen in den durch die Sinnesempfindungen gelieferten Erscheinungen, und es dürfte daher in hohem Grade rationell sein, uns auch die Benutzung aller unserer Sinne zur steten Verfügung zu halten und nicht von vorneherein auf die Verwertung eines derselben zu verzichten, der für das Verständnis und die Entwicklung des Begriffes der Kraft, wie schon der Name besagt, der Wissenschaft bisher die wichtigsten Dienste geleistet hat und mutmasslich noch leisten wird. •

Kommen wir nun zurück auf die oben angeregte Frage, ob es für die Darstellung der Mechanik zweckmässiger sei,

das Gesetz der Proportionalität von Kraft und Beschleunigung aus dem Princip der Erhaltung der Energie abzuleiten, oder umgekehrt, so möchten wir uns in Wiederholung unserer schon oben ausgesprochenen Ansicht für das Erstere entscheiden; dagegen scheint es uns im Hinblick auf die soeben erörterte Unmittelbarkeit des Kraftbegriffes unerlässlich, den Begriff der Arbeit erst auf den der Kraft zu gründen (ganz unabhängig von der Beschleunigung), und hierauf, nach Formulierung dieses Begriffs, zur Anwendung des Satzes der Erhaltung der Energie zu schreiten, woraus dann die Proportionalität von Kraft und Beschleunigung resultiert. Wie das im Einzelnen durchzuführen wäre, wollen wir nicht ausführlicher darzulegen versuchen, zumal hier dem individuellen Geschmack ein gewisser Spielraum gelassen ist. Nur einen Punkt, auf den wir besonderes Gewicht legen, möchten wir noch hervorheben, nämlich dass sich die hier dargelegte Auffassung auf das engste anschliesst an die Methode, welche in anderen Theilen der Physik, namentlich in der Theorie der Wärme, bereits mit bestem Erfolge benutzt wird. Wir leiten die Wirkungen der Wärme ab aus dem Princip der Erhaltung der Energie, resp. dem Satz von der Äquivalenz von Wärme und Arbeit, und doch ist in der Wärmelehre der Begriff der Wärmemenge nicht das ursprünglich Gegebene, da wir für ihn (ebenso wie für die Arbeit) keinen specifischen Sinn besitzen, sondern wir gelangen zu ihm nur durch den Temperaturbegriff, der uns direct durch den Temperatursinn geliefert wird (ebenso wie der Kraftbegriff durch den Muskelsinn, oder, wie wir auch geradezu sagen können: Kraftsinn). In dieser Beziehung sind wir also merkwürdigerweise in der Wärmetheorie schon zu etwas reiferen Anschauungen gelangt als in der Mechanik; denn es wird mit der Zeit dahin kommen müssen, dass wir auch in der Mechanik die Energie auffassen als das primär vorhandene, und die Kraft als eine Äusserung dieser (potenziellen oder actuellen) Energie, ebenso wie wir jetzt schon die Temperatur als eine Äusserung der Wärme betrachten. Wo keine Energie ist, kann weder eine Kraft-, noch eine Temperatur-, noch irgend eine andere Empfindung zustande kommen. —

Ehe wir von der Behandlung der Bewegung eines ein-

zigen freien materiellen Punktes abgehen, wollen wir noch einen für die weitere Anwendung fruchtbaren Satz anführen. Wenn ein materieller Punkt durch Einwirkung irgend welcher Kräfte aus dem Zustand der Ruhe in den der Bewegung übergeht, so ist im ersten Zeitmoment dieser Bewegung die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte stets positiv. Denn da der Beginn der Bewegung immer mit einem Wachsthum der Energie des Punktes (seiner lebendigen Kraft) verbunden ist, müssen die äusseren Wirkungen, welche dieses Wachstum bedingen, ebenfalls positiv sein. (Derselbe Satz folgt natürlich auch unmittelbar aus der Berücksichtigung des Umstandes, dass die durch die wirkenden Kräfte hervorgebrachte Verschiebung des Punktes in die Richtung der resultierenden Kraft fällt.) Wenn es sich trifft, dass der Punkt im Laufe seiner Bewegung einmal wieder an seine Ausgangsstelle zurückkommt, so wird im allgemeinen die Gesamtarbeit der Kräfte nicht gleich 0 sein, es wird in Folge dessen der Punkt auch nicht wieder seine alte Geschwindigkeit erlangt haben; doch ist dies dann immer der Fall, wenn die Wirkungen durch Centralkräfte veranlasst werden, die von gewissen ruhenden Massen ausgehen; dann existiert ein Potenzial V der wirkenden Kräfte, in der Art dass:

$$X = - \frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = - \frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = - \frac{\partial V}{\partial z}.$$

In diesem Fall wird die Grösse der in einer beliebigen endlichen Zeit geleisteten Arbeit gemessen einfach durch die Abnahme dieses Potenzials, einerlei welche Bahn der Punkt beschrieben hat. Der zuletzt abgeleitete Satz lautet dann folgendermassen: Wenn ein ruhender Punkt sich zu bewegen anfängt unter Einwirkung von Kräften, die ein nur von der Lage des Punktes abhängiges Potenzial haben, so geschieht dies immer in der Weise, dass das Potenzial abnimmt.

Gehen wir nun weiter zur Betrachtung eines materiellen Punktes, dessen Beweglichkeit durch gewisse äussere von vorneherein festgestellte Bedingungen beschränkt ist, so können wir hier zunächst zwei Arten von Kräften unterscheiden: 1) diejenigen, welche den Punkt in gewisser Weise zu bewegen streben — wir wollen sie im folgenden die treibenden Kräfte nennen, ihre Grösse und Richtung ist

im allgemeinen unmittelbar bekannt, und 2) diejenigen, welche durch die Existenz der festen Bedingungen hervorgerufen werden — wir nennen sie Widerstandskräfte; diese Kräfte sind nur dadurch charakterisiert, dass ihre Wirksamkeit immer gerade den Erfolg hat, die festen Bedingungen unter allen Umständen aufrecht zu erhalten. Beide Arten von Kräften zusammen bestimmen die Bewegung des Punktes nach den allgemeinen Bewegungsgesetzen, die für einen freien Punkt gelten. Die Unbestimmtheit, welche noch in den Werten der Widerstandskräfte enthalten ist, lässt sich durch folgenden Satz beseitigen, der auf der Zerlegung der Gesamtarbeit in die der einzelnen Kräfte beruht: Wenn die (durch irgend welche mechanische Vorrichtungen zu erzielende) Verwirklichung und Aufrechterhaltung der festen Bedingungen weder mit Aufwand noch mit Erzeugung von Energie verbunden ist, so ist die Arbeit der Widerstandskräfte an dem betrachteten materiellen Punkt immer gleich 0; denn in diesem Falle kann dem Punkt durch die Wirkung der festen Bedingungen keine Energie mitgetheilt werden, sonst würde diese Energie aus Nichts entstehen. Dies tritt immer ein, wenn die Bedingungen nicht von der Zeit abhängen, wenn z. B. der Punkt gezwungen ist, auf einer im Raume festen Fläche oder Curve zu bleiben. Ein Punkt also, auf den gar keine treibenden Kräfte wirken, wird sich auf einer festen Fläche oder Curve mit constanter Geschwindigkeit bewegen.

Setzen wir nun, unter Festhaltung des angenommenen Falles, voraus, der Punkt befinde sich anfangs in Ruhe, gerathe aber in Folge der Einwirkung gewisser treibender Kräfte in Bewegung, so muss nach dem oben abgeleiteten Satz die Gesamtarbeit sämmtlicher auf den Punkt wirkenden Kräfte positiv sein; da aber, wie wir eben sahen, die Arbeit der Widerstandskräfte gleich 0 ist, so folgt, weil die Gesamtarbeit aller Kräfte die Summe der Arbeiten der einzelnen ist, der Satz, dass „bei jeder eintretenden Bewegung die Arbeit der treibenden Kräfte für sich allein positiv ist“; mit andern Worten: die Richtung der Resultante der treibenden Kräfte bildet mit der Richtung der Bewegung, die der Punkt einschlägt, einen spitzen Winkel. Für den spe-

ciellen Fall, dass die treibenden Kräfte ein Potenzial haben, folgt, dass beim Beginn der Bewegung das Potenzial abnimmt. Hieraus ergibt sich unmittelbar der Satz der virtuellen Verrückungen: Wenn unter allen Verschiebungen, die der Punkt in Folge der festen Bedingungen erleiden kann, sich keine einzige befindet, für die die Arbeit der treibenden Kräfte positiv ist, kann überhaupt gar keine Bewegung zustande kommen, dann muss Gleichgewicht bestehen; denn wäre dies nicht der Fall, würde Bewegung eintreten, so wäre bei der entstehenden Verschiebung die Arbeit der treibenden Kräfte 0 oder negativ, was mit dem angeführten Satz unvereinbar ist. Sind XPZ wieder die Componenten der Resultante der treibenden Kräfte, so ist also Gleichgewicht vorhanden, wenn für jede zulässige virtuelle Verrückung δx , δy , δz die Bedingung gilt:

$$X\delta x + Y\delta y + Z\delta z \leq 0.$$

Für den gewöhnlich vorkommenden Fall, dass die festen Bedingungen alle durch Gleichungen (nicht durch Ungleichungen) zwischen den Coordinaten des beweglichen Punktes ausgedrückt sind, wird, wenn irgend eine Verschiebung δx , δy , δz mit den Bedingungen verträglich ist, immer auch die entgegengesetzte: $-\delta x$, $-\delta y$, $-\delta z$ zulässig sein, so dass die für das Gleichgewicht geforderte Bedingung nur dann erfüllt ist, wenn für alle zulässigen Verrückungen: $X\delta x + Y\delta y + Z\delta z = 0$. Haben die treibenden Kräfte ein Potenzial, so lautet die Gleichung: $\delta V = 0$. Diese Bedingung ist immer dann erfüllt, wenn für den betreffenden Raumpunkt der Wert des Potenzials ein Maximum oder ein Minimum ist, und zwar ist unmittelbar ersichtlich, dass im ersten Fall das Gleichgewicht ein labiles, im zweiten ein stabiles ist. Denn bringt man den materiellen Punkt an eine wenig von seiner Gleichgewichtslage entfernte Stelle, so wird er nicht mehr im Gleichgewicht sein, sondern in Bewegung gerathen, doch so, dass das Potenzial abnimmt. Wenn also in der Gleichgewichtslage das Potenzial ein Minimum ist, so muss er dorthin zurückkehren, im entgegengesetzten Fall ist dies unmöglich. Dazwischen gibt es Fälle, in denen das Gleichgewicht für gewisse Verschiebungen labil, für andere aber

stabil ist; dann erreicht der Wert des Potentials weder ein Maximum noch ein Minimum.

Wir haben alle diese Folgerungen mit einer gewissen Umständlichkeit abgeleitet, die durch Benutzung gewisser einfacher Sätze (z. B. dass die Widerstandskraft einer Fläche oder Curve stets senkrecht auf ihrer Richtung wirkt) etwas abzukürzen gewesen wäre, indess haben wir dafür den Vortheil gewonnen, die angewandte Betrachtung im wesentlichen unverändert auf Systeme von beliebig vielen materiellen Punkten zu übertragen (S. unten). Aus dem Princip der virtuellen Ver-rückungen lassen sich bekanntlich nicht nur die Gleichge-wichtsbedingungen, sondern auch die Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes ableiten, vorausgesetzt, dass man zu den Componenten der treibenden Kräfte noch die Grössen

$$- m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad - m \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad - m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

hinzufügt.

Wir wollen daher nun gleich übergehen zur Behandlung eines Systems von mehreren beweglichen Punkten, und zwar zunächst von zwei Punkten, um für dasselbe die Giltigkeit des Principis der Wirkung und Gegenwirkung abzuleiten: hiebei seien zunächst alle Wirkungen von anderen Massen ausgeschlossen. Bezeichnen wir die Coordinaten eines Punktes mit xyz , seine lebendige Kraft mit T , die Componenten der von dem anderen Punkt her auf ihn wirkenden Kraft mit XYZ , wobei der angefügte Index 1 oder 2 dem Punkt entspricht, auf den gewirkt wird, so ist für jeden einzelnen Punkt das Wachsthum seiner Energie gleich der Arbeit der auf ihn wirkenden Kraft, also:

$$\begin{aligned} dT_1 &= X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1, \\ dT_2 &= X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2. \end{aligned}$$

Nehmen wir andrerseits beide Punkte zusammen als „Grund-system“ (S. 121) an, so sind die äusseren Wirkungen 0, und die Energie daher constant. Diese Grösse wird aber natür-lich im allgemeinen nicht allein aus den lebendigen Kräften (der actuellen Energie) der beiden Punkte bestehen, sondern es wird hiezu noch ein Glied hinzutreten, das auch von der Lage der Punkte im Raum abhängig ist, und sich als neue

134 III Abschnitt. Verschiedene Arten der Energie.
Energieart neben die andere lagert. Bezeichnen wir diese
Energieart (die potentielle Energie) mit U , so haben wir:
 $T_1 + T_2 + U = \text{const. also}$

$$dT_1 + dT_2 + dU = 0.$$

Hieraus liefern die beiden oben aufgestellten Gleichungen
 zusammen genommen:

$$T_1 dx_1 + T_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = -dU.$$

Die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte bildet also das vollständige zeitliche Differenzial einer nur von dem augenblicklichen Zustand (Lage und Geschwindigkeit) der beiden Punkte abhängigen Function, und diese Bedingung ist geeignet, gewisse notwendige Eigenschaften der Kräfte abzuleiten.

Lassen wir zunächst U nicht nur von der Lage, sondern auch von der Geschwindigkeit der beiden Punkte abhängen, so würde $\frac{dU}{dt}$ auch die Beschleunigung in sich enthalten, woraus nach der letzten Gleichung folgt, dass die Kräftecomponenten XYZ ebenfalls von der Beschleunigung abhängen müssten. Diese Annahme findet sich in der That durchgeführt in den Grundgesetzen, welche W. Weber¹⁾, B. Riemann²⁾ und R. Clausius³⁾ für die Wirkung zweier elektrischer Punkte aufeinander aufgestellt haben. Allerdings wird hiedurch sowohl die Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte als auch die Rechnung selber sehr viel complicierter, und da die Annahme dieser Gesetze keineswegs notwendig erscheint, vielmehr gegen jedes einzelne derselben noch besondere anderweitige Gründe sprechen, so wollen wir hier den angenommenen Fall nicht weiter ausführen.

Dann bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass U nur von der Lage der beiden wirkenden Punkte abhängt,

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X, p. 1, 1871. Vgl. auch Pogg. Ann. Jubelband, p. 212, 1874.

2) B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, bearb. v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

3) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche durch die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. Wir haben also:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad P_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ = -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, P_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, P_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + P_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

Energieart neben die andere lagert. Bezeichnen wir diese Energieart (die potenzielle Energie) mit U , so haben wir:
 $T_1 + T_2 + U = \text{const. also}$

$$dT_1 + dT_2 + dU = 0.$$

Hieraus liefern die beiden oben aufgestellten Gleichungen zusammen genommen:

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = -dU.$$

Die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte bildet also das vollständige zeitliche Differenzial einer nur von dem augenblicklichen Zustand (Lage und Geschwindigkeit) der beiden Punkte abhängigen Function, und diese Bedingung ist geeignet, gewisse notwendige Eigenschaften der Kräfte abzuleiten.

Lassen wir zunächst U nicht nur von der Lage, sondern auch von der Geschwindigkeit der beiden Punkte abhängen, so würde $\frac{dU}{dt}$ auch die Beschleunigung in sich enthalten, woraus nach der letzten Gleichung folgt, dass die Kräftecomponenten XYZ ebenfalls von der Beschleunigung abhängen müssten. Diese Annahme findet sich in der That durchgeführt in den Grundgesetzen, welche W. Weber¹⁾, B. Riemann²⁾ und R. Clausius³⁾ für die Wirkung zweier elektrischer Punkte aufeinander aufgestellt haben. Allerdings wird hiedurch sowohl die Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte als auch die Rechnung selber sehr viel complicierter, und da die Annahme dieser Gesetze keineswegs notwendig erscheint, vielmehr gegen jedes einzelne derselben noch besondere anderweitige Gründe sprechen, so wollen wir hier den angenommenen Fall nicht weiter ausführen.

Dann bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass U nur von der Lage der beiden wirkenden Punkte abhängt,

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X. p. 1, 1871. Vgl. auch Pogg. Ann. Jubelband, p. 212, 1874.

2) B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, bearb. v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

3) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche durch die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. Wir haben also:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad Y_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ = -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, Y_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, Y_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

Energieart neben die andere lagert. Bezeichnen wir diese Energieart (die potenzielle Energie) mit U , so haben wir: $T_1 + T_2 + U = \text{const. also}$

$$dT_1 + dT_2 + dU = 0.$$

Hieraus liefern die beiden oben aufgestellten Gleichungen zusammen genommen:

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = -dU.$$

Die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte bildet also das vollständige zeitliche Differenzial einer nur von dem augenblicklichen Zustand (Lage und Geschwindigkeit) der beiden Punkte abhängigen Function, und diese Bedingung ist geeignet, gewisse notwendige Eigenschaften der Kräfte abzuleiten.

Lassen wir zunächst U nicht nur von der Lage, sondern auch von der Geschwindigkeit der beiden Punkte abhängen, so würde $\frac{dU}{dt}$ auch die Beschleunigung in sich enthalten, woraus nach der letzten Gleichung folgt, dass die Kräftecomponenten XYZ ebenfalls von der Beschleunigung abhängen müssten. Diese Annahme findet sich in der That durchgeführt in den Grundgesetzen, welche W. Weber¹⁾, B. Riemann²⁾ und R. Clausius³⁾ für die Wirkung zweier elektrischer Punkte aufeinander aufgestellt haben. Allerdings wird hiedurch sowohl die Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte als auch die Rechnung selber sehr viel complicierter, und da die Annahme dieser Gesetze keineswegs notwendig erscheint, vielmehr gegen jedes einzelne derselben noch besondere anderweitige Gründe sprechen, so wollen wir hier den angenommenen Fall nicht weiter ausführen.

Dann bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass U nur von der Lage der beiden wirkenden Punkte abhängt,

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X. p. 1, 1871. Vgl. auch Pogg. Ann. Jubelband, p. 212, 1874.

2) B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, bearb. v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

3) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche durch die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. Wir haben also:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad Y_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ = -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, Y_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, Y_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

(S. 111) Form der Energie entspricht oder nicht. Vgl. hierüber auch S. 114 f.

Im übrigen bedienen wir uns bei den kommenden Berechnungen der im vorigen Abschnitt abgeleiteten Sätze, von denen wir die hauptsächlichsten hier noch einmal zusammenstellen wollen:

1) Die einer bestimmten Zustandsänderung eines materiellen Systems entsprechende Änderung seiner Energie ist gleich dem Arbeitswert der Wirkungen, welche ausserhalb des Systems aufgewendet werden müssen, um die Zustandsänderung (auf irgend eine Weise) hervorzubringen (S. 120). Finden also keine äusseren Wirkungen statt, so bleibt die Energie des Systems ungeändert.

2) Die Änderung der Energie eines bestimmten Volumens ist bedingt einerseits durch die äusseren Wirkungen auf die in dem Volumen enthaltene Materie, andererseits durch den Eintritt neuer Materie in das Volumen (S. 125).

3) Die Energie eines materiellen Systems ist die Summe der einzelnen in dem System vorhandenen von einander unabhängigen Energiearten, und jede äussere Wirkung verändert nur die Energieart, die ihr gerade entspricht. (Princip der Superposition, S. 127.)

1. Mechanische Energie.

Das einfachste materielle System ist ein materieller Punkt, dessen innere Beschaffenheit allein durch seine (unveränderliche) Masse m bestimmt ist. Seine Energie ist die lebendige Kraft:

$$\frac{m}{2} \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\}$$

plus einer willkürlichen Constanten, die wir, wie es gewöhnlich geschieht, gleich 0 setzen.

Die lebendige Kraft bleibt nach dem Princip der Erhaltung der Energie constant, so lange keine Wirkungen von aussen her auf den Punkt stattfinden. Tritt aber eine äussere Wirkung ein, d. h. werden von anderen materiellen Punkten her Kräfte auf den betrachteten Punkt ausgeübt, so rufen dieselben in einem gewissen Zeitraum eine Änderung der

Energie des Punktes hervor, deren Grösse gegeben ist durch den Arbeitswert dieser Wirkungen, d. h. durch die Arbeit, welche die Kräfte in der angenommenen Zeit an dem betrachteten Punkte leisten, und zwar gilt dies ganz allgemein, aus welcher Quelle auch die genannten Kräfte stammen mögen. (S. 120 f.) Beschränken wir die Anwendung auf ein Zeitelement dt , so hat die Summe der entsprechenden Arbeiten aller Kräfte, die auf den Punkt wirken, die Form:

$$Xdx + Ydy + Zdz$$

wobei X, Y, Z die Componenten der resultierenden Kraft sind, genommen nach den Richtungen der 3 Coordinatenachsen. Aus der Benutzung des angeführten Satzes ergibt sich nun, dass das Wachstum der Energie in der unendlich kleinen Zeit dt , also das Differenzial des obigen Ausdrucks der lebendigen Kraft, gleich ist der hier angegebenen Arbeitsgrösse. Somit hätten wir durch die Anwendung des Principes der Erhaltung der Energie eine Gleichung gefunden, der die Bewegung des Punktes gehorcht; indes reicht diese eine Gleichung noch nicht aus, um die Abhängigkeit jeder der 3 Veränderlichen x, y, z von der Zeit t zu bestimmen.

Wir können uns aber die erforderliche Anzahl von Gleichungen verschaffen durch die Anwendung des Satzes, den wir auf voriger Seite unter 3) reproducirt haben. Beachten wir, dass der Ausdruck der Energie des betrachteten Punktes sich darstellt als eine Summe von 3 symmetrisch gebauten Gliedern, deren jedes sich auf eine bestimmte Coordinatenrichtung bezieht und allein von der betreffenden Variablen abhängt. Die Gesamtenergie setzt sich also zusammen aus 3 von einander unabhängigen Energiearten. Ganz dieselbe Eigenschaft bemerken wir aber auch bei dem Ausdruck der Arbeit der von aussen wirkenden Kräfte. Auch diese Grösse zerfällt in 3 Summanden, deren jeder einer bestimmten Coordinatenaxe entspricht und einen von den beiden andern unabhängigen Wert hat; jede der einzelnen äusseren Wirkungen ist also einer bestimmten einzelnen Energieart zugeordnet. Es liegt nun nahe anzunehmen, dass nicht nur die Veränderung der Gesamtenergie gemessen wird durch die Gesamtarbeit der äusseren Kräfte, sondern dass noch specieller jede der genannten Einzelenergien nur

ausgedrückter Wert) ganz von dem Charakter der jeweiligen Naturanschauung abhängig ist. Hiefür bietet schon die geschichtliche Entwicklung der Physik mehr als ein Beispiel dar: wie oft haben die Vorstellungen über das Wesen der in der Natur wirksamen Agentien gewechselt; und auch in unserer Darstellung haben wir Gelegenheit gehabt, diese Thatsache hervorzuheben. (S. 125 f.) Welchem Endziel dieser stete Wechsel in der Auffassung des Wesens der Naturkräfte zustrebt, ist schwer zu sagen: bei dem gegenwärtigen Entwicklungszustand der Physik liegt das Hauptmoment in dem Streben nach Zurückführung aller Naturerscheinungen auf mechanische Veränderungen; gleichzeitig fängt auch eine andere Tendenz an sich geltend zu machen, nämlich die, alle directe Wirkung in die Ferne zu ersetzen durch Kräfte, die nur in unendlich kleinen Entfernungen merkliche Grösse haben. Wir werden im folgenden wiederholt, besonders bei der Besprechung der elektrischen und der magnetischen Energie, Veranlassung nehmen, auf dieses beständige Fluctuieren der Grundbegriffe unserer Naturauffassung zurückzukommen, — ein Fluctuieren, das übrigens nicht als ein Hin- und Herschwanken, sondern als ein beständiges Fortschreiten in einer bestimmten Richtung anzusehen ist; denn darin, dass sich eine Veränderung der Auffassung als notwendig herausstellt, liegt jedesmal zugleich eine Steigerung der Genauigkeit der beschriebenen Naturerscheinungen, und somit eine Steigerung der Erkenntnis begründet.

Für unsere gegenwärtigen Zwecke wollen wir von dem eben Ausgeführten das Eine festhalten, dass es, bevor man an die Anwendung des Principis der Erhaltung der Energie auf eine bestimmte Naturerscheinung geht, vor allem notwendig ist, sich von vorneherein (durch Erfahrung) gewisse Vorstellungen über die Natur der zu untersuchenden Erscheinungen zu verschaffen, und dieselben bei den folgenden Betrachtungen consequent festzuhalten. Nur auf diese Weise kann man sich von Fehlern vollkommen frei halten und namentlich der Gefahr entgehen, eine gewisse Energieart entweder ganz zu übersehen, oder, was auch vorkommen kann, aus Versehen doppelt in Rechnung zu bringen.

Je nach der Genauigkeit der beanspruchten Resultate

wird man die Vorstellung, von der man ausgeht, einfacher oder complicierter gestalten. Operiert man z. B. mit einer tropfbaren Flüssigkeit, so genügt es für gewisse Zwecke schon, sich dieselbe als vollständig incompressibel zu denken und die Sätze, die sich aus dem Princip der Energie für incompressible Flüssigkeiten ableiten lassen, in Anwendung zu bringen. Im Interesse grösserer Genauigkeit liegt es jedoch, sich die Kräfte, die im Innern der Flüssigkeit wirken, als durch Veränderungen der Dichte hervorgerufen zu denken. Aber selbst mit dieser Vorstellung wird man in manchen Fällen nicht auskommen, sondern man wird sich genötigt sehen, den angenommenen Druckkräften noch gewisse andere hinzuzufügen, nämlich die, welche aus der sogenannten Zähigkeit der Flüssigkeit entspringen, und die wir mit dem Namen der „Reibung“ charakterisieren. Hiemit ist die Reihe der Steigerungen der Genauigkeit des Resultates noch nicht erschöpft. Hat man bisher die Flüssigkeit als ein Continuum angenommen, so lehrt eine genauere Betrachtung, dass sie in den kleinsten Theilchen discontinuierliche Eigenschaften zeigt, und die Berücksichtigung derselben erfordert ein noch näheres Eingehen auf die zur Wirksamkeit kommenden Kräfte, die dann als Molekularkräfte auftreten. Jeder dieser verschiedenen genannten Vorstellungen entspricht eine besondere Form der Energiearten und also eine verschiedene Anwendung des Principes der Erhaltung der Energie; dabei werden um so genauere Resultate erhalten, freilich auf Kosten der Einfachheit der Rechnung, je höher in der aufgezählten Reihenfolge die Stellung ist, welche die zu Grunde gelegte Anschauung einnimmt.

Um nun den Standpunkt, von dem man bei der Berechnung ausgehen will, gehörig zu charakterisieren, ist es nötig, sich über die Zahl und die Art der unabhängigen Variablen, von denen man die zu untersuchenden Zustände des betrachteten materiellen Systems abhängen lassen will, genau zu orientieren; je kleiner diese Zahl, um so einfacher die Anschauung und die Rechnung. Die Energie des Systems wird sich dann immer als eine bestimmte Function dieser unabhängigen Variablen darstellen, wobei es vollkommen gleichgiltig bleibt, ob diese Function auch wirklich der „primären“

Wellen gleicher Schwingungsdauer mit grösserer oder geringerer Genauigkeit zu beurtheilen. Eine absolute Messung der Energie einer Welle ist nur dadurch möglich, dass man diese Energie in eine andere Arbeitsform verwandelt resp. daraus hervorgehen lässt, in welcher sie einer genaueren Messungsmethode zugänglich ist; dahin gehört vor Allem die Verwandlung in Wärme durch Absorption.

Ein näheres Eingehen auf die Theorie der Wellenbewegung dürfte hier zu weit führen, da diese Theorie, soweit sie neue, von den bisher erörterten unabhängige Gesichtspunkte enthält, doch noch etwas zu sehr von hypothetischen Vorstellungen durchsetzt ist, um als eine Folge des Principes der Erhaltung der Energie dargestellt werden zu können. Letzteres gilt besonders von der Optik, wenn auch gerade in neuerer Zeit der Anfang gemacht worden ist, das Energieprincip für diesen bisher gewöhnlich ziemlich getrennt davon behandelten Theil der Physik fruchtbar zu machen.

Wenden wir uns nun zurück zur Betrachtung endlicher Bewegungen (in flüssigen und gasförmigen Medien), also zu den Gleichungen (4) und (5), mit Wiedereinführung der dortigen Bezeichnungsweise. Die charakteristische Eigenschaft der flüssigen und der gasförmigen Körper ist:

$$\left. \begin{aligned} X_y = Y_x = Z_x = 0, \\ X_x = Y_y = Z_z = p, \end{aligned} \right\}$$

wobei p eine bestimmte von der Natur des Mediums abhängige Function von μ .

Somit wird aus (4):

$$\mu \frac{d^2 x}{dt^2} = \mu X - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\mu \frac{d^2 y}{dt^2} = \mu Y - \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\mu \frac{d^2 z}{dt^2} = \mu Z - \frac{\partial p}{\partial z},$$

die allgemeinen hydrodynamischen Bewegungsgleichungen, bei deren Benutzung man sich nach Belieben entweder durchweg der Differenzialzeichen ∂ (Euler'sche Form) oder der Zeichen d (Lagrange'sche Form) bedienen kann.

Energie des Punktes hervor, deren Grösse gegeben ist durch den Arbeitswert dieser Wirkungen, d. h. durch die Arbeit, welche die Kräfte in der angenommenen Zeit an dem betrachteten Punkte leisten, und zwar gilt dies ganz allgemein, aus welcher Quelle auch die genannten Kräfte stammen mögen. (S. 120 f.) Beschränken wir die Anwendung auf ein Zeitelement dt , so hat die Summe der entsprechenden Arbeiten aller Kräfte, die auf den Punkt wirken, die Form:

$$Xdx + Ydy + Zdz$$

wobei X, Y, Z die Componenten der resultierenden Kraft sind, genommen nach den Richtungen der 3 Coordinatenachsen. Aus der Benutzung des angeführten Satzes ergibt sich nun, dass das Wachstum der Energie in der unendlich kleinen Zeit dt , also das Differenzial des obigen Ausdrucks der lebendigen Kraft, gleich ist der hier angegebenen Arbeitsgrösse. Somit hätten wir durch die Anwendung des Principes der Erhaltung der Energie eine Gleichung gefunden, der die Bewegung des Punktes gehorcht; indes reicht diese eine Gleichung noch nicht aus, um die Abhängigkeit jeder der 3 Veränderlichen x, y, z von der Zeit t zu bestimmen.

Wir können uns aber die erforderliche Anzahl von Gleichungen verschaffen durch die Anwendung des Satzes, den wir auf voriger Seite unter 3) reproducirt haben. Beachten wir, dass der Ausdruck der Energie des betrachteten Punktes sich darstellt als eine Summe von 3 symmetrisch gebauten Gliedern, deren jedes sich auf eine bestimmte Coordinatenrichtung bezieht und allein von der betreffenden Variablen abhängt. Die Gesamtenergie setzt sich also zusammen aus 3 von einander unabhängigen Energiearten. Ganz dieselbe Eigenschaft bemerken wir aber auch bei dem Ausdruck der Arbeit der von aussen wirkenden Kräfte. Auch diese Grösse zerfällt in 3 Summanden, deren jeder einer bestimmten Coordinatenaxe entspricht und einen von den beiden andern unabhängigen Wert hat; jede der einzelnen äusseren Wirkungen ist also einer bestimmten einzelnen Energieart zugeordnet. Es liegt nun nahe anzunehmen, dass nicht nur die Veränderung der Gesamtenergie gemessen wird durch die Gesamtarbeit der äusseren Kräfte, sondern dass noch specieller jede der genannten Einzelenergien nur

von der ihr gerade entsprechenden Einzelwirkung beeinflusst wird, ganz unabhängig von den beiden andern. Nehmen wir diesen Gedanken als richtig an, so zerfällt die eine oben angeführte Gleichung in 3 einzelne, deren jede sich auf eine bestimmte Coordinatenrichtung bezieht:

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \right\} = X dx$$

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right\} = Y dy$$

$$d \left\{ \frac{m}{2} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right\} = Z dz$$

und durch Ausführung der Differenziation ergeben sich die Newton'schen Bewegungsgleichungen:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = X$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = Y$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = Z$$

welche zur Darstellung der ganzen Bewegung genügen.

Selbstverständlich kann diese Ableitung keinen Anspruch erheben auf den Rang eines Beweises der beiden ersten Newton'schen Axiome, da der benutzte Satz der Übereinanderlagerung der Energien nicht a priori angewendet werden kann. Seine Bedeutung beruht vielmehr, wie wir schon S. 130 ausführlicher hervorgehoben haben, und wie auch in der letzten Darstellung betont ist, wesentlich auf seinem heuristischen Wert. Ebenso wie hier die drei Coordinatenrichtungen den Grund liefern zur Eintheilung sowohl der Energie als auch der äusseren Wirkungen in die entsprechenden Theile, so haben wir ein anderes Mal andere Gesichtspunkte, etwa thermischer oder elektrischer Natur, welche eine Zerlegung der Wirkungen in verschiedene von einander gänzlich unabhängige Einzelglieder bedingen, die sich dann einfach durch Addition zur Gesamtwirkung zusammensetzen. Wo diese Zerlegung aber wirklich durchführbar ist und zu richtigen Folgerungen führt, kann nur die Erfahrung lehren; denn

dass z. B. die Wirkungen nach den 3 Coordinatenrichtungen unabhängig von einander erfolgen, ist doch auch ein Erfahrungssatz, über den wir unter keinen Umständen, bei keiner Darstellungsart, hinauskommen. Gibt man ihn jedoch einmal zu, so wird die obige Ableitung aus dem Princip der Erhaltung der Energie vollkommen streng.

Nachdem wir gesehen haben, dass die beiden ersten Newton'schen Axiome (das dritte folgt weiter unten S. 157 ff.) sich aus den von dem Energieprincip gelieferten Sätzen entwickeln lassen, erhebt sich die Frage, ob es nicht überhaupt im Interesse einer noch rationelleren Auffassung der Mechanik gelegen sei, bei der Darstellung derselben einen dem eben angewandten ähnlichen Ausgangspunkt definitiv an Stelle des jetzt gebräuchlichen zu setzen. Gegenwärtig pflegt man fast allgemein die Mechanik mit dem Satze der Proportionalität von Kraft und Beschleunigung einzuleiten, sei es nun, dass man, mit Newton und W. Thomson¹⁾, den Begriff der Kraft in letzter Linie auf den des Druckes, wie er uns durch den Muskelsinn (Tastsinn, Gefühlssinn) direct übermittelt wird, zurückführt, oder dass man, mit Kirchhoff²⁾, gleich von vorneherein durch Definition Kraft und Beschleunigung identificiert, wobei dann allerdings der Kraftbegriff an Bedeutung verliert, da auf die Empfindungen des Muskelsinns keine Rücksicht genommen wird. Aus der Kraft wird dann die Arbeit, die Energie u. s. w. hergeleitet. Dem gegenüber steht die andere, zuerst von Huygens³⁾ cultivierte Auffassung, die den Begriff der Energie (Arbeit, lebendige Kraft) an die Spitze der Mechanik stellt, und die andern Grundbegriffe, so namentlich den der Kraft, in eine secundäre Stellung weist. Augenscheinlich hat der letztere Standpunkt den Vorzug für sich voraus, dass der für ihn charakteristische Begriff der Energie eine für alle verschiedenen Zweige der Physik definierte

1) W. Thomson und P. G. Tait: Handbuch der theoretischen Physik. Deutsch von H. Helmholtz und G. Wertheim. Braunschweig 1871, I. § 207.

2) G. Kirchhoff: Vorlesungen über mathematische Physik. Mechanik. Leipzig 1877, p. 5, 23.

3) E. Mach: Zur Geschichte des Arbeitbegriffes. Wien. Ber. (2) 68, p. 479, 1873.

Grösse ist, so dass man nicht nur die Mechanik, sondern auch die Theorie der Wärme, der Elektrizität u. s. w. auf den nämlichen Begriff gründen kann, wodurch ohne Zweifel eine einheitlichere, höhere Auffassung der physikalischen Erscheinungen bedingt ist, und ich glaube auch, dass über kurz oder lang sich diese Auffassung allenthalben Bahn brechen wird, sobald wir uns nur erst einmal durch vielfache Übung etwas mehr an diesen verhältnismässig noch zu wenig gebrauchten Begriff gewöhnt haben werden; jedoch ist andererseits wohl zu beachten, dass der Begriff der Kraft, auf den sich seit Newton die Mechanik ausschliesslich aufbaut, einen Vorzug aufzuweisen hat, welcher dem der Energie mangelt: es ist der Umstand, dass wir einen Sinn besitzen, den Muskelsinn, durch welchen wir einen Druck (zwar nicht exact messen, wohl aber) unmittelbar empfinden können, während uns ein Energiesinn ganz und gar abgeht (vgl. unten S. 153 bezüglich der Wärme); dieser Umstand ist auch ohne Zweifel mit ein Grund gewesen, weshalb im Verlauf der geschichtlichen Entwicklung der Mechanik der Begriff der Kraft den der Arbeit so in den Hintergrund zu drängen und seinerseits das entschiedene Übergewicht zu erringen vermochte. Die Kraft erscheint uns, wenigstens in der Newton'schen Auffassung, als das primäre, als die Ursache, die Bewegung aber, die Arbeitsleistung u. s. w. als die Wirkung (obwohl doch Kraft und Beschleunigung der Zeit nach zusammenfallen), und das aus keinem anderen Grunde, als weil, wenn wir einen Körper durch Muskelaction fortbewegen, der physiologische Vorgang in uns der eintretenden Bewegung in der That zeitlich vorausgeht. Wenn sich nun ein Körper unabhängig von unserer Muskelthätigkeit, etwa durch Attraction eines andern, in Bewegung setzt, so können wir uns doch immer vorstellen, dass wir, nach Beseitigung des anziehenden Körpers, die nämliche Beschleunigung durch eigene Anstrengung hervorrufen, und insofern auch in diesem Falle in ganz bestimmtem Sinne von einer Kraft sprechen, welche diese Bewegung hervorruft. Dass wir ein quantitatives Maass dieser Kraft erst durch Beobachtung der eingetretenen Bewegung gewinnen können, liegt nur an der Unvollkommenheit unseres Muskelsinns und ändert an dem Begriff der Kraft Nichts.

Da wir nach dem Gesagten, in Übereinstimmung mit der geschichtlichen Entwicklung, die wesentliche Bedeutung des Kraftbegriffes in seinem Zusammenhang mit den uns durch den Muskelsinn vermittelten Empfindungen erblicken, so können wir uns auch nicht entschliessen, mit Kirchhoff durch Aufhebung dieses Zusammenhangs den Begriff der Kraft zu einem rein kinematischen zu stempeln. Gewiss ist zuzugeben, dass aus dem Begriff der Beschleunigung allein sich ein grosser Theil der Mechanik construieren lässt, vor Allem die ganze Astronomie, und überhaupt alle diejenigen Bewegungsvorgänge, die nur durch das Auge wahrgenommen werden. Aber die Physik hat es doch mit der Beschreibung aller Erscheinungsformen zu thun, nicht nur derer, die uns durch den Bewegungssinn, sondern auch derer, die uns durch den Muskelsinn, den Temperatursinn, den Farbensinn u. s. w. vermittelt werden, und dementsprechend sind die fundamentalen physikalischen Begriffe direct aus den specifischen Sinnesempfindungen abzuleiten. Exact messen können wir zwar eine Temperatur ebensowenig durch den Temperatursinn, wie eine Kraft durch den Muskelsinn, oder eine Farbennüance durch den Farbensinn, weil dazu die Schärfe unserer Sinnesempfindungen nicht ausreicht, sondern wir müssen uns zur Erreichung dieses Zweckes nach anderen Erscheinungen umsehen, die erfahrungsgemäss mit den genannten Empfindungen in einem notwendigen Zusammenhang stehen und den Vortheil einer quantitativen Messung darbieten, das sind in der Regel Bewegungserscheinungen: bei der Temperatur die Ausdehnung, bei der Kraft die Beschleunigung, bei der Farbe die Wellenlänge, u. s. w.; aber deshalb werden wir uns doch nicht veranlasst sehen, Temperatur, Kraft, Farbe u. s. w. für kinematische Begriffe zu erklären. So wenig wir mit dem Worte „blau“ in erster Linie die mechanische Vorstellung einer bestimmten Schwingungszahl oder einer bestimmten Wellenlänge des Äthers verbinden, die uns doch allein das exacte physikalische Maass der Farbe liefert, ebenso sollten wir, wenn wir von der „Anziehungskraft“ eines Magneten auf ein Stück Eisen reden, zunächst nicht an die (mit der Masse multiplicierte) Beschleunigung denken, die der Magnet dem Eisen ertheilt, sondern vielmehr an die, allerdings nicht

zur exacten Messung geeignete, Druckempfindung, die wir in den Muskeln verspüren, wenn wir, nach Beseitigung des Magneten, durch eigene Action dem Eisen die nämliche Beschleunigung ertheilen. Indem Kirchhoff in seiner bewunderungswürdigen Darstellung der Mechanik den Begriff des Causalzusammenhangs auf das zurückführte, was er wirklich bedeutet, nämlich die Notwendigkeit der zeitlichen Aufeinanderfolge, glaubte er leider zugleich auch die durch den Muskelsinn vermittelten Empfindungen aus dem Fundament der Mechanik entfernen zu müssen, obwohl dieselben uns doch mit genau dem gleichen Rechte zu physikalischen Begriffen verhelfen wie etwa die Empfindungen des allerdings verhältnismässig schärferen Gesichtssinnes. — Für den gegenwärtigen Stand der Mechanik dürfte es allerdings im wesentlichen auf das Nämliche hinauskommen, ob man den Begriff der Kraft von vorneherein mit den Empfindungen des Muskelsinns in Zusammenhang bringt oder ob man diesen Zusammenhang erst hinterher einführt (denn dass er überhaupt einmal eingeführt werden muss, ist selbstverständlich, schon mit Rücksicht auf die Theorie der ersten und ältesten Maschinen: derer, die durch Muskelkraft bewegt werden); aber die Mechanik ist ja ebensowenig wie irgend ein anderer Theil der Physik eine abgeschlossene Wissenschaft, wenn sie auch auf einer verhältnismässig sehr hohen Stufe steht: während die einmal beobachteten Thatsachen bleiben, und durch fortwährend neue ergänzt und vervollständigt werden, können die Anschauungen in oft ungeahnter Weise wechseln. Der einzige feste und unangreifbare Ausgangspunkt liegt für uns anerkanntermassen in den durch die Sinnesempfindungen gelieferten Erscheinungen, und es dürfte daher in hohem Grade rationell sein, uns auch die Benutzung aller unserer Sinne zur steten Verfügung zu halten und nicht von vorneherein auf die Verwertung eines derselben zu verzichten, der für das Verständnis und die Entwicklung des Begriffes der Kraft, wie schon der Name besagt, der Wissenschaft bisher die wichtigsten Dienste geleistet hat und mutmasslich noch leisten wird.*

Kommen wir nun zurück auf die oben angeregte Frage, ob es für die Darstellung der Mechanik zweckmässiger sei,

das Gesetz der Proportionalität von Kraft und Beschleunigung aus dem Princip der Erhaltung der Energie abzuleiten, oder umgekehrt, so möchten wir uns in Wiederholung unserer schon oben ausgesprochenen Ansicht für das Erstere entscheiden; dagegen scheint es uns im Hinblick auf die soeben erörterte Unmittelbarkeit des Kraftbegriffes unerlässlich, den Begriff der Arbeit erst auf den der Kraft zu gründen (ganz unabhängig von der Beschleunigung), und hierauf, nach Formulierung dieses Begriffs, zur Anwendung des Satzes der Erhaltung der Energie zu schreiten, woraus dann die Proportionalität von Kraft und Beschleunigung resultiert. Wie das im Einzelnen durchzuführen wäre, wollen wir nicht ausführlicher darzulegen versuchen, zumal hier dem individuellen Geschmack ein gewisser Spielraum gelassen ist. Nur einen Punkt, auf den wir besonderes Gewicht legen, möchten wir noch hervorheben, nämlich dass sich die hier dargelegte Auffassung auf das engste anschliesst an die Methode, welche in anderen Theilen der Physik, namentlich in der Theorie der Wärme, bereits mit bestem Erfolge benutzt wird. Wir leiten die Wirkungen der Wärme ab aus dem Princip der Erhaltung der Energie, resp. dem Satz von der Äquivalenz von Wärme und Arbeit, und doch ist in der Wärmelehre der Begriff der Wärmemenge nicht das ursprünglich Gegebene, da wir für ihn (ebenso wie für die Arbeit) keinen spezifischen Sinn besitzen, sondern wir gelangen zu ihm nur durch den Temperaturbegriff, der uns direct durch den Temperatursinn geliefert wird (ebenso wie der Kraftbegriff durch den Muskelsinn, oder, wie wir auch geradezu sagen können: Kraftsinn). In dieser Beziehung sind wir also merkwürdigerweise in der Wärmetheorie schon zu etwas reiferen Anschauungen gelangt als in der Mechanik; denn es wird mit der Zeit dahin kommen müssen, dass wir auch in der Mechanik die Energie auffassen als das primär vorhandene, und die Kraft als eine Äusserung dieser (potenziellen oder actuellen) Energie, ebenso wie wir jetzt schon die Temperatur als eine Äusserung der Wärme betrachten. Wo keine Energie ist, kann weder eine Kraft-, noch eine Temperatur-, noch irgend eine andere Empfindung zustande kommen. —

Ehe wir von der Behandlung der Bewegung eines ein-

zigen freien materiellen Punktes abgehen, wollen wir noch einen für die weitere Anwendung fruchtbaren Satz anführen. Wenn ein materieller Punkt durch Einwirkung irgend welcher Kräfte aus dem Zustand der Ruhe in den der Bewegung übergeht, so ist im ersten Zeitmoment dieser Bewegung die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte stets positiv. Denn da der Beginn der Bewegung immer mit einem Wachsthum der Energie des Punktes (seiner lebendigen Kraft) verbunden ist, müssen die äusseren Wirkungen, welche dieses Wachstum bedingen, ebenfalls positiv sein. (Derselbe Satz folgt natürlich auch unmittelbar aus der Berücksichtigung des Umstandes, dass die durch die wirkenden Kräfte hervorgebrachte Verschiebung des Punktes in die Richtung der resultierenden Kraft fällt.) Wenn es sich trifft, dass der Punkt im Laufe seiner Bewegung einmal wieder an seine Ausgangsstelle zurückkommt, so wird im allgemeinen die Gesamtarbeit der Kräfte nicht gleich 0 sein, es wird in Folge dessen der Punkt auch nicht wieder seine alte Geschwindigkeit erlangt haben; doch ist dies dann immer der Fall, wenn die Wirkungen durch Centralkräfte veranlasst werden, die von gewissen ruhenden Massen ausgehen; dann existiert ein Potenzial V der wirkenden Kräfte, in der Art dass:

$$X = - \frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = - \frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = - \frac{\partial V}{\partial z}.$$

In diesem Fall wird die Grösse der in einer beliebigen endlichen Zeit geleisteten Arbeit gemessen einfach durch die Abnahme dieses Potentials, einerlei welche Bahn der Punkt beschrieben hat. Der zuletzt abgeleitete Satz lautet dann folgendermassen: Wenn ein ruhender Punkt sich zu bewegen anfängt unter Einwirkung von Kräften, die ein nur von der Lage des Punktes abhängiges Potenzial haben, so geschieht dies immer in der Weise, dass das Potenzial abnimmt.

Gehen wir nun weiter zur Betrachtung eines materiellen Punktes, dessen Beweglichkeit durch gewisse äussere von vorneherein festgestellte Bedingungen beschränkt ist, so können wir hier zunächst zwei Arten von Kräften unterscheiden: 1) diejenigen, welche den Punkt in gewisser Weise zu bewegen streben — wir wollen sie im folgenden die treibenden Kräfte nennen, ihre Grösse und Richtung ist

im allgemeinen unmittelbar bekannt, und 2) diejenigen, welche durch die Existenz der festen Bedingungen hervorgerufen werden — wir nennen sie Widerstandskräfte; diese Kräfte sind nur dadurch charakterisiert, dass ihre Wirksamkeit immer gerade den Erfolg hat, die festen Bedingungen unter allen Umständen aufrecht zu erhalten. Beide Arten von Kräften zusammen bestimmen die Bewegung des Punktes nach den allgemeinen Bewegungsgesetzen, die für einen freien Punkt gelten. Die Unbestimmtheit, welche noch in den Werten der Widerstandskräfte enthalten ist, lässt sich durch folgenden Satz beseitigen, der auf der Zerlegung der Gesamtarbeit in die der einzelnen Kräfte beruht: Wenn die (durch irgend welche mechanische Vorrichtungen zu erzielende) Verwirklichung und Aufrechterhaltung der festen Bedingungen weder mit Aufwand noch mit Erzeugung von Energie verbunden ist, so ist die Arbeit der Widerstandskräfte an dem betrachteten materiellen Punkt immer gleich 0; denn in diesem Falle kann dem Punkt durch die Wirkung der festen Bedingungen keine Energie mitgetheilt werden, sonst würde diese Energie aus Nichts entstehen. Dies tritt immer ein, wenn die Bedingungen nicht von der Zeit abhängen, wenn z. B. der Punkt gezwungen ist, auf einer im Raume festen Fläche oder Curve zu bleiben. Ein Punkt also, auf den gar keine treibenden Kräfte wirken, wird sich auf einer festen Fläche oder Curve mit constanter Geschwindigkeit bewegen.

Setzen wir nun, unter Festhaltung des angenommenen Falles, voraus, der Punkt befinde sich anfangs in Ruhe, gerathe aber in Folge der Einwirkung gewisser treibender Kräfte in Bewegung, so muss nach dem oben abgeleiteten Satz die Gesamtarbeit sämmtlicher auf den Punkt wirkenden Kräfte positiv sein; da aber, wie wir eben sahen, die Arbeit der Widerstandskräfte gleich 0 ist, so folgt, weil die Gesamtarbeit aller Kräfte die Summe der Arbeiten der einzelnen ist, der Satz, dass „bei jeder eintretenden Bewegung die Arbeit der treibenden Kräfte für sich allein positiv ist“; mit andern Worten: die Richtung der Resultante der treibenden Kräfte bildet mit der Richtung der Bewegung, die der Punkt einschlägt, einen spitzen Winkel. Für den spe-

ciellen Fall, dass die treibenden Kräfte ein Potenzial haben, folgt, dass beim Beginn der Bewegung das Potenzial abnimmt. Hieraus ergibt sich unmittelbar der Satz der virtuellen Verrückungen: Wenn unter allen Verschiebungen, die der Punkt in Folge der festen Bedingungen erleiden kann, sich keine einzige befindet, für die die Arbeit der treibenden Kräfte positiv ist, kann überhaupt gar keine Bewegung zustande kommen, dann muss Gleichgewicht bestehen; denn wäre dies nicht der Fall, würde Bewegung eintreten, so wäre bei der entstehenden Verschiebung die Arbeit der treibenden Kräfte 0 oder negativ, was mit dem angeführten Satz unvereinbar ist. Sind XYZ wieder die Componenten der Resultante der treibenden Kräfte, so ist also Gleichgewicht vorhanden, wenn für jede zulässige virtuelle Verrückung δx , δy , δz die Bedingung gilt:

$$X\delta x + Y\delta y + Z\delta z \leq 0.$$

Für den gewöhnlich vorkommenden Fall, dass die festen Bedingungen alle durch Gleichungen (nicht durch Ungleichungen) zwischen den Coordinaten des beweglichen Punktes ausgedrückt sind, wird, wenn irgend eine Verschiebung δx , δy , δz mit den Bedingungen verträglich ist, immer auch die entgegengesetzte: $-\delta x$, $-\delta y$, $-\delta z$ zulässig sein, so dass die für das Gleichgewicht geforderte Bedingung nur dann erfüllt ist, wenn für alle zulässigen Verrückungen: $X\delta x + Y\delta y + Z\delta z = 0$. Haben die treibenden Kräfte ein Potenzial, so lautet die Gleichung: $\delta V = 0$. Diese Bedingung ist immer dann erfüllt, wenn für den betreffenden Raumpunkt der Wert des Potenzials ein Maximum oder ein Minimum ist, und zwar ist unmittelbar ersichtlich, dass im ersten Fall das Gleichgewicht ein labiles, im zweiten ein stabiles ist. Denn bringt man den materiellen Punkt an eine wenig von seiner Gleichgewichtslage entfernte Stelle, so wird er nicht mehr im Gleichgewicht sein, sondern in Bewegung gerathen, doch so, dass das Potenzial abnimmt. Wenn also in der Gleichgewichtslage das Potenzial ein Minimum ist, so muss er dorthin zurückkehren, im entgegengesetzten Fall ist dies unmöglich. Dazwischen gibt es Fälle, in denen das Gleichgewicht für gewisse Verschiebungen labil, für andere aber

stabil ist; dann erreicht der Wert des Potentials weder ein Maximum noch ein Minimum.

Wir haben alle diese Folgerungen mit einer gewissen Umständlichkeit abgeleitet, die durch Benutzung gewisser einfacher Sätze (z. B. dass die Widerstandskraft einer Fläche oder Curve stets senkrecht auf ihrer Richtung wirkt) etwas abzukürzen gewesen wäre, indess haben wir dafür den Vortheil gewonnen, die angewandte Betrachtung im wesentlichen unverändert auf Systeme von beliebig vielen materiellen Punkten zu übertragen (S. unten). Aus dem Princip der virtuellen Verückungen lassen sich bekanntlich nicht nur die Gleichgewichtsbedingungen, sondern auch die Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes ableiten, vorausgesetzt, dass man zu den Componenten der treibenden Kräfte noch die Grössen

$$- m \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad - m \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad - m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

hinzufügt.

Wir wollen daher nun gleich übergehen zur Behandlung eines Systems von mehreren beweglichen Punkten, und zwar zunächst von zwei Punkten, um für dasselbe die Gültigkeit des Principes der Wirkung und Gegenwirkung abzuleiten: hiebei seien zunächst alle Wirkungen von anderen Massen ausgeschlossen. Bezeichnen wir die Coordinaten eines Punktes mit xyz , seine lebendige Kraft mit T , die Componenten der von dem anderen Punkt her auf ihn wirkenden Kraft mit XYZ , wobei der angefügte Index 1 oder 2 dem Punkt entspricht, auf den gewirkt wird, so ist für jeden einzelnen Punkt das Wachsthum seiner Energie gleich der Arbeit der auf ihn wirkenden Kraft, also:

$$\begin{aligned} dT_1 &= X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1, \\ dT_2 &= X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2. \end{aligned}$$

Nehmen wir andererseits beide Punkte zusammen als „Grundsystem“ (S. 121) an, so sind die äusseren Wirkungen 0, und die Energie daher constant. Diese Grösse wird aber natürlich im allgemeinen nicht allein aus den lebendigen Kräften (der actuellen Energie) der beiden Punkte bestehen, sondern es wird hiezu noch ein Glied hinzutreten, das auch von der Lage der Punkte im Raum abhängig ist, und sich als neue

Energieart neben die andere lagert. Bezeichnen wir diese Energieart (die potenzielle Energie) mit U , so haben wir: $T_1 + T_2 + U = \text{const.}$ also

$$dT_1 + dT_2 + dU = 0.$$

Hieraus liefern die beiden oben aufgestellten Gleichungen zusammen genommen:

$$X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 = -dU.$$

Die Gesamtarbeit der wirkenden Kräfte bildet also das vollständige zeitliche Differenzial einer nur von dem augenblicklichen Zustand (Lage und Geschwindigkeit) der beiden Punkte abhängigen Function, und diese Bedingung ist geeignet, gewisse notwendige Eigenschaften der Kräfte abzuleiten.

Lassen wir zunächst U nicht nur von der Lage, sondern auch von der Geschwindigkeit der beiden Punkte abhängen, so würde $\frac{dU}{dt}$ auch die Beschleunigung in sich enthalten, woraus nach der letzten Gleichung folgt, dass die Kräftecomponenten XYZ ebenfalls von der Beschleunigung abhängen müssten. Diese Annahme findet sich in der That durchgeführt in den Grundgesetzen, welche W. Weber¹⁾, B. Riemann²⁾ und R. Clausius³⁾ für die Wirkung zweier elektrischer Punkte aufeinander aufgestellt haben. Allerdings wird hiedurch sowohl die Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte als auch die Rechnung selber sehr viel complicierter, und da die Annahme dieser Gesetze keineswegs notwendig erscheint, vielmehr gegen jedes einzelne derselben noch besondere anderweitige Gründe sprechen, so wollen wir hier den angenommenen Fall nicht weiter ausführen.

Dann bleibt nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass U nur von der Lage der beiden wirkenden Punkte abhängt,

1) W. Weber: Elektrodynamische Maassbestimmungen, Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. X. p. 1, 1871. Vgl. auch Pogg. Ann. Jubelband, p. 212, 1874.

2) B. Riemann: Schwere, Elektrizität und Magnetismus, bearb. v. Hattendorff, Hannover 1876, p. 326.

3) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig 1879, p. 277.

und zwar, wie wir gleich hinzufügen können, von ihrer Entfernung r , da dies die einzige physikalische Grösse ist, welche durch die Lage der beiden Punkte vollständig definiert wird. Wir haben also:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial y_1} dy_1 + \frac{\partial U}{\partial z_1} dz_1 \\ + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial U}{\partial y_2} dy_2 + \frac{\partial U}{\partial z_2} dz_2$$

wobei

$$U = f(r).$$

Wenn nun auch die Glieder, in die das Differenzial dU zerfällt, den Grössen einzeln zugeordnet erscheinen, aus denen sich der obige Ausdruck der Arbeit ($= -dU$) zusammensetzt, so ist man deshalb noch nicht berechtigt, je 2 entsprechende Glieder einander gleich zu setzen, also

$$X_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}, \quad Y_1 = -\frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ = -\frac{\partial f(r)}{\partial x_1}, \quad = -\frac{\partial f(r)}{\partial y_1} \text{ u. s. w.}$$

zu machen. Dies wäre nur dann geboten, wenn 1) die Differenziale $dx_1, dy_1, \dots$ unter einander gänzlich unabhängig wären, und zugleich 2) die Grössen $X_1, Y_1, \dots$ von diesen Differenzialen (d. h. von den Geschwindigkeiten) unabhängig wären. Denn wenn eine von diesen beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, lassen sich immer von 0 verschiedene Grössen auffinden, welche zu den eben angegebenen Werten der Componenten $X_1, Y_1, \dots$ hinzugefügt werden können, ohne dass dadurch der Wert der Arbeit: $X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + \dots$, also auch der von dU , geändert wird. Diese „Zusatz“kräfte haben also die Eigenschaft, dass die von ihnen geleistete Arbeit gleich 0 ist. Solcher Kräfte lassen sich in der That verschiedene namhaft machen, und zwar zerfallen sie, entsprechend den beiden angeführten Bedingungen, in zwei gesonderte Arten. Die einen, welche aus einer Abhängigkeit der Coordinaten von einander entspringen, rühren her von dem Bestehen fester Bedingungen zwischen den beiden wirkenden Punkten, sie spielen wegen der Bequemlichkeit ihrer mathematischen Behandlung in der Mechanik eine bedeutende Rolle, und wir werden auf sie später

woraus sogleich folgt:

$$\frac{\partial}{\partial v} \left(c_v \frac{\partial \vartheta}{\partial p} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial v} - p \right).$$

Sind speciell c_v und c_p constant, wie bei vollkommenen Gasen, so wird hieraus:

$$(c_p - c_v) \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial p \cdot \partial v} = 1.$$

In der That ist dann:

$$\vartheta = \frac{p \cdot v}{c_p - c_v}.$$

Ferner ergibt sich dann aus (2):

$$U = \frac{c_v}{c_p - c_v} \cdot p v \text{ oder } = c_v \cdot \vartheta.$$

Jede dieser beiden Formen der Energie ist gleich berechtigt, so lange man die Relation zulässt, welche das vereinigte Mariotte- und Gay Lussac'sche (Boyle- und Charles'sche) Gesetz ausspricht. Man kann also die innere Energie eines Gases sich dann ganz nach Belieben entweder als Spannkraft vorstellen, wodurch das Ausdehnungsbestreben des Gases etwa denselben Charakter bekäme, wie das eines Systems ruhender sich abstossender Punkte, oder auch als lebendige Kraft, wobei dann die Druckkraft durch den Stoss frei umherfliegender Moleküle geliefert wird. Fasst man aber das Gay Lussac-Mariotte'sche Gesetz nicht als eine von vorneherein geltende Identität, sondern, wie es in der mechanischen Wärmetheorie geschieht, als die besondere Eigenschaft eines stationär gewordenen Zustandes, indem der Druck p überhaupt nur dann definiert ist, wenn die Geschwindigkeiten der Moleküle eines Gaselements (relativ zu der ihres Schwerpunktes genommen) sich nach Grösse und Richtung in bestimmter Weise ausgeglichen haben, dann kann die primäre, allgemein gültige Form der Energie nicht mehr vom Druck abhängen, und man muss notwendig recurriren zu dem Ausdruck $c_v \cdot \vartheta$, den man, bei geeigneter mechanischer Definition der Temperatur, unter allen Umständen festhalten kann.

Ganz Ähnliches gilt für die Energie U eines beliebigen Körpers, dessen Zustand von 2 Variablen abhängt. Da durch die sogenannte Zustandsgleichung stets eine Relation zwischen

Druck, Volumen und Temperatur gegeben ist, so lässt sich U immer durch beliebige zwei dieser drei Grössen ausdrücken und deuten. Bei der mechanischen Auffassung aber wird immer diejenige Form als die primäre auftreten, welche sich auf die unabhängigen Variabeln v und ϑ bezieht, weil der Druck einen erst aus diesen beiden Grössen unter besonderen Umständen abgeleiteten Begriff darstellt.

Der innere Zustand eines auf beliebige Weise deformierten im elastischen Gleichgewicht befindlichen homogenen isotropen Körpers hängt ab von 7 Variabeln, nämlich den 6 Deformationsgrössen (S. 173), und der Temperatur. Demgemäss stellt sich auch die innere Energie des Körpers als Function dieser 7 Variabeln dar, und nur unter besonderen Bedingungen (z. B. wenn, wie S. 173 angenommen wurde, die Deformation bei verhinderter Wärmezufuhr stattfindet) kann die Zahl der Variabeln reducirt werden. Die Anwendung des Principes der Erhaltung der Energie geht auch hier wieder nach Gleichung (1) vor sich. Die äussere Arbeit A lässt sich im allgemeinen leicht mit Hilfe der Formeln der Elasticitätslehre berechnen, während die von aussen zugeleitete Wärme Q nicht unmittelbar durch die bekannten, von der Natur des Körpers abhängigen Constanten ausgedrückt werden kann, da die Kenntnis der Wärmecapacitäten bei constantem Druck und bei constantem Volumen hiezu nicht ausreicht. Je complicierter überhaupt die Eigenschaften der zu untersuchenden Körper werden, von um so mehr Variabeln wird der Wert der Energie abhängen, und um so weniger willkürlich wird der primäre Ausdruck sein, den man allgemein für die Energie eines Körpers aufstellen kann.

Eine besondere Beachtung verdient noch eine gewisse bisher noch unberücksichtigt gebliebene Art der molekularen Energie eines Körpers, die im Gegensatz zu den bisher behandelten Arten als Oberflächenenergie bezeichnet wird.¹⁾ Die Erfahrung zeigt, dass die Energie eines Körpers im allgemeinen nicht allein von dessen innerem Zustand, sondern ausserdem auch noch von der Form seiner Oberfläche ab-

1) Vgl. J. Cl. Maxwell: Theory of heat. Deutsch von F. Neesen, Braunschw. 1878, p. 318.

hängig ist, dass also dem bisher betrachteten Ausdruck der Energie noch ein Glied hinzugefügt werden muss, das von der Beschaffenheit der Oberfläche und von der Natur des angrenzenden Körpers abhängt. Im Grunde genommen ist allerdings diese Energieart ihrem Wesen nach durchaus nicht verschieden von den bisher behandelten Arten; denn man hat sich ja die Berührung zweier Körper niemals so zu denken, dass der innere Zustand der Körper an allen Stellen bis unmittelbar an die Oberfläche der nämliche ist und dann plötzlich der Sprung ins benachbarte Medium erfolgt, sondern man hat es immer mit einer körperlichen Grenzschicht, von geringer, aber endlicher Dicke, zu thun, in welcher Kräfte wirksam sind, die von der Beschaffenheit der beiden Medien zugleich abhängen; und die innere Energie dieser Grenzschicht ist es eben, die man als Oberflächenenergie einzuführen pflegt. Durch diese Auffassung erledigt sich zugleich auch die Frage, ob es geboten ist, den Betrag der Oberflächenenergie überhaupt mit zur Energie des Körpers zu rechnen, da dieselbe doch nicht allein von dem Zustand des Körpers selbst, sondern auch von dem seiner Umgebung abhängt. Rechnet man eben die Grenzschicht mit zu dem betrachteten System, so ist die Oberflächenenergie mit in den Ausdruck der Energie des Systems aufzunehmen, im andern Falle bleibt sie daraus fort, und alle Oberflächenänderungen sind dann als äussere Wirkungen in Anschlag zu bringen.

Die wichtigste Rolle spielt die Oberflächenenergie bei den Körpern, deren Oberfläche sich leicht verändert, also bei den Flüssigkeiten. Auf ein einzelnes Oberflächenelement bezogen wird die Energie natürlich der Grösse dieses Elements proportional sein; daher ist die Energie eines endlichen Stücks der Oberfläche, falls an allen Punkten desselben der Zustand der Grenzschicht der nämliche ist, gleich der Grösse dieses Flächenstücks, multipliciert mit einer Constanten, die von der Beschaffenheit der beiden aneinandergrenzenden Medien, ihrer Temperatur u. s. w. abhängig ist. Aus diesem Satz ergeben sich mit Leichtigkeit die Bedingungen des capillaren Gleichgewichts. Wenn durch die Thätigkeit der an der Oberfläche wirksamen Kräfte Bewegung eintritt, so verwandelt sich Oberflächenenergie in lebendige Kraft der Molarbewegung,

und zwar muss dabei die Oberflächenenergie immer abnehmen, weil die lebendige Kraft von dem Werte 0 ab notwendig wächst. Ist also in einem Zustand der Ruhe die Oberflächenenergie ein Minimum, so kann keine Bewegung eintreten, weil die Oberflächenenergie nicht mehr abnehmen kann, d. h. es herrscht in diesem Fall stabiles Gleichgewicht. In ähnlicher Weise erledigt sich die Aufgabe, wenn man ausser den Oberflächenkräften noch die Schwere als wirksam annimmt.

Gehen wir nun weiter zur Betrachtung von Processen, die nicht nur aus physikalischen Veränderungen der beteiligten Körper, sondern auch aus chemischen Wirkungen gebildet sind, sei es dass es sich handelt um chemische Verbindungen im engeren Sinn, also Reactionen nach festen Gewichtsverhältnissen, oder auch um sogenannte chemische Mischungen, wohin auch die Vorgänge der Absorption, Auflösung u. s. w. zu rechnen sind. In jedem derartigen Fall geht die Anwendung des Energieprinzips nach der Gleichung (1) vor sich; die durch den Process bewirkte Zunahme der Energie des ganzen veränderten Systems ist gleich der Summe der von aussen zugeführten Wärme und der von aussen aufgewendeten Arbeit. In sehr vielen Fällen ist der Wert der letzteren verschwindend klein gegenüber den übrigen hier in Rechnung kommenden Energiebeträgen, er verschwindet ganz, wenn die Wirkung bei constantem Gesamtvolumen vor sich geht, kann aber auch bei anderen Reactionen, die etwa unter constantem Druck (Atmosphärendruck) erfolgen, häufig vernachlässigt werden, namentlich bei festen und flüssigen Körpern, die ihr Volumen in der Regel so wenig ändern, dass die dabei geleistete äussere Arbeit in Wegfall kommt. Selbst wenn es sich um die Ausdehnung von Gasen handelt (wie bei Verbrennungs- oder Explosionserscheinungen), bildet der Wert der äusseren Arbeit oft einen so geringen Bruchtheil der im übrigen sich umsetzenden Energiemengen, dass man selbst bei bedeutenderen Volumenveränderungen diese Arbeit vernachlässigen kann. Lässt man sie fort, so reducirt sich die Gleichung auf:

$$U' - U = Q.$$

Die von aussen zugeführte Wärme allein ist also gleich der

Zunahme der Energie, ihre Grösse hängt daher nur ab von dem Anfangs- und Endzustand des Systems, nicht aber von der Art des Überganges. Hiedurch ist der altbekannte Satz (S. 20) ausgesprochen, dass die durch eine Reihe von chemischen Reactionen erzeugte Wärme unabhängig ist von der Ordnung, in der man die einzelnen Reactionen vornimmt. Natürlich gilt dieser Satz nur dann, wenn man entweder, wie wir es hier thun, von der äusseren Arbeit ganz absieht, oder doch besonders dafür sorgt, dass sie (wie bei Reactionen unter constantem Druck) einen von der Reihenfolge der Zustandsänderungen unabhängigen Wert hat.

Da die Wärme Q direct beobachtet werden kann, so wird durch die aufgestellte Gleichung eine Messung der Energieänderung ermöglicht. Von hervorragender Wichtigkeit ist der Fall, wo das System nach Beendigung der Reaction wieder die anfängliche Temperatur (und den anfänglichen Druck) annimmt. Dann ist Q sehr häufig negativ (exothermische Reaction), d. h. das System hat Wärme nach aussen abgegeben, und in diesem Sinne wird der Betrag von Q als Reactionswärme, Wärmetönung, Wärmewert, Bildungswärme u. s. w. bezeichnet — ein Begriff, der bekanntlich wohl zu trennen ist von dem der chemischen Verwandtschaft oder Affinität.

Ein besonderer Umstand ist noch bei der Bildung des Wertes U der Energie eines chemisch zusammengesetzten Körpers in irgend einem Zustand zu beachten. Es versteht sich, dass dieser Wert stets auf den nämlichen Nullzustand (S. 102) bezogen werden muss, der zwar anfänglich nach Willkür gewählt werden kann, nachher aber, beim Übergang zu anderen, auch chemisch differenten, Zuständen beizubehalten ist. Da nun die einem beliebigen Zustand entsprechende Energie stets definiert wird durch den Arbeitswert der äusseren Wirkungen, die beim Übergang in den Nullzustand zum Vorschein kommen, so wird man die Wahl des Nullzustandes am besten mit Rücksicht darauf einrichten, dass der Übergang in denselben möglichst leicht zu vollziehen ist. So lange es sich daher nur um physikalische Änderungen des Körpers handelt, wird man als Nullzustand irgend einen bequem gelegenen Zustand des nämlichen Körpers

nehmen; dann ist der Übergang in den Nullzustand nur ein rein physikalischer Vorgang. Wenn aber chemische Änderungen in Betracht kommen, so wird im allgemeinen jener Übergang mit chemischen Wirkungen verbunden sein müssen. Gesetzt z. B., es handle sich um die vollständige oder theilweise Zersetzung (oder Bildung) einer Quantität Wasser, so wird man behufs Auffindung des Wertes der Energie als Nullzustand am bequemsten die entsprechenden Mengen Sauerstoff und Wasserstoff vollständig getrennt nebeneinander, etwa bei 0° Cels. und 1 Atmosphäre, annehmen. Dann ist in jedem Zustand des Systems, bei beliebig vorgeschrittener Zersetzung, die Energie leicht zu definieren; denn für irgend eine getrennte Sauerstoff- oder Wasserstoffmenge ist sie durch den physikalischen Übergang zu 0° Cels. und 1 Atmosphäre Druck gegeben, während dagegen für ein Quantum Wasser noch die chemische Zerlegung in die beiden Elemente hinzukommt. (Dass man statt dessen auch den umgekehrten Vorgang: die Bildung von Wasser, zur Definition der Energie benutzen kann, ist oben Seite 101 allgemein ausgeführt worden.)

Hieraus erhellt, dass, sobald es sich um Änderungen in der chemischen Zusammensetzung eines Körpers handelt, zu der physikalischen Energie des Körpers noch eine additive Constante hinzuzufügen ist: die chemische Energie, welche immer gleich und entgegengesetzt ist dem Wärmewert der Bildung des Körpers aus seinen Bestandtheilen. Beim Übergang in den Nullzustand (Zersetzung des Körpers) tritt dann die chemische Energie als (positive oder negative) Wärme auf. Dies gilt auch für Lösungen, Mischungen u. s. w.: so ist die Energie irgend einer Salzlösung gleich zu setzen der negativen Lösungswärme des Salzes. Dieser Wert genügt, wenn man sich beschränkt auf die Untersuchung von Veränderungen in dem Procentgehalt der Lösung; dehnt man aber die Betrachtung aus auf Processe, in denen das Salz oder das Lösungsmittel selber Zersetzungen erleiden, so ist in den Ausdruck der Energie noch ein weiteres Glied aufzunehmen, welches gleich ist der bei der Zerlegung der betreffenden Substanz in ihre weiteren Bestandtheile frei werdenden Wärme.

Bei der Anwendung des Energieprincips auf chemische

Processe ist es natürlich ebensowenig, wie in anderen Fällen, notwendig, alle an der Reaction Theil nehmenden Körper als Ein System (Grundsystem S. 121) aufzufassen, vielmehr kann man ganz nach Belieben einen bestimmten, endlichen oder unendlich kleinen, materiellen Complex herausgreifen und dessen Energieänderung untersuchen. Dieselbe ist, wie immer, gleich dem mechanischen Äquivalent der äusseren Wirkungen, welche bei der betreffenden Zustandsänderung angewendet werden. Im übrigen bedient man sich zur praktischen Bestimmung der chemischen Energie mit Vortheil der Sätze, die wir im vorigen Abschnitt Seite 100 f. erörtert haben.

3. Elektrische und magnetische Energie.

Unter allen Schlussfolgerungen, die das Princip der Erhaltung der Energie auf die Wirkungsgesetze der verschiedenen in der Natur thätigen Kräfte zu ziehen gestattet, beanspruchen ein besonders hervorragendes Interesse die auf Elektrizität und Magnetismus bezüglichen; denn in keinem anderen Theile der Physik kommt die Fruchtbarkeit jenes Principes so zur reinen, unmittelbaren Geltung. Was nämlich zunächst die Mechanik betrifft, so hatte dieselbe schon eine beträchtliche Zeit vor der Entdeckung des allgemeinen Energieprincipes einen hohen Grad ihrer Ausbildung erreicht, es blieb also für die Anwendung des Principes auf die Lehre von den Bewegungserscheinungen nichts anderes übrig, als dessen Übereinstimmung mit den bereits auf anderem Wege hinlänglich sicher festgestellten Gesetzen hinterher nachzuweisen und so Einen bekannten Satz an einem andern bekannten zu verifizieren. Etwas anders verhielt es sich schon in der Wärmelehre: hier griff das neu entdeckte Princip mächtig gestaltend ein in die Entwicklung der Vorstellungen, die man sich von der Natur der thermischen Vorgänge zu bilden suchte; doch auch auf diesem Gebiete der Forschung blieb es nicht lange der einzig anerkannte und bewährte Führer. Seitdem sich die hohe Fruchtbarkeit der mechanischen Auffassung der Wärme gezeigt hat, ist man in der Regel viel mehr geneigt, sich bei der Betrachtung thermischer Processe von der Vorstellung rein mechanischer Vorgänge leiten zu lassen, als auf das allgemeine, von diesen Vorstellungen

unabhängige Energieprincip zurückzugehen; denn das ist ja ohne weiteres einleuchtend, dass die Rücksichtnahme auf letzteres allein bei weitem nicht jene zur Erzielung einer deutlichen Anschauung erforderliche Specialisierung der Ideen gewährt, welche uns gerade die mechanische Vorstellung so wertvoll macht.

Von den eben geschilderten ganz verschiedenartige Verhältnisse treffen wir nun aber auf dem Gebiet der Elektrizität und des Magnetismus an. Bisher ist es noch keineswegs gelungen, die Mannigfaltigkeit der Erscheinungen, die uns hier entgegentreten, unter eine einheitliche Anschauung zusammenzufassen, d. h. auf eine durchgreifende Analogie mit Erscheinungen, die uns von anderer Seite her bekannt und durch Gewohnheit vertraut geworden sind (z. B. mechanischer Natur), zurückzuführen, und es ist vielleicht zweifelhaft, ob dies je gelingen wird; jedenfalls aber sehen wir uns bei der Übernahme der Aufgabe, die Gesetze der Elektrizität aufzufinden, von vorneherein im Besitz keines anderen zuverlässigen Hilfsmittels der Forschung, als einzig und allein des Principis der Erhaltung der Energie. Hier tritt also die Bedeutung des Principis am klarsten zu Tage: abgelöst von allen Nebenvorstellungen bildet es den einzig sicheren Ausgangspunkt der Untersuchung, indem es den leitenden Ideen-gang angibt, der für die rationelle Verwertung der Ergebnisse von Experiment und Beobachtung wesentliche Vorbedingung ist.

Allerdings muss hier gleich die Bemerkung angefügt werden, dass es im Interesse einer bequemen und verständlichen Ausdrucksweise oft unausweichlich geboten erscheint, sich in der Anwendung des Principis auf bestimmte einzelne Processe einer Terminologie zu bedienen, die an gewisse specielle Vorstellungen von der Wirkungsweise der Elektrizität erinnert; wir reden z. B. von der Elektrizität, als ob sie ein besonderer Stoff wäre, der sich bewegt, der Kräfte ausübt u. s. w. Indes involvieren diese Ausdrücke keineswegs irgend ein Urtheil über die Natur der elektrischen Wirkungen, dieselbe bleibt vielmehr vollkommen offen; ja sogar die der endgiltigen Entscheidung jetzt schon einigermaßen nahe gerückte Frage, ob Elektrizität und Magnetismus unvermittelt

in die Ferne wirken, oder ob vielmehr die Wirkungen durch entsprechende Veränderungen des Zwischenmediums zustande kommen, können wir vorläufig noch ganz unentschieden lassen, wiewohl wir manchmal, um die Anschauung einigermaßen zu fixieren, genötigt sein werden, unseren Bezeichnungen die eine oder die andere Vorstellungsweise zu Grunde zu legen.

Alle elektrischen und magnetischen Wirkungen lassen sich in zwei grosse Gruppen eintheilen, je nachdem sie Bewegungen der ponderablen Materie selber (Stromleiter, magnetisierte Körper u. s. w.) oder Veränderungen des inneren elektrischen oder magnetischen Zustandes der Körper verursachen. Wir wollen diese beiden Arten von Wirkungen, wie es gewöhnlich geschieht, als ponderomotorische (mechanische) und als Inductions- (elektromotorische, magnetomotorische) Wirkungen kennzeichnen; bei jeder Anwendung unseres Princips haben wir auf beide Rücksicht zu nehmen.

Beschäftigen wir uns nun zunächst mit Processen, welche hervorgerufen werden durch die Wirkungen von Elektrizitätsmengen, die in den Körpern ruhen. Gesetzt: eine Anzahl materieller Punkte, ein jeder mit einem bestimmten Quantum Elektrizität geladen, befinde sich in einem isolierenden Medium (Luft); dann werden sich die Wirkungen der Elektrizitäten auf die ponderomotorischen beschränken, und die Punkte werden sich unter dem Einfluss derselben zu bewegen anfangen, wobei wir einfach annehmen wollen, dass das Medium der Bewegung keinen merkbaren Widerstand entgegensetzt. Der Vollständigkeit halber müssen wir allerdings noch eine andere Voraussetzung hier mit aufnehmen, die wir auch in der Folge beibehalten werden, nämlich die, dass die relativen Geschwindigkeiten der sich bewegenden Körper stets verschwindend klein sind gegen die sogenannte kritische Geschwindigkeit (300 000 Km. in der Secunde) weil sonst zu den elektrostatischen gewisse elektrodynamische Wirkungen hinzutreten, die wir erst später zu berücksichtigen haben. Dann wird uns die bequemste Anschauung des ganzen Verlaufs der Bewegung durch die Vorstellung gewährt, dass die Elektrizitäten in die Ferne aufeinander wirken, die gleich-

namigen abstossend, die ungleichnamigen anziehend, nach dem allgemeinen Newton'schen Gravitationsgesetz. (Polarisation der Dielektrica s. unten S. 206 ff.)

Wenn keine äusseren Wirkungen auf das System ausgeübt werden, so ist seine Energie constant; dieselbe besteht aber aus zwei Theilen: der lebendigen Kraft der bewegten Punkte, und dem Potenzial der wirkenden (Central-) Kräfte (S. 165). Dies Potenzial:

$$P = \sum \frac{e \cdot e'}{r},$$

wobei e und e' (mit entsprechenden Vorzeichen) die elektrischen Ladungen zweier Punkte (jede Combination einmal genommen), r ihre Entfernung (stets positiv) bezeichnet, ist also in diesem Falle als elektrostatische Energie U anzusehen. Ihre Änderung in einer gewissen Zeit ist gleich und entgegengesetzt der in dieser Zeit von den elektrisch-ponderomotorischen Kräften geleisteten Arbeit.

Aus dem Ausdruck von P ist leicht zu sehen, dass das elektrische Potenzial mehrerer Systeme gleich ist der Summe der Potenziale der Systeme auf sich selbst, vermehrt um die Summe der Potenziale je zweier Systeme aufeinander.

Da P als Energie die Dimension einer Arbeitsmenge besitzt, so wird durch die obige Gleichung zugleich das elektrostatische Maass der Elektrizität vermittelt; hiemit erledigt sich auch eine Frage, die man gelegentlich aus Schülermund zu hören bekommt: welches denn das mechanische Äquivalent der Elektrizität (genauer: des elektrischen Potenzials) sei. Dasselbe ist $= 1$, und zwar im elektrostatischen ebenso wie im magnetischen Maasse, für welches letztere allerdings die obige Gleichung nicht mehr gilt.

Greift man aus der ganzen Menge der Punkte eine beschränkte Zahl heraus und betrachtet sie als Grundsystem (S. 121), so verändert sich die Energie dieses Systems um den Betrag der aufgewendeten äusseren Wirkungen. Derselbe ist hier offenbar die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte, welche von den ausserhalb gelegenen Punkten an den Punkten des Grundsystems geleistet wird.

Etwas anders gestaltet sich der Vorgang, wenn als Trä-

ger der Elektrizität nicht einzelne Punkte, sondern räumlich ausgedehnte Leiter erscheinen, weil in diesem Fall zu den ponderomotorischen noch Inductionswirkungen hinzutreten. Wir können annehmen, dass die zur Herstellung des elektrischen Gleichgewichts innerhalb eines Leiters erforderliche Verschiebung der Elektrizitäten mit einer gegen die Bewegungen der Leiter unendlich grossen Geschwindigkeit von statten geht; dann entspricht einer jeden Constellation des Leitersystems eine bestimmte Anordnung der Elektrizitäten in den Leitern, welche durch die Bedingung gegeben ist, dass der Wert der elektrischen Potenzialfunction:

$$\varphi = \sum \frac{e}{r},$$

für alle Punkte eines und desselben Leiters constant ist, während im umgebenden Isolator überall die Bedingung: $\Delta \varphi = 0$ gilt. Hiedurch und durch die gegebenen Ladungsquantitäten der Leiter ist die Function φ bestimmt, während die elektrische Dichte an der Oberfläche eines Leiters den Wert hat: $-\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial n}$, wenn n die nach dem Innern des Isolators gezogene Normale bedeutet.

Nehmen wir nun an, dass die Leiter sich unter dem Einfluss der von ihren Ladungen ausgehenden Kräfte bewegen, und betrachten wir die Änderung, welche das elektrische Potenzial des ganzen Systems auf sich selbst:

$$P = \sum \frac{ee'}{r} \text{ oder auch } = \frac{1}{2} \cdot \sum e \cdot \varphi,$$

in einem Zeitelement erleidet. Zu diesem Zwecke zerlegen wir die ganze unendlich kleine Änderung, die das System erfährt, in zwei Theile: 1) die Leiter verändern ihre Lage im Raum, während die Elektrizitäten in ihnen fest liegen, 2) die Elektrizitäten nehmen in den Leitern, während diese selbst ruhen, die durch die veränderte Constellation bedingte neue Gleichgewichtslage an. Durch jeden dieser beiden Vorgänge wird P verändert werden, und zwar ist leicht einzusehen, dass die erste Änderung nichts anderes ist als die negative Arbeit der ponderomotorischen Kräfte, ebenso wie in dem vorher behandelten Fall, während die zweite Änderung

gegen die erste unendlich klein ist. Denn die neue elektrische Vertheilung unterscheidet sich von der anfänglichen dadurch, dass zu jedem ursprünglich vorhandenen elektrischen Theilchen e ein unendlich kleines (positives oder negatives) Theilchen δe hinzugetreten ist, und die hiedurch bedingte Änderung des gesammten elektrischen Potentials ist nach S. 203 gleich dem Potential aller neuhinzugekommenen Elektricitäten δe auf die ganze ursprünglich vorhandene Ladung e . (Denn das Potential der neuhinzugekommenen Elektricitäten auf sich selbst ist klein von höherer Ordnung.) Die gesuchte Änderung beträgt also: $\Sigma(\varphi\delta e)$ und diese Summe ist für jeden einzelnen Leiter gleich 0, da φ in ihm überall den nämlichen Wert hat, und seine Gesammtladung Σe unverändert bleibt.

Mithin wird die zeitliche Änderung des Potentials: δP , vollständig dargestellt durch die negative ponderomotorische Arbeit, d. h. durch die Abnahme der lebendigen Kraft der sich bewegenden Leiter; die Summe des Potentials und der lebendigen Kraft ist also constant. Da nun andererseits die Gesamtenergie des Systems constant bleibt, so folgt, dass zu der kinetischen Energie noch eine elektrostatische U hinzutritt, die auch in diesem Fall wieder gemessen wird durch das positive elektrische Potential P . Daher bestehen die Wirkungen, die durch einen Bewegungsvorgang wie den eben betrachteten hervorgerufen werden, lediglich in der wechselseitigen Umsetzung elektrostatischer und kinetischer Energie. Die Inductionswirkungen, welche dabei in den Leitern vor sich gehen, haben keinen endlichen Arbeitswert und können daher auch keine Stromwärme liefern; denn wiewohl durch einen Querschnitt eines Leiters in einer endlichen Zeit im allgemeinen eine endliche Elektricitätsmenge hindurchfließt, so ist doch die dabei von ihr geleistete Arbeit unendlich klein, weil der Strom kein endliches Potentialgefälle hat.

Eine thermische Wirkung findet nur dann statt, wenn zwei Leiter in solche Nähe kommen, dass sie ihre Ladungen gegenseitig ausgleichen können. In diesem Fall tritt in dem Werte der elektrostatischen Energie eine schnelle Verminderung ein, die aber nicht der lebendigen Kraft der Leiterbewegung,

sondern der Molekularenergie zu Gute kommt. Handelt es sich um Wärmeerzeugung (bei der Entladung elektrischer Batterien), so ist hiedurch direct die Menge der Entladungswärme in mechanischem Maasse gegeben. Die Verwandlung der Elektrizität in Wärme erfolgt allerdings nicht momentan, sondern es spielen sich in der Regel mehr oder weniger complicierte elektrodynamische Vorgänge (z. B. oscillierende Entladung) ab; indessen sind im Endzustand alle Energiearten wieder reducirt auf thermische (und elektrostatische) Energie.

Gehen wir nun weiter über zu dem Fall, dass ausser den Leitern auch noch Dielektrica im System vorhanden sind. Der Einfachheit halber wollen wir im folgenden die Dielektrica, wie die Leiter, zunächst als starr voraussetzen, und nur die letzteren mit gewissen gegebenen Elektrizitätsmengen geladen annehmen; beide Arten von Körpern mögen sich frei in einem vollständig isolierenden unpolarisierbaren Medium bewegen. Die Constitution eines Dielektricum definieren wir nach Faraday dahin, dass in ein absolut isolierendes Medium eine sehr grosse Anzahl von sehr kleinen leitenden Körperchen eingefügt ist, in denen unter dem Einfluss elektrischer Kräfte eine elektrische Vertheilung gerade so inducirt wird, wie in endlich ausgedehnten Leitern. In der mathematischen Behandlung führt diese Annahme zu der von Poisson begründeten Theorie der dielektrischen (oder magnetischen) Polarisation, nach welcher das auf die Volumeneinheit bezügliche dielektrische Moment in irgend einem Punkte eines Dielektricum an Richtung gleich und an Grösse proportional ist der an diesem Punkte wirkenden elektrischen Kraft, und ausserdem einer von der Beschaffenheit des Dielektricum abhängenden Constanten. Die Componenten dieses Moments genügen also den Gleichungen:

$$(1) \quad \lambda = -\kappa \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \mu = -\kappa \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \nu = -\kappa \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Je grössere Werte die (positive) Constante κ annimmt, um so mehr nähert sich das Verhalten des Dielektricum dem eines Leiters. Für $\kappa = 0$ verschwindet dagegen die Polarisation ganz.

Da durch die oben zu Grunde gelegte Vorstellung die dielektrische Polarisation vollständig zurückgeführt ist auf die Erscheinungen, welche vollkommene Leiter darbieten, so dürfen wir die S. 205 für die Anwendung des Energieprinzips gewonnenen Resultate ohne weiteres auf diesen Fall übertragen. Der Wert der elektrostatischen Energie U ist also auch hier gegeben durch das elektrische Potenzial des ganzen Systems auf sich selbst, d. h. durch den Ausdruck:

$$P = \frac{1}{2} \sum e \cdot \varphi.$$

Da nun in einem jeden der kleinen leitenden Körperchen, aus denen ein Dielektricum zusammengesetzt ist, φ einen constanten Wert besitzt, und ausserdem die betreffende Ladungsquantität gleich 0 ist, so verschwindet diese Summe für alle Elektrizitätsmengen e , die sich in den Dielektrica befinden, und braucht allein auf die mit endlichen Ladungen versehenen Leiter ausgedehnt zu werden. Das Vorhandensein eines Dielektricums hat auf den Wert der elektrostatischen Energie nur insofern Einfluss, als die Potenzialfunction φ dadurch modificiert wird.

Das Charakteristische der Wirkungsweise eines Dielektricums wird der Anschauung erheblich näher gerückt und der Rechnung besser zugänglich gemacht durch den bekannten Satz, dass sich die in einem Dielektricum befindlichen Elektrizitäten bezüglich aller ihrer physikalischen Wirkungen vollständig ersetzen lassen durch eine einfache elektrische Schicht, welche auf der Oberfläche des Dielektricums ausgebreitet ist und in irgend einem Punkte derselben die Dichte hat:

$$- \{ \lambda \cos (nx) + \mu \cos (ny) + \nu \cos (nz) \} = \kappa \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial n},$$

wobei n die Richtung der nach dem Innern des Dielektricums gezogenen Normale bedeutet. Die Gesamtmasse dieser Schicht ist gleich 0.

Während also die Potenzialfunction φ mit ihren Differenzialquotienten in allen Punkten des Raumes, innerhalb und ausserhalb der Dielektrica, den nämlichen Wert behält, wenn man die elektrische Vertheilung in einem Dielektricum er-

setzt durch die genannte fingierte Flächenschicht, so ist doch wohl zu beachten, dass dasselbe nicht der Fall ist mit dem Werte des Potentials aller im System vorhandenen Elektrizität auf sich selbst. Denn der allgemeine Ausdruck dieses Potentials: $P = \frac{1}{2} \sum e \cdot \varphi$ liefert hier einen von dem obigen verschiedenen Wert, wie man sogleich erkennt, wenn man denjenigen Theil der Summe ins Auge fasst, der von den Elektrizitäten e der fingierten Flächenschichten herrührt. Da nämlich auf der Oberfläche eines Dielektricum die Potentialfunction φ nicht überall constant ist, so wird die entsprechende Summe im allgemeinen einen von 0 verschiedenen (negativen) Wert annehmen, während sie doch in dem oben, auf voriger S. betrachteten Fall, auf die Elektrizitäten e des Dielektricum bezogen, 0 wurde. Andererseits erhalten wir dagegen für die in den Leitern enthaltenen Elektrizitäten e genau die nämlichen Zahlen wie oben; daher wird der resultierende Wert des Potentials P hier jedenfalls ein anderer (kleinerer) sein als in dem vorher betrachteten Falle. Aus dem Gesagten geht hervor, dass man, sobald die elektrische Vertheilung in einem Dielektricum ersetzt gedacht wird durch die ihr physikalisch äquivalente Oberflächenschicht, zwischen den Begriffen: Potential P und Energie U zu unterscheiden hat; denn letztere Grösse bleibt natürlich vermöge ihrer physikalischen Bedeutung in beiden Fällen die nämliche.

Dieser Unterschied ergibt sich auch dann unmittelbar, wenn wir eine schon früher angestellte Überlegung benutzen, um aus dem Potential die Energie abzuleiten. Betrachten wir die unendlich kleine Änderung δP , welche das Potential P bei der Bewegung der Leiter und Dielektrica in einem Zeitelement erleidet, so können wir uns dieselbe in zwei Theile zerlegt denken: 1) die Änderung infolge der räumlichen Verschiebung der Leiter und Dielektrica, während die Elektrizitäten in ihnen fest liegen, 2) die Änderung infolge der neuen Anordnung der Elektrizitäten in den Körpern, während diese selbst im Raum fixiert sind. Die erste Änderung stellt die negative Arbeit der ponderomotorischen Kräfte vor, also die Abnahme der lebendigen Kraft T , die zweite aber ist gleich dem Potentiale aller neu hinzugetretenen

Elektricitäten δe auf die ursprünglich vorhandenen e (S. 205), also $= \Sigma (\varphi \delta e)$, mithin haben wir:

$$\delta P = -\delta T + \Sigma (\varphi \delta e),$$

oder, da die Gesamtenergie: $T + U = \text{const.}$:

$$\delta P = \delta U + \Sigma (\varphi \delta e).$$

Das zweite Glied auf der rechten Gleichungsseite ist nun keineswegs $= 0$, wenn für den elektrischen Zustand der Dielektrica die entsprechende Oberflächenbelegung substituiert ist, weil φ auf der Oberfläche eines Dielektricum nicht constant ist, wohl aber lässt sich jenes Glied mit Hilfe der für das Gleichgewicht der Elektricität aufgestellten Bedingungen als vollständiges Differenzial einer bestimmten Function des Zustandes erweisen, indem wir nach Umformung in ein Raumintegral unter Benutzung von (1) durch Integration nach der Zeit erhalten:

$$(2) \quad P = U - \int \frac{d\tau}{2\kappa} \cdot (\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2),$$

wobei das Integral über die Volumenelemente $d\tau$ aller Dielektrica zu erstrecken ist. Natürlich ist die Differenz der Grössen P und U die nämliche wie die bereits oben constatierte. Für $\kappa = \infty$ (Dielektricum vollkommen leitend) gehen Energie und Potenzial ineinander über, ebenso auch für $\kappa = 0$ (Dielektricum vollkommen unpolarisierbar), weil dann $\lambda, \mu, \nu = 0$ werden. (Vgl. magnetische Induction S. 225.)

In derselben Weise lässt sich der Fall behandeln, dass die Dielektrica von vornherein mit bestimmten Elektricitätsmengen geladen sind, die ihnen von aussen, sei es auf die Oberfläche, sei es in das Innere, zugeführt worden sind. Hier führt das Princip der Übereinanderlagerung der Wirkungen einfach zum Ziel. Wenn ferner die Dielektrica statt durch starre, durch flüssige oder deformierbare feste Körper repräsentiert werden, welche die zwischen den Leitern befindlichen Räume auch continuierlich ausfüllen können, so kann man ähnliche Betrachtungen ebenfalls mit Erfolg anstellen, wobei noch Rücksicht darauf zu nehmen sein wird, dass die Dielektricitätsconstante κ im allgemeinen veränderlich

ist mit dem Deformationszustand der dielektrischen Substanz¹⁾.

Wir können die bisherigen, auf Elektrostatik bezüglichen Betrachtungen in folgenden Satz zusammenfassen: In allen Fällen, wo elektrisch geladene Leiter und Dielektrica sich unter wechselseitiger Einwirkung bewegen, wird, solange die für die elektrische Vertheilung oben (S. 206) aufgestellten Gleichungen gelten, die elektrische Energie immer nur in lebendige Kraft der Molarbewegung umgesetzt, und zwar ist die Grösse der elektrischen Energie U gegeben durch den Wert des Potentials P der gesammten im System vorhandenen Elektricität auf sich selbst, mit einer durch Gleichung (2) gegebenen Modification für den Fall, dass statt der Anordnung der Elektricitäten in einem Dielektricum die entsprechende Oberflächenschicht gesetzt wird. Eine Ausnahme erleidet dieser Satz nur dann, wenn zwei Leiter sich so nahe kommen, dass ein Ausgleich ihrer Ladungen stattfindet; in diesem Falle entsteht molekulare Energie.

Es versteht sich, dass mittelst der Bedingungsgleichungen, welche für das elektrische Gleichgewicht gelten, der Ausdruck der elektrischen Energie auf sehr mannigfache Formen gebracht werden kann, die sich jedoch nur in Bezug auf mathematische Brauchbarkeit unterscheiden, während sie in physikalischer Hinsicht ganz gleich berechtigt sind, solange eben jene Gleichungen bestehen. Daher ist es auch für die Anwendung des Energieprinzips vollständig gleichgiltig, ob man von der Annahme einer unmittelbaren Fernwirkung ausgehend den Ausdruck der Energie aus den Combinationen je zweier endlich entfernter elektrischer Theilchen zusammensetzt, oder ob man unter der Voraussetzung von rein molekularen Wirkungen die Energie durch Summierung über alle in elektrischem Zwangszustand befindlichen Raumelemente bildet: der Zahlenwert der Energie ist in beiden Fällen der nämliche. Eine Entscheidung zu Gunsten einer bestimmten der beiden genannten Theorien kann nur gewonnen werden durch Beobachtung von Erscheinungen, bei denen die oben

1) H. v. Helmholtz: Über die auf das Innere magnetisch oder dielektrisch polarisierter Körper wirkenden Kräfte. Wied. Ann. 13, p. 385, 1881. Wiss. Abh. I, p. 798.

für das elektrische Gleichgewicht angenommenen Bedingungen nicht bestehen; wir werden später auf diese Frage zurückkommen.

Wenden wir uns jetzt zur näheren Untersuchung eines Falles, den wir oben von der Besprechung ausschliessen mussten: der Berührung mehrerer Leiter. Zunächst denken wir uns zwei starre metallische Leiter, die sich längs einer beliebigen Fläche berühren, in einem isolierenden unpolarisierbaren Medium befindlich, welches noch beliebige andere elektrisierte Leiter enthält, und mit einer bestimmten Quantität Elektrizität geladen. Wie die Erfahrung zeigt, ordnet sich die Elektrizität in beiden Leitern so an, dass ihre Potenzialfunction φ an der Grenzfläche der Leiter einen nur von dem molekularen Zustand (Substanz, Temperatur) der Körper abhängigen Sprung erleidet, während sie im Innern jedes Leiters in Übereinstimmung mit dem Bisherigen constant ist. Daraus geht mit Notwendigkeit hervor, dass sich an der Grenzfläche eine elektrische Doppelschicht befindet, bestehend aus zwei einfachen sich sehr nahe gegenüberliegenden elektrischen Schichten von entgegengesetzter und gleicher Dichte (da in den Werten (alle $= 0$) der Differenzialquotienten von φ keine Unstetigkeit eintritt). Wird das Product aus der Dichte der positiven Schicht in den Abstand der Schichten (das Moment der Doppelschicht) mit ω bezeichnet, so wächst φ beim Durchgang durch die Doppelschicht in positiver Richtung (d. h. von der negativen zur positiven Schicht) um $4\pi \cdot \omega = \varphi_0$. (Elektrische Spannung.) Hierdurch ist ein Mittel gegeben, um ω auf elektrostatischem Wege zu messen, während die Grösse der beiden Factoren, aus denen ω gebildet ist, sich nur annähernd schätzen lässt. Helmholtz hat gezeigt, dass die Bildung einer solchen Doppelschicht zurückgeführt werden kann auf die Wirksamkeit von specifischen Anziehungskräften der ponderablen Moleküle der Leitersubstanzen auf die Elektrizitäten; dann stellt sich die elektrische Spannung als die Arbeit dar, welche diese Kräfte leisten, wenn eine positive Elektrizitätseinheit die Schicht in der obengenannten Richtung durchschreitet. Nimmt man noch die Bedingungen hinzu, welche die Potenzialfunction φ und ihre Differenzialquotienten im Innern

der Leiter, im äusseren Raum und an der Grenze beider erfüllen müssen, sowie diejenigen, welche durch die Quantität der Ladungen des Leiterpaares und der übrigen Leiter gegeben werden, so ist für jede Constellation des Leitersystems im Raum nur ein einziger Wert von φ und damit nur eine einzige Anordnung der Elektrizität möglich.

Bilden wir nun wieder den Ausdruck der elektrostatischen Energie des Systems U , also das Potenzial der gesammten Elektrizität auf sich selbst: $P = \frac{1}{2} \sum e \cdot \varphi$ und untersuchen wir die Änderung, welche diese Grösse in einem Zeitelement erleidet, wenn sich die beiden (fest verbundenen) Leiter gleichzeitig mit den andern im elektrischen Felde befindlichen Leitern unter dem Einfluss der elektrischen Kräfte bewegen. Diese Änderung δP lässt sich auch hier wieder successive hervorgebracht denken 1) durch eine Verschiebung der Leiter, während die Elektrizitäten in ihnen fest liegen (negative ponderomotorische Arbeit oder Abnahme der lebendigen Kraft: $-\delta T$), 2) durch eine Veränderung der elektrischen Anordnung in den ruhenden Leitern, wobei man sich vorstellen kann, dass zu jedem elektrischen Theilchen e des Systems ein positives oder ein negatives δe hinzutritt. Dann ist die entsprechende Änderung des Gesamtpotenzials gleich dem Potenziale der Elektrizitäten δe auf die ursprünglich vorhandenen e (S. 205) also $= \Sigma (\varphi \delta e)$. Für einen isolierten Leiter ist diese Summe gleich 0, da φ in ihm constant, dagegen für das fest verbundene Leiterpaar ist sie, wie man leicht einsieht, gleich $\varphi_0 \cdot \delta E$, wenn φ_0 die (positive) Potenzialdifferenz der Leiter, δE die ganze während des betrachteten Zeitelements in positiver Richtung von einem zum andern Metall übergegangene positive Elektrizitätsmenge bezeichnet; dabei betrachten wir der Einfachheit halber nur die positive Elektrizität als beweglich. Wir haben also:

$$\delta U = \delta P = -\delta T + \varphi_0 \cdot \delta E,$$

oder:

$$\delta U + \delta T - \varphi_0 \cdot \delta E = 0.$$

Hieraus erhellt das wichtige Resultat, dass in dem betrachteten Falle die Summe der lebendigen Kraft T und der elektrostatischen Energie U keineswegs constant ist; vielmehr

können beide Grössen sogar gleichzeitig wachsen oder abnehmen; ihre Summe stellt daher auch nicht die Gesamtenergie des Systems vor, sondern es muss hier noch eine dritte Energieart ins Spiel kommen, deren Änderung die beiden erstgenannten Änderungen gerade compensiert. Der Betrag derselben ist unmittelbar bekannt, es ist das Product der elektrischen Spannung der Metalle in die vom negativen zum positiven Metall übergegangene positive Elektrizitätsmenge; unter welcher physikalischen Form man sich aber diese Energieart vorzustellen hat, darüber ist heutzutage noch keine endgiltige Entscheidung gefällt worden.

Es kommen hier hauptsächlich zwei Ansichten in Betracht, die im folgenden erörtert werden sollen. Nach der einen Anschauung gibt es ausser der gewöhnlichen elektrostatischen Energie, die von den Wechselwirkungen der Elektrizitäten unter einander herrührt, noch eine besondere Energieart (potenzieller Natur), die ihren Ursprung hat in den Wirkungen, welche von den ponderablen Molekülen auf die Elektrizität ausgeübt werden — man könnte sie daher als „elektromolekulare“ Energie bezeichnen. Danach kommt einem jeden elektrischen Theilchen e stets eine besondere elektromolekulare Energie zu; ihr Betrag ist gleich dem Product aus der Elektrizitätsmenge e in eine Constante G , die abhängig ist von der molekularen Beschaffenheit (Substanz, Temperatur) des Leiters, in dem es sich augenblicklich befindet, nicht aber von dessen elektrischem Zustand. Es ist klar, dass diese Annahme ihren Zweck ohne weiteres erfüllt; denn solange eine Elektrizitätsmenge δE sich zwischen Molekülen des nämlichen Leiters bewegt, bleibt ihre elektromolekulare Energie: $G \cdot \delta E$, eine ganz bestimmte Grösse, constant; sobald sie aber in einen anderen Leiter übergeht, so ändert sich deren Betrag um $(G' - G) \cdot \delta E$. Man hat also nur die Differenz $G' - G$ gleich und entgegengesetzt der bekannten elektrischen Spannung φ_0 anzunehmen, um diejenige Veränderung der Energie zu erhalten, welche durch das Princip der Erhaltung der Energie verlangt wird; eine additive Constante bleibt in dem Werte von G willkürlich. Dann wird dem Princip dadurch genügt, dass in dem ganzen betrachteten System die Summe der lebendigen Kraft, der

elektrostatischen Energie und der elektromolekularen Energie eine von der Zeit unabhängige Grösse ist.

Nach einer oben (S. 211) gemachten Bemerkung ist G auch gleich und entgegengesetzt der Arbeit, welche die elektromolekularen Kräfte leisten, wenn die Elektricitätseinheit aus einem nach Willkür fixierten Normalmetall auf den betreffenden (beliebig elektrisierten) Leiter übergeht. Helmholtz hat diese Arbeit als „galvanischen Wert“ des Leiters bezeichnet¹⁾. Der Wert von G wächst beim Fortschreiten von unedleren zu edleren Metallen. — Da die geschilderte Hypothese den Wert der elektrischen Spannung φ_0 zweier Leiter als Differenz zweier nur von der Natur der Leiter abhängiger Grössen G und G' erscheinen lässt, so gewährt sie offenbar zugleich den Vorthail, dass sich aus ihr mit Notwendigkeit das Volta'sche Spannungsgesetz ergibt; aus demselben Grunde versagt sie aber ihren Dienst für Leiter zweiter Classe.

Ihr gegenüber lässt sich nun aber eine andere Anschauung geltend machen, die davon ausgeht, dass eine derartige besondere Energieart, wie die eben beschriebene elektromolekulare Energie, gar nicht existiert, sondern dass der oben constatierte Fehlbetrag an Energie durch eine entsprechende Veränderung der gewöhnlichen molekularen (thermischen, chemischen) Energie gedeckt wird. Hienach wäre die Summe der lebendigen Kraft, der elektrostatischen Energie und der molekularen Energie unveränderlich, und es müsste also bei dem oben untersuchten Bewegungsvorgang im Zusammenhang mit der nachgewiesenen Änderung der bekannten Energiearten molekulare (hier thermische) Energie vom Betrage: — $\varphi_0 \cdot \delta E$ zum Vorschein kommen. Allgemeiner würde diese Forderung lauten: Jedesmal, wenn eine positive Elektricitätsmenge eine elektrische Doppelschicht in positiver Richtung durchschreitet, tritt eine Verminderung von molekularer Energie ein, um den Betrag des Productes der Elektricitätsmenge in die durch die Doppelschicht bedingte Potenzialdifferenz. Dagegen würde der Übergang von Elektricität aus einem Leiter in einen andern an und für sich, d. h.

1) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 910. (G ist hier mit entgegengesetztem Vorzeichen definiert.)

ohne Arbeitsleistung von Kräften elektrischen Ursprungs, keinerlei Energieänderung involvieren.

Die experimentelle Prüfung dieses Satzes führt nun in der That zu Erscheinungen, welche sich als Bestätigungen desselben auffassen lassen; für Leiter erster Classe sind es die von Peltier entdeckten Wärmewirkungen an den Löthstellen zweier Metalle, die allerdings nur dann direct wahrnehmbar sind, wenn beträchtliche Elektricitätsmengen in einem andauernden Strome durch die Trennungsfläche der Leiter geführt werden. Wirklich ist die erzeugte oder absorbirte Wärme der durchgegangenen Elektricitätsmenge an Grösse und Vorzeichen proportional; dagegen stimmen die daraus berechneten Werte der elektrischen Spannungen im allgemeinen bekanntlich durchaus nicht mit den Zahlen überein, welche die auf directem elektrostatischen Wege gemessenen Volta'schen Spannungen angeben. Immerhin kann man sich hier noch durch die Annahme helfen, dass wir es bei der sogenannten Volta'schen Spannung gar nicht mit der wirklichen Contactdifferenz der beiden Metalle zu thun haben, sondern dass die Anwesenheit von minimalen Mengen Gasen oder Dämpfen die Beschaffenheit der Oberflächen und damit den Wert der Spannung erheblich modificiere, wie dies ja auch wirklich nachweisbar ist¹⁾.

Um ganz sicher zu gehen, wäre es jedenfalls das gerathenste, beide Hypothesen dadurch zu vereinigen, dass man den fraglichen Energiebetrag: $-\varphi_0 \cdot \delta E$ zu unbestimmten Theilen auf die elektromolekulare und auf die gewöhnliche molekulare Energie vertheilt; dann bleibt es zukünftiger Erfahrung noch vorbehalten, ob einer dieser Theile ganz verschwindet, beziehungsweise in welchem Verhältnis die beiden Energiearten an dem genannten Betrage participieren.

Indessen da es andererseits die Aufgabe der Naturwissenschaft ist, die Erscheinungen auf möglichst einfache Weise zu beschreiben, so liegt es nahe, ehe man sich zur Annahme einer ganz neuen Energieart entschliesst, den Versuch zu machen, ob es nicht gelingt, mit den bereits bekannten

1) Über diesen Punkt vgl. J. Cl. Maxwell: A treatise on electricity and magnetism. Oxford 1873. I. § 249. R. Clausius: Die mechanische Behandlung der Elektricität. Braunschweig 1878, p. 172 ff.

Energiearten auszukommen. In der That erscheint bei dem jetzigen Stande unserer Erfahrungen ein solcher Versuch nicht nur nicht aussichtslos, sondern sogar in hohem Grade Erfolg verheissend; denn ausser den in Leitern erster Classe auftretenden Wärmephänomenen (Peltier'sche, Thomson'sche Wärme) lassen sich auch die in Leitern zweiter Classe beobachteten chemischen Vorgänge auf diesem Wege in befriedigender Weise erklären. Allerdings kann man dann das für die Leiter erster Classe geltende Volta'sche Spannungsgesetz nicht mehr als eine Consequenz des Energieprinzips hinstellen (es erscheint dann vielmehr als eine Folge des Carnot-Clausius'schen Princips); dafür ist aber andererseits wieder der Vorthail gewonnen, dass die Leiter zweiter Classe sich genau derselben Behandlung fügen, wie diejenigen erster Classe, und nur dadurch von ihnen unterschieden sind, dass in ihnen ausser den thermischen Wirkungen auch chemische Platz greifen.

Wir werden also im folgenden, im Anschluss an die von W. Thomson und Cl. Maxwell vertretenen Ansichten, von der Annahme ausgehen, dass es keine elektromolekulare Energie gibt, sondern dass, „so oft eine positive Elektrizitätsmenge eine elektrische Doppelschicht in positiver Richtung durchschreitet, die molekulare (thermische oder chemische) Energie daselbst vermindert wird um das Product der Elektrizitätsmenge in die Potenzialdifferenz der Doppelschicht“. Wie man sich diesen Vorgang im einzelnen vorzustellen hat, können wir hier vollkommen unerörtert lassen.

Demnach stellt sich die Anwendung des Princips der Erhaltung der Energie auf den zum Ausgangspunkt unserer Betrachtungen dienenden Fall folgendermassen dar: Wenn sich mehrere elektrostatisch geladene metallische Leiter von gleicher Temperatur, die zum Theil isoliert, zum Theil miteinander, in beliebiger Anzahl, leitend verbunden sind (die Verallgemeinerung ergibt sich unmittelbar), in einem elektrischen Felde bewegen, so findet nicht nur zwischen der lebendigen Kraft der Bewegung und der elektrostatischen Energie ein Umsatz statt, sondern es treten ausserdem an den Contactstellen der Leiter Wärmewirkungen auf, und zwar nach der eben aufgestellten Regel. (Dabei kann man durch sofortige

Ableitung der erzeugten Wärme in die Umgebung bewirken, dass die Temperatur und somit die elektrische Spannung an den Contactstellen ungeändert bleibt.) Gegen diese Peltier'sche Wärme verschwindet natürlich die Joule'sche, welche im Innern der Leiter durch die strömende Elektrizität entsteht, als unendlich klein. (S. oben S. 205.) Merkwürdig ist hiebei, dass diese Verwandlung von lebendiger Kraft und Elektrizität in Wärme durch einen umkehrbaren Vorgang vermittelt wird, woraus sich für das Carnot-Clausius'sche Princip interessante Schlüsse ergeben, die aber nicht in den Rahmen unserer jetzigen Untersuchung gehören.

Wenn in einem System sich berührender Leiter (erster und zweiter Classe) die Erfüllung aller für das Gleichgewicht notwendiger Bedingungen unmöglich wird, wie dies z. B. im allgemeinen dann der Fall ist, wenn mehrere hintereinander verbundene Leiter (von beliebigen Temperaturen) durch Berührung des ersten mit dem letzten zu einer geschlossenen Kette vereinigt werden, so erfolgt eine Strömung von Elektrizität, die so lange andauert, bis durch das Eintreten gewisser chemischer, thermischer oder auch mechanischer Veränderungen die Möglichkeit für die Befriedigung sämtlicher Gleichgewichtsbedingungen geschaffen ist. Wir wollen uns zunächst nur mit dem Fall beschäftigen, dass die Strömung stationär geworden ist, d. h. dass alle auf den elektrischen Zustand des Systems bezüglichen Grössen, wie Stromintensität, elektrostatische Ladungen der Leiter, Potenzialfunction u. s. w. von der Zeit unabhängig sind. Dann sind auch die elektrischen Energiearten (elektrostatische, elektrodynamische Energie) jedenfalls constant und können deshalb ganz unberücksichtigt gelassen werden; dabei mögen in der Kette beliebige thermische und chemische Processe vor sich gehen (mit oder ohne Polarisation).

Zuerst wenden wir das Energieprincip in der Weise an, dass wir uns die Gesammtheit der die galvanische Kette bildenden Leiter als ein einziges System denken; da dasselbe gar keinen äusseren Wirkungen unterliegt (Inductionswirkungen sind ausgeschlossen), so ist seine Gesamtenergie constant und mithin bleibt nach dem oben Gesagten die Summe der thermischen und chemischen (eventuell auch der mecha-

nischen) Energie für sich unverändert. Daraus folgt der bekannte Satz: Die in einem stationären galvanischen Strome producierten Wärmewirkungen sind den chemischen Wirkungen äquivalent (mechanische wollen wir uns ausgeschlossen denken).

Erhalten wir durch diesen Satz Aufschluss über das Grössenverhältnis der von einem Strome in seinem ganzen Umkreis hervorgebrachten Wirkungen, so wissen wir dadurch noch nichts von den Veränderungen, welche in den einzelnen Theilen der Kette vor sich gehen; doch können wir auch hievon Kenntniss gewinnen, wenn wir nicht das ganze Leitersystem, sondern irgend einen Theil desselben als Grundsystem der Anwendung des Energieprinzips unterwerfen. Nehmen wir zuerst einen schon von uns behandelten Fall: die Berührungsstelle zweier Leiter. Wir greifen aus dem ganzen Leitersystem ein Stück dadurch heraus, dass wir auf beiden Seiten einer Berührungsstelle zweier metallischer Leiter je eine Trennungsfläche gezogen denken, und zwar in solcher Nähe an der Contactstelle, dass im wesentlichen nur die Vorgänge in der Grenzschicht selber in Frage kommen. Der so abgegrenzte, aus zwei dünnen Metalllamellen bestehende materielle Complex, als Grundsystem betrachtet, wird durch den hindurchgehenden Strom gewisse Wirkungen von aussen erleiden, welche seine Energie verändern, und zwar ergibt der mechanische Arbeitswert der äusseren Wirkungen, wie immer, den Betrag des Wachstums der Energie. Nun kennen wir jenen Arbeitswert zwar nicht unmittelbar, aber wir können ihn hier berechnen durch das umgekehrte Verfahren, da wir durch die früheren Untersuchungen in den Stand gesetzt sind, die Energieänderung des betrachteten Systems anzugeben. Die elektrische Energie bleibt nach der Voraussetzung ungeändert, die chemische ebenfalls, die thermische ändert sich aber nach dem auf Seite 216 ausgesprochenen Grundsatz in der Zeiteinheit um: $-\varphi_0 \cdot i$, wenn i die Intensität des (stets positiv gedachten) Stromes, und φ_0 die Potenzialdifferenz der Leiter bezeichnet, positiv, wenn φ in der Richtung des Stromes wächst. Ist φ_0 elektrostatisch gemessen, so lässt sich durch Beobachtung der erzeugten Wärme i im elektrostatischen Maasse ausdrücken. Da nun die Energieänderung bekannt

ist, so folgt, dass der mechanische Arbeitswert der aufgewendeten äusseren Wirkungen ebenfalls durch $-\varphi_0 \cdot i$ ausgedrückt wird.

Gehen wir nun über zu einem anderen Grundsystem, als welches wir wählen die Gesamtheit der Stromleiter, welche von dem ganzen Schliessungskreise übrig bleibt, wenn man das eben behandelte lamellare Stück davon ausschliesst. In diesem neuen System ist der Zuwachs der molekularen (thermischen und chemischen) Energie (und mithin auch der Arbeitswert der aufgewendeten äusseren Wirkungen) in der Zeiteinheit $= +\varphi_0 \cdot i$, weil im ganzen Schliessungskreis die molekulare Energie unverändert bleibt.

Wir sehen hieraus, dass der Arbeitsbetrag der aufgewendeten äusseren Wirkungen nur abhängig ist einmal von der Stromintensität, und dann von der Differenz der Werte der Potenzialfunction an den beiden Grenzen des Systems. Daher können wir folgenden Satz aussprechen: „In einem, von einem stationären Strome durchflossenen (ungeschlossenen) Leitersystem, in welchem beliebige molekulare Veränderungen vor sich gehen, wird die molekulare (thermische und chemische) Energie in der Zeiteinheit um einen Betrag vermehrt, der gegeben ist durch das Product der Stromintensität in die Abnahme, welche der Wert der Potenzialfunction von der Eintrittsstelle des Stromes bis zur Austrittsstelle (beide als metallisch vorausgesetzt) erleidet“; einerlei ob und welche Sprünge die Potenzialfunction im Innern des Systems macht.

Dieser Satz, der sich ebenso leicht für beliebige Stromverzweigungen sowie für räumlich veränderliche Stromdichten, in körperlichen Leitern aussprechen lässt, ermöglicht eine Reihe von wichtigen Anwendungen.

Betrachten wir z. B. die im Innern eines metallischen Leiters ausgeübten Wirkungen, indem wir etwa ein unendlich kleines Stück eines unendlich dünnen Stromfadens von dem Querschnitt q und der Länge dn ins Auge fassen. Bezeichnet j die Stromdichte, so beträgt die Intensität des Stromes, welche durch das Leiterstück fliesst: $j \cdot q$, die Abnahme der Potenzialfunction aber: $-\frac{\partial \varphi}{\partial n} dn$, also die Veränderung der molekularen Energie (hier Wärmeerzeugung):

— $j \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial n} \cdot q \cdot dn$. Da nun nach Joule's Versuchen die Wärme $j^2 w \cdot q \cdot dn$ zum Vorschein kommt, wodurch w , der spezifische Widerstand des Leiters, definiert ist, so folgt durch Gleichsetzung der beiden Ausdrücke:

$$jw = - \frac{\partial \varphi}{\partial n}$$

das Ohm'sche Gesetz für Leiter erster Classe. Wenn im Innern des Leiters Temperaturdifferenzen bestehen, so werden dadurch im allgemeinen auch elektrische Spannungen hervorgerufen; dann ändert sich also das Potenzialgefälle und mithin die im Innern erzeugte Wärme (Thomson'scher Effect; derselbe ist offenbar gleich dem Producte der Stromintensität in die betreffende elektrische Spannung). Umgekehrt ist jede beobachtete Abweichung des Wertes der in einem Leiter erzeugten Stromwärme von dem Joule'schen Gesetz ein Beweis für das Vorhandensein elektrischer Spannungen (elektromotorischer Kräfte) im Innern des Leiters.

Die Peltier'schen Wirkungen haben wir schon oben besprochen; wenden wir uns daher jetzt noch zu den Vorgängen in den Leitern zweiter Classe. Geht ein stationärer Strom zwischen zwei metallischen Elektroden durch einen Elektrolyten, in welchem er beliebige Wirkungen hervorbringt, so ist nach dem entwickelten Satze das Wachstum der molekularen Energie innerhalb und an der Oberfläche des Elektrolyten gleich dem Product aus der Stromintensität in die Potenzialdifferenz der positiven und der negativen Elektrode, einerlei ob im Innern locale chemische Reactionen stattfinden oder nicht. Ist so die Änderung der gesamten molekularen Energie eines Elektrolyten leicht anzugeben, so ist es doch wesentlich schwieriger, die an den beiden Elektrodenflächen stattfindenden Wirkungen von einander zu trennen. Man hat zu diesem Zwecke ein Grundsystem zu betrachten, das einerseits von einem metallischen Leiter, andererseits aber von einem Elektrolyten begrenzt wird, und für den Ein- oder Austritt des Stroms durch einen Leiter zweiter Classe gilt unser Satz nicht ohne weiteres, weil die durch einen Elektrolyten in das System übertragenen äusseren Wirkungen nicht blos durch strömende Elektrizität, sondern auch durch strömende

Materie vermittelt werden. Durch den Übertritt der Ionen wird eine Wirkung besonderer Art auf das System ausgeübt, schon deshalb, weil die Ionen jedenfalls molekulare Energie mit sich führen; in diesem Falle kommt also der Seite 146 unter 2) angeführte Grundsatz zur Anwendung.

Für das Innere eines Elektrolyten ist die Anwendung des Energieprinzips wieder einfach, da man wegen der Unveränderlichkeit der chemischen Zusammensetzung annehmen kann, dass in einem Raum, der ganz innerhalb eines Elektrolyten gelegen ist, von den Ionen ebensoviel Energie auf der einen Seite hineingeführt als auf der andern herausgenommen wird. Wir können also die äusseren Wirkungen dieser Art ganz vernachlässigen, und erhalten dann wieder genau wie oben die Joule'sche Wärme, wie sie auch experimentell nachgewiesen ist, in Verbindung mit dem Ohm'schen Gesetz. Durch dies Resultat ist es nun leicht gemacht, die Wirkungen an den Grenzflächen eines Elektrolyten gesondert von denen im Innern zu berechnen. Gesetzt, der Strom i fliesst zwischen zwei metallischen Elektroden, in denen die Potenzialfunction die Werte φ und φ' hat, durch einen Elektrolyten. Ferner betrage die Potenzialänderung von einer Elektrode bis in das Innere der zunächst angrenzenden unzersetzten Flüssigkeitsschicht: ε , beziehungsweise ε' , positiv, wenn die Potenzialfunction in der Richtung des Stromes wächst. Dann ist nach dem Obigen die Änderung der gesamten molekularen Energie im Innern und an der Oberfläche des Elektrolyten (in der Zeiteinheit): $(\varphi - \varphi') \cdot i$. Andererseits ist die im Innern des Elektrolyten entwickelte molekulare Energie (Joule'sche Wärme) gerade wie bei den Leitern erster Classe gegeben durch das Product der Stromintensität in die Abnahme der Potenzialfunction, also durch:

$$i \cdot ([\varphi + \varepsilon] - [\varphi' - \varepsilon'])$$

es bleibt also durch Subtraction des letzten Wertes von dem ersten für die Entwicklung von molekularer Energie an den beiden Grenzflächen des Elektrolyten die Grösse $-i \cdot (\varepsilon + \varepsilon')$ übrig, das Product aus der Stromintensität in die Summe der an beiden Elektroden wirkenden elektromotorischen Spannungen (natürlich einschliesslich etwaiger Polarisationen).

Wenn die Temperatur an beiden Elektroden constant bleibt, so reducirt sich die molekulare Wirkung auf die Erzeugung chemischer Energie, und man kann daher die an beiden Elektrodenflächen wirkende elektromotorische Kraft ($\varepsilon + \varepsilon'$) direct gleich setzen der von der Stromeinheit entwickelten chemischen Energie, d. h. der Wärmetönung, welche den Verlauf der nämlichen chemischen Processe dann begleiten würde, wenn sie auf gewöhnlichem Wege, ohne Elektricitäts-erregung, vor sich gingen. Im allgemeinen werden aber auch thermische Wirkungen (direct oder secundär) an den Elektrodenflächen auftreten, und demnach muss natürlich jene Folgerung modificirt werden. Die gesonderte Berechnung der thermischen und der chemischen Wirkungen ist eine Aufgabe, zu deren Lösung das Princip der Erhaltung der Energie allein nicht ausreicht.

Wir sehen hieraus, dass der Satz, nach welchem die an der Berührungsstelle zweier metallischer Leiter erzeugte molekulare Energie durch das Product der Stromintensität in die daselbst herrschende elektrische Spannung gegeben ist, auf Elektrolyte nur insofern Anwendung findet, als die an beiden Elektrodenflächen zusammen entwickelte molekulare Energie durch das Product der Stromintensität in die Summe der an beiden Grenzflächen herrschenden Spannungen gemessen wird. Dies rührt eben daher, weil durch die Wanderung der Ionen im Elektrolyten ein gewisser Energiebetrag von der einen zur andern Elektrode geführt wird, der sich nicht von vorneherein feststellen lässt. In Bezug auf die Processe also, die sich an den Elektroden einzeln abspielen, lässt sich zur Zeit aus dem Energieprincip noch keine allgemeine Regel herleiten, indem die Untersuchungen darüber noch im vollen Gange sind. Jedenfalls hängen nach den von uns gemachten Ausführungen diese Vorgänge aufs innigste zusammen mit der Wanderung der Ionen, da die Frage nach der Energiemenge, welche durch sie zu den Elektroden hin-, bez. von ihnen fortgeführt wird, hiebei eine entscheidende Rolle spielt; ihre Beantwortung dürfte für die Beurtheilung dieser verwickelten Processe von wesentlicher Bedeutung sein; freilich bleibt dann noch die schon oben berührte Trennung der chemischen von den thermischen Wirkungen zu vollziehen

übrig, die in neuerer Zeit mit Erfolg auf das Carnot-Clausius'sche Princip gegründet wird.

Kehren wir nun zurück zu dem allgemeineren Fall, dass ein stationärer Strom zwischen zwei metallischen Elektroden (mit den Potenzialfunctionen φ und φ') durch ein beliebiges System von Leitern hindurchgeht; nach dem Obigen ist dann die Vermehrung der molekularen Energie in der Zeiteinheit: $(\varphi - \varphi') \cdot i$. Die nämliche Grösse können wir aber auch andererseits ausdrücken durch die Wirkungen, die im Innern und an den Grenzflächen der einzelnen Leiter erfolgen. Bezeichnet nämlich W die Summe sämtlicher Widerstände der Leiter erster und zweiter Classe (einschliesslich etwaiger Übergangs- oder secundärer Widerstände), so ist die gesammte Joule'sche Wärme: $i^2 \cdot W$. Ist ferner ε die Summe aller im Leitersystem wirkenden elektromotorischen Kräfte (einschliesslich etwaiger durch Temperatur- oder Structurverschiedenheiten oder durch Polarisirung im Innern der Leiter bedingter Spannungen), so ist nach dem Vorhergehenden die Summe aller hiedurch bedingter molekularer Wirkungen: $-i \cdot \varepsilon$. Somit haben wir für die gesammte in der Zeiteinheit erfolgende Änderung der molekularen Energie den Ausdruck:

$$(3) \quad i^2 \cdot W - i \cdot \varepsilon,$$

welcher, mit dem obigen identificiert, die Gleichung ergibt:

$$i \cdot W = \varepsilon + \varphi - \varphi'$$

in Übereinstimmung mit dem Ohm'schen Gesetz. Fallen Anfang und Ende des Leitersystems zusammen, so dass die Leiter einen geschlossenen Kreis bilden, so wird $\varphi = \varphi'$, und wir erhalten die Ohm'sche Formel in der Anwendung auf die ganze Kette.

Es ist leicht, die angestellten Betrachtungen auf verzweigte Ströme, sowie auf die gegenseitige Berührung von Leitern zweiter Classe auszudehnen; daher werfen wir nur noch einen kurzen Blick auf die Vorgänge in inconstanten Strömen. Wird ein Leitersystem zu einer geschlossenen Kette verbunden und dann sich selbst überlassen, so resultiert im allgemeinen ein mehr oder weniger schnell veränderlicher Strom. Indem wir denselben aber nur während einer sehr kleinen Zeit betrachten, können wir ihn ganz von dem Ge-

sichtspunkt der eben untersuchten stationären Ströme behandeln. Doch ist dabei zu berücksichtigen, dass hier nicht bloß die molekulare Energie, sondern auch die elektrische (elektrostatistische und elektrodynamische) sich ändert, wodurch der Vorgang etwas verwickelter wird, da hiedurch die Erscheinungen der Selbstinduction mit ins Spiel kommen. Wenn die Stromschwankungen allerdings nur einigermaßen langsam erfolgen, kann man in der Regel von der Induction absehen und hat dann denselben Fall wie oben, nur mit dem Unterschied, dass hier infolge der molekularen Wirkungen im allgemeinen sowohl die elektromotorischen Kräfte als auch die Widerstände jeden Augenblick andere sind und daher nach der Ohm'schen Formel zu immer neuen Stromintensitäten und Potenzialfunctionen Veranlassung geben.

Die Wechselwirkung magnetischer oder magnetisierter Körper lässt sich wesentlich aus denselben Voraussetzungen herleiten wie die elektrostatisch geladener Leiter und Dielectrica; wir können uns daher bei der Besprechung dieser Erscheinungen auf die dort (S. 206 bis 210) erhaltenen Resultate beziehen. Der Betrachtung legen wir wieder zu Grunde ein System magnetischer oder magnetisierter Körper, die sich unter der Einwirkung ihrer wechselseitigen ponderomotorischen und magnetomotorischen Kräfte in einem nicht widerstehenden unpolarisierbaren Mittel bewegen. Dabei müssen wir eine Bedingung, die wir früher (S. 202) bei den elektrostatischen Wirkungen stellten, auch hier aufrecht erhalten: dass nämlich die relativen Geschwindigkeiten eine gewisse obere Grenze nicht überschreiten, da sonst in den bewegten Körpern gewisse elektrische Kräfte geweckt werden, welche ihre Wechselwirkung modificieren können.

Die Wirkungen jedes Magneten lassen sich ersetzen durch die einer auf seiner Oberfläche in bestimmter Weise ausgebreiteten einfachen magnetischen Schicht (im allgemeinen noch verbunden mit einer bestimmten räumlichen Vertheilung magnetischer Masse in seinem Innern). Auf diese fingierte magnetische Ladung beziehen sich die folgenden Definitionen.

Das magnetische Potenzial des Systems auf sich selbst beträgt: $P = \sum \frac{m \cdot m'}{r}$, in leicht verständlichen Zeichen,

oder auch: $P = \frac{1}{2} \sum m \cdot \varphi$, wenn die magnetische Potenzialfunction: $\varphi = \sum \frac{m}{r}$. Durch den Ausdruck von P , der die Dimension einer Arbeit hat, ist zugleich auch die Einheit der Magnetismusmenge in magnetischem Maasse gegeben.

Handelt es sich nur um permanente Magnete, so kommen nur ponderomotorische Wirkungen in Betracht, und die magnetische Energie U wird dargestellt durch das Potenzial P ; befinden sich dagegen im magnetischen Felde auch magnetisierbare (paramagnetische oder diamagnetische) Substanzen, so wird durch die Veränderlichkeit des temporären Magnetismus eine ebensolche des Potenzials P aller magnetischer und magnetisierter Körper bedingt, welche nicht der ponderomotorischen Wirkung zu Gute kommt. Machen wir die Voraussetzung, dass das magnetische Gleichgewicht sich für jede Constellation des Systems momentan nach den Gleichungen von Poisson (S. 206) herstellt, wie man es für schwache Magnetisierungen in der Regel als richtig annehmen kann, so findet der Energieumsatz ebenso, wie im vorigen Falle, nur zwischen der lebendigen Kraft der molaren Bewegung und der magnetischen Energie U statt; jedoch wird U hier nicht mehr durch das Potenzial P gemessen, sondern durch den Ausdruck:

$$U = P + \int \frac{d\tau}{2\kappa} (\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2),$$

den man durch die nämlichen Betrachtungen erhalten kann, wie den entsprechenden S. 209.

In ganz derselben Weise bestimmt sich der Wert der magnetischen Energie U für den Fall, dass in einem Körper permanenter und temporärer Magnetismus gleichzeitig erhalten ist; nur beziehen sich dann die Grössen λ , μ , ν nicht auf das ganze magnetische Moment des Volumens $d\tau$, sondern allein auf das inducierte (temporäre) Moment. Fällt dieses fort, so reduciert sich U wieder auf P . — Man sieht hieraus, dass, solange die Coercitivkraft nur in der Richtung wirksam ist, permanenten Magnetismus aufrecht zu erhalten, im übrigen aber die Poisson'schen Inductionsbedingungen gelten, jeder Verlust von magnetischer Energie vollständig

ersetzt wird durch Gewinn an lebendiger Kraft, ähnlich wie bei der Bewegung von Punkten, die festen, von der Zeit unabhängigen, Bedingungen unterliegen. Dies gilt auch dann noch, wenn statt der Poisson'schen Magnetisierungsgleichungen irgend andere angenommen werden, wenn nur der temporäre Magnetismus als eine bestimmte Function der magnetisierenden Kraft auftritt. Wenn also das System aus einer Constellation in eine bestimmte andere übergeht, einerlei auf welchem Wege, so muss, da die magnetische Energie hiedurch eine bestimmte Änderung erleidet, auch der Zuwachs an lebendiger Kraft, und mithin die ponderomotorische Arbeit, eine ganz bestimmte sein, während doch die Induction in den magnetisierbaren Substanzen auf den verschiedenen Wegen in sehr verschiedener Weise erfolgen kann.

Sobald aber die Coercitivkraft sich in einer zeitlichen Verzögerung der Herstellung des inneren magnetischen Gleichgewichts äussert, entsteht im allgemeinen ein Verlust von magnetischer Energie, der nicht gedeckt wird durch einen entsprechenden Zuwachs von lebendiger Kraft, so dass das Energieprincip hier das Auftreten einer dritten Energieart (Wärme) fordert, ähnlich wie bei der Reibung bewegter Körper. Auch an die Veränderlichkeit des Magnetismus mit der Temperatur lassen sich wichtige Folgerungen aus dem Energieprincip knüpfen; da dieselben jedoch erst durch die Heranziehung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie wesentlich fruchtbar werden, gehen wir hier nicht näher darauf ein.

Bisher haben wir die elektrischen und die magnetischen Erscheinungen als zwei ganz von einander getrennte Gebiete behandelt, indem wir nur Wechselwirkungen von Elektricitäten unter sich und Magnetismen unter sich ins Auge fassten; dadurch war es auch möglich, das elektrostatische und das magnetische Maasssystem gleichzeitig neben einander zu benutzen. Anders gestaltet sich aber das Verhältnis, wenn wir zur Betrachtung der elektromagnetischen Wirkungen schreiten, da durch sie zwischen den beiden genannten Gebieten gewissermassen eine Brücke geschlagen wird, welche es erlaubt, nach Belieben entweder das elektrostatische Maasssystem in das magnetische Reich, oder auch umgekehrt das magnetische Maasssystem in das elektrische Reich zu über-

tragen. Dieser Übergang wird vollzogen durch den Einen (Ampère'schen) Satz, der als das Grundgesetz aller elektromagnetischen Erscheinungen anzusehen ist, dass „ein linearer elektrischer Strom von der Intensität i nach aussen genau dieselben (ponderomotorischen, elektromotorischen und magnetomotorischen) Wirkungen ausübt, wie eine von der Stromcurve begrenzte, im entsprechenden bekannten Sinne belegte, magnetische Doppelschicht vom Moment ω , wenn $\omega = i$.“

Hiedurch wird die Dimension des Moments einer magnetischen Doppelschicht (magnetische Flächendichte mal Länge) gleichgesetzt der einer Stromintensität (Elektricitätsmenge dividiert durch Zeit), und man kann daher diese Gleichung nach Willkür dazu benutzen, entweder den Magnetismus durch Elektrizität, oder die Elektrizität durch Magnetismus zu messen, ist aber jedenfalls genötigt, sich für eines dieser beiden Verfahren zu entscheiden; wir wollen im folgenden das magnetische Maasssystem festhalten.

Denken wir uns nun den Fall, dass in einem unendlich ausgedehnten Felde sich beliebig viele permanente Magnete und lineäre, geschlossene, unverzweigte Stromleiter (ohne Gleitstellen), in denen constante galvanische Elemente thätig sind, unter wechselseitiger Einwirkung frei bewegen, wobei wir von den Einflüssen der Schwere absehen. Auch elektrostatisch geladene Körper (Leiter und Dielektrica) können sich im Felde befinden, wie ja ohnehin die Stromleiter ruhende freie Elektrizität enthalten. Jedoch wollen wir im folgenden die Kräfte, welche von der ruhenden Elektrizität ausgehen, und welche andererseits auf sie ausgeübt werden, ganz ausser Betracht lassen, in der Voraussetzung, dass dieselben sich den Wechselwirkungen zwischen Strömen und Magneten einfach superponieren.

Allerdings ist diese Voraussetzung nicht strenge richtig, da es höchstwahrscheinlich ist, dass zwischen elektrostatisch geladenen (ruhenden) Körpern und bewegten Magneten oder veränderlichen Strömen gewisse ponderomotorische Wirkungen stattfinden¹⁾ ebenso, wie zwischen ruhenden Magneten

1) H. Hertz: Über die Beziehungen zwischen den Maxwell'schen elektrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Elektrodynamik. Wied. Ann. 23, p. 84. 1884.

und bewegter statischer (d. h. in den Leitern ruhender) Elektrizität.¹⁾

Wir können aber die Folgerungen, welche sich an diese an und für sich sehr schwachen Wirkungen knüpfen lassen, und die mit der Frage nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wirkungen unmittelbar zusammenhängen, dadurch umgehen, dass wir die Geschwindigkeit der Veränderungen des elektromagnetischen Feldes, wie sie durch Bewegungen der Magnete und Leiter, oder durch Schwankungen der Stromintensitäten hervorgerufen werden, so klein voraussetzen, dass sie gegen jene Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht in Betracht kommt — eine Bedingung, die in der Regel erfüllt ist. Unter dieser Annahme verschwinden die genannten Wirkungen vollständig, und die von Ampère und F. Neumann begründete Theorie der elektromagnetischen und elektrodynamischen Wirkungen bildet ein in sich abgeschlossenes vollständiges und einwurfsfreies Ganzes.

Der Verlauf des in dem gegebenen System sich vollziehenden Processes ist vollständig bestimmt, wenn für irgend einen Zeitpunkt der Zustand des Systems bekannt ist, also der Inbegriff der Lagen, Geschwindigkeiten, Temperaturen, Stromintensitäten u. s. w. (S. 107); alle diese Grössen, auch die letztgenannten, müssen einzeln und unabhängig von einander gegeben sein; dann bestimmen sich daraus die zeitlichen Änderungen, und somit der ganze Vorgang in einer endlichen Zeit. Da die Gesamtenergie des Systems constant bleibt, so ist ihre Änderung in einem Zeitintervall dt gleich 0; bilden wir den Ausdruck derselben. An verschiedenen Energiearten haben wir zu unterscheiden: die lebendige Kraft der Leiter und Magnete, die molekulare Energie der Leiter, endlich die durch das Vorhandensein der Ströme und Magnete bedingte elektrodynamische und magnetische Energie.

Das Wachstum der lebendigen Kraft ist gegeben durch

1) H. v. Helmholtz: Bericht betr. Versuche über die elektromagnetische Wirkung elektrischer Convection, ausgeführt von H. A. Rowland. Pogg. Ann. 158, p. 487, 1876. Wiss. Abh. I, p. 791.

die Arbeit sämmtlicher von Strömen und Magneten ausgehenden ponderomotorischen Kräfte. Dabei wirkt nach dem Ampère'schen Grundsatz ein Strom i auf einen Magneten wie eine magnetische Doppelschicht vom Moment i , folglich nach dem mechanischen Princip der Wirkung und Gegenwirkung auch umgekehrt ein Magnet auf einen Strom mit einer entsprechenden ponderomotorischen Kraft, und endlich, da alle Wirkungen eines Magneten sich durch die eines Stromes ersetzen lassen, ein Strom auf einen andern in derselben Weise. Die ponderomotorische Arbeit zweier Magnete wird aber gemessen durch die Abnahme des magnetischen Potentials, wenn man die Magnetismen als constant betrachtet; daher bilden wir nun nach Analogie des magnetischen Potentials U (der Magnete aufeinander) das elektromagnetische Potential V (der Magnete auf die Ströme i , wenn dieselben durch magnetische Doppelschichten i ersetzt gedacht werden) und das elektrodynamische Potential W (der Ströme i aufeinander, unter der gleichen Voraussetzung; hier muss auch das Potential eines Stromes auf sich selbst mit einbegriffen werden, da ein Stromleiter auch auf seine eigenen Theile ponderomotorisch wirken kann). Dann ist:

$$V = i_1 v_1 + i_2 v_2 + \dots$$

wobei die Grössen v von den Lagen der betreffenden Leiter und aller Magnete abhängen. Die Stromintensitäten i nehmen wir stets positiv. Ferner:

$$\begin{aligned}
 W = & i_1 i_2 \cdot w_{12} + i_1 i_3 w_{13} + \dots (\text{jede Comb. einmal gerechnet}) \\
 & + \frac{i_1^2}{2} \cdot w_{11} + \frac{i_2^2}{2} \cdot w_{22} + \dots
 \end{aligned}$$

wobei die Grössen w nur von den Lagen der Leiter abhängen. Es ist leicht, sie auf folgende Form zu bringen:

$$\begin{aligned}
 w_{12} = & - \iint ds_1 ds_2 \cdot \frac{\cos(ds_1, ds_2)}{r} (= w_{21}) \\
 w_{11} = & - \iint ds_1 ds_1' \cdot \frac{\cos(ds_1, ds_1')}{r}
 \end{aligned}$$

in leicht verständlicher Bezeichnung. Dabei sind die Bogenelemente ds in der Richtung positiv zu nehmen, in der sie vom Strom durchflossen werden; in dem Integral des Leiters

auf sich selbst kommt jedes Bogenelement sowohl als ds wie auch als ds' vor, weil der Factor $\frac{1}{2}$ schon in dem Ausdruck von W enthalten ist.

Die gesuchte Arbeit der ponderomotorischen Kräfte, also die Gesamtzunahme der lebendigen Kraft von Leitern und Magneten ergibt sich daher als:

$$(4) \begin{cases} -dU - (i_1 dv_1 + i_2 dv_2 + \dots) \\ - \left(i_1 i_2 dw_{12} + i_1 i_3 dw_{13} + \dots + \frac{i_1^2}{2} dw_{11} + \frac{i_2^2}{2} dw_{22} + \dots \right) \end{cases}$$

Im Interesse der späteren Anwendung auf die ponderomotorische Arbeit in Systemen mit körperlichen Stromleitern und Gleitstellen ist es nicht unwichtig, schon hier hervorzuheben, dass dieser Ausdruck nicht die vollständige Abnahme des gesamten Potentials $U + V + W$ im Zeitelement dt vorstellt, sondern nur diejenige partielle Abnahme, die durch die Bewegung der Körper entsteht, wenn die Stromintensitäten (und die Magnetismen) alle als constant betrachtet werden.

Die zweite zu berücksichtigende Energieart ist die molekulare (thermische und chemische) Energie der Leiter. Bezeichnet w den Widerstand, E die (galvanische) elektromotorische Kraft eines Leiterkreises (positiv, wenn sie im Sinne von i wirkt), so ist nach (S. 223): (3) die in ihm während der Zeit dt erzeugte molekulare Energie: $(i^2 \cdot w - i \cdot E) \cdot dt$. Für einen sich selbst überlassenen stationären Strom ist sie $= 0$. Nennen wir nun: $i \cdot w - E = e$ die im Leiterkreis inducierte elektromotorische Kraft, wodurch das Ohm'sche Gesetz auch auf inducierte Ströme anwendbar wird, so wird demnach die Zunahme der molekularen Energie in allen Leitern dargestellt durch:

$$(5) \quad (i_1 e_1 + i_2 e_2 + \dots) \cdot dt.$$

Endlich handelt es sich noch um die Zunahme derjenigen Energieart, die durch das Vorhandensein der Ströme und Magnete bedingt ist. Setzen wir sie $= Q$, so erhalten wir für den entsprechenden Energiezuwachs:

$$(6) \quad dQ.$$

Nach dem Princip der Erhaltung der Energie ist die

Summe der Ausdrücke (4), (5) und (6) gleich 0, was wir symbolisch ausdrücken durch:

$$(4) + (5) + (6) = 0.$$

Diese Gleichung lässt sich auf zweierlei Weise verwerten: entweder kann man aus ihr, wenn Q bekannt ist, die Werte der inducierten elektromotorischen Kräfte e (und zwar jede einzelne) berechnen, oder man kann, wenn die e gegeben sind, den Wert von Q finden; Beides zugleich leistet aber das Energieprincip nicht. (Vgl. S. 46.) Wir wollen hier den letztgenannten Weg einschlagen, indem wir das von F. Neumann unabhängige von unserem Princip aufgestellte Inductionsgesetz¹⁾ zur Anwendung bringen. Ganz willkürlich sind übrigens auch ohne das die Werte der e nicht; so z. B. sieht man schon von vorneherein, in welcher Weise sie von der Zeit abhängig sind, da das Differenzial dt explicite nur in (5) vorkommt.

Nach F. Neumann ist die in einem (geschlossenen) Leiter in positiver Richtung inducierte elektromotorische Kraft gleich dem nach der Zeit genommenen Differenzialquotienten des Potentials aller Magnete und Ströme auf den vom Strome 1 in positiver Richtung durchflossenen gedachten Leiter, multipliciert mit einer positiven absoluten Constanten ε , die wir hier unbestimmt lassen können. D. h. z. B.:

$$e_1 = \varepsilon \cdot \frac{d}{dt} (v_1 + i_1 w_{11} + i_2 w_{12} + i_3 w_{13} + \dots)$$

Hier ist bei w_{11} (Coefficient der Selbstinduction) der Factor $\frac{1}{2}$ weggelassen, weil in diesem Ausdruck jede Combination zweier Leiterelemente zweimal vorkommen muss, je nachdem eins derselben vom Strome i_1 oder vom Strome 1 durchflossen wird.

Durch Substitution dieser Werte der e in den Ausdruck (5) erhalten wir aus der Gleichung der Erhaltung der Energie:

1) Franz Ernst Neumann: Allgemeine Gesetze der inducierten Ströme. Abh. d. kgl. Akad. d. Wiss. Berlin 1845. Pogg. Ann. 67, p. 31, 1846.

F. Neumann: Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducierter elektrischer Ströme. Abh. d. kgl. Akad. d. Wiss. Berlin 1847. G. Reimer 1848.

$$\begin{aligned}
 dQ = dU &+ (i_1 dv_1 + i_2 dv_2 + \dots) \\
 &+ \left(i_1 i_2 dw_{12} + i_1 i_3 dw_{13} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \frac{i_1^2}{2} dw_{11} + \frac{i_2^2}{2} dw_{22} + \dots \right) \\
 &- \varepsilon i_1 d(v_1 + i_1 w_{11} + i_2 w_{12} + i_3 w_{13} + \dots) \\
 &- \varepsilon i_2 d(v_2 + i_1 w_{12} + i_2 w_{22} + i_3 w_{23} + \dots) \\
 &- \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Da dQ ein vollständiges Differenzial, so folgt:

$$\varepsilon = 1 \text{ (vgl. S. 45) und}$$

$$Q = U - \left(i_1 i_2 w_{12} + i_1 i_3 w_{13} + \dots + \frac{i_1^2}{2} w_{11} + \frac{i_2^2}{2} w_{22} + \dots \right)$$

oder, mit Berücksichtigung des Wertes von W :

$$Q = U - W.$$

Demnach besteht die durch das Vorhandensein von Magneten und Stömen bedingte Energie aus zwei Arten: der magnetischen Energie, gemessen durch das positive magnetische Potenzial U (wie früher) und der elektrodynamischen (elektrokinetischen) Energie, gemessen durch das negative elektrodynamische Potenzial W , während dagegen das elektromagnetische Potenzial V gar keinen Beitrag zur Energie liefert. Über diesen Umstand werden wir unten (S. 234) noch ausführlicher zu sprechen haben. Zunächst sollen die aufgestellten Gleichungen auf einige einfache Fälle kurz Anwendung finden.

Wenn im Felde gar kein Magnet und nur ein einziger Stromkreis vorhanden ist, so reduciert sich die Energie Q auf $\frac{i_1^2}{2} \cdot w_{11}$, und die Gleichung der Erhaltung der Summe der drei Energiearten lautet:

$$\left[-\frac{i_1^2}{2} dw_{11} \right] + \left[i_1 e_1 dt \right] - d \left[\frac{i_1^2}{2} \cdot w_{11} \right] = 0.$$

Für einen starren Leiter ist w_{11} unveränderlich, also die ponderomotorische Arbeit $= 0$, und es bleibt die Selbstinduction $e_1 = w_{11} \cdot \frac{di_1}{dt}$. Daraus berechnet sich nach dem

Ohm'schen Gesetz (S. 230) die Stromstärke i_1 , wenn sie zu einer bestimmten Zeit beliebig gegeben ist. Hier haben wir also nur Umwandlungen verschiedener Energiearten innerhalb des Stromkreises, während die Gesamtenergie des Leiters constant bleibt.

Für einen Leiter und einen Magneten tritt noch die durch die ponderomotorischen Wirkungen erzeugte lebendige Kraft hinzu; dann erhalten wir die entsprechende Gleichung:

$$\left[-i_1 dv_1 - \frac{i_1^2}{2} dw_{11} \right] + \left[i_1 e_1 dt \right] - d \left[\frac{i_1^2}{2} \cdot w_{11} \right] = 0.$$

wobei:

$$e_1 = \frac{d(v_1 + i_1 w_{11})}{dt}.$$

Wenn man von der Selbstinduction des Stromes absieht, also $w_{11} = 0$ setzt, kann man i_1 am Anfang der Bewegung nicht mehr beliebig wählen, sondern die Stromstärke ist dann unmittelbar gegeben, weil das Glied mit $\frac{di_1}{dt}$ aus der Gleichung fortfällt und daher durch die Ohm'sche Formel eine Bedingung zwischen „Zustandsgrößen“ (S. 108) hergestellt wird.

Betrachten wir die Energie des Stromleiters für sich allein (als Grundsystem) genommen (lebendige Kraft, Molekularenergie, elektrokinetische Energie), so erleidet sie eine Veränderung nur durch die äusseren Einwirkungen. Dieselben bestehen erstens in der ponderomotorischen Arbeit, welche der Magnet an dem Leiter leistet, und durch welche die lebendige Kraft des Leiters vermehrt wird, zweitens in der Inductionswirkung des Magneten auf den Leiter, deren Arbeitswert: $i_1 \cdot \frac{dv_1}{dt} \cdot dt$ zur Vermehrung der Molekularenergie des Leiters verwendet wird, wie man unmittelbar aus der obigen Gleichung ablesen kann. Machen wir umgekehrt den Magneten zum Grundsystem, so besteht seine Energie nur aus der lebendigen Kraft seiner Bewegung, und die einzige Wirkung, die vom Strom auf ihn ausgeübt wird, ist die ponderomotorische Arbeit, durch welche seine lebendige Kraft verändert wird. Die Wechselwirkungen zwischen Magneten und Strömen sind also nicht vollständig gegenseitig, worauf wir sehr bald zurückkommen werden.

Denkt man sich den Magneten durch einen zweiten Strom ersetzt, so erfolgen die ponderomotorischen und die Inductionswirkungen in entsprechender Weise nach beiden Seiten hin. Dann wird die Energie jedes einzelnen Leiters in der Zeit dt vermehrt 1) durch die an ihm von aussen geleistete ponderomotorische Arbeit, die in lebendige Kraft übergeht, und 2) durch die äussere Inductionsarbeit (Product der von aussen inducierten elektromotorischen Kraft in seine Stromstärke multipliciert mit dt), welche zur Molekularenergie beiträgt. Die übrigen Änderungen von lebendiger Kraft und Molekularenergie werden geliefert von der eigenen elektrokinetischen Energie des Leiterkreises. Bemerkenswert ist hier ferner der Umstand, dass vermöge der besonderen Form, in der die elektrokinetische Energie auftritt, die Gesamtenergie der beiden Stromleiter nicht die einfache Summe der Energien der einzelnen Leiter ist, während in dem Falle eines Leiters und eines Magneten der entsprechende Satz Giltigkeit hat.

Gehen wir nun zurück zu dem allgemeinen Fall beliebig vieler permanenter Magnete und Ströme, und fassen den Ausdruck der dadurch gegebenen Energie $Q = U - W$ noch etwas näher ins Auge. Derselbe enthält kein Glied, welches, analog der lebendigen Kraft bewegter ponderabler Massen, auf eine Trägheit der bewegten Elektricitäten schliessen lässt¹⁾, ebensowenig eins, welches eine directe Wechselwirkung zwischen Elektricität und ponderabler Materie anzeigt²⁾, sondern besteht nur aus dem magnetischen und dem elektrodynamischen Potenzial. Auf den ersten Anblick möchte es als eine Art Ungereimtheit erscheinen, dass das magnetische Potenzial U mit positivem Vorzeichen, das elektromagnetische V gar nicht, das elektrodynamische W dagegen mit negativem Vorzeichen in den Wert der Energie eingeht; denn da wir die elektromagnetischen und die elektrodynamischen Wirkungen direct aus den rein magnetischen abgeleitet haben,

1) H. R. Hertz: Versuche zur Feststellung einer oberen Grenze für die kinetische Energie der elektrischen Strömung. Wied. Ann. 10, p. 414, 1880, Wied. Ann. 14, p. 581, 1881.

2) Vgl. R. Colley: Nachweis der Existenz der Maxwell'schen elektrom. Kraft Y_m . Wied. Ann. 17, p. 55, 1882.

so liegt die Vermutung nahe, die drei genannten Potenziale als vollkommen gleichartig und gleichberechtigt anzusehen, und in der That: sobald wir einen Magneten mit einem Strom geradezu identifizieren, ist der Schluss unvermeidlich, dass dann auch das magnetische Potenzial bei der Energiebildung genau dieselbe Rolle spielt wie das elektromagnetische und das elektrodynamische. Indessen liegt die Sache hier anders. Wir haben die Ableitung der elektromagnetischen und elektrodynamischen Wirkungen aus den magnetischen allein auf den allgemein erwiesenen Erfahrungssatz (S. 227) gegründet, dass ein Strom genau dieselben (ponderomotorischen und Inductions-) Wirkungen ausübt wie eine magnetische Doppelschicht von entsprechenden Eigenschaften. Daraus folgt aber noch nicht, dass Strom und Magnet sich überhaupt identisch verhalten; denn sonst müssten sie *caeteris paribus* auch dieselben Wirkungen erleiden. Aber nur bezüglich der ponderomotorischen Kräfte lässt sich eine Gleichheit auch der passiven Wirkungen aus dem mechanischen Princip der Wirkung und Gegenwirkung ableiten (S. 229), dagegen ist für die Inductionswirkungen diese Identität keineswegs vorhanden. Während nämlich in einem Strome durch äussere elektromotorische Kräfte gewisse Energieänderungen hervorgerufen werden, bleibt der innere Zustand eines entsprechenden an dieselbe Stelle gesetzten permanenten Magneten (der immer als nichtleitend für Elektrizität vorgestellt werden kann) nach der von uns aufgestellten Gleichung der Erhaltung der Energie vollkommen ungeändert.

Dieser Umstand wird gut illustriert durch folgendes Beispiel. Denken wir uns einen permanenten Magneten in der Form einer gleichmässig magnetisierten Doppelschicht, und damit fest verbunden einen linearen constanten (etwa hydroelektrischen) Strom, der die Grenzlinie der magnetischen Fläche so durchfliesst, dass die von dem Magneten ausgehenden Wirkungen gerade aufgehoben werden; dies System wird, ob es sich bewegt oder nicht, keinerlei Kräfte, weder ponderomotorische noch inducierende, in der Umgebung ausüben. Wenn nun ein anderer permanenter Magnet (oder auch Strom) sich in der Nähe irgendwie bewegt, so wird derselbe sich genau ebenso verhalten, als ob er ganz allein

im Raume vorhanden wäre: seine Geschwindigkeit bleibt ungeändert u. s. w. Nicht so ist es aber mit unserem combinirten System von Magnet und Strom. Während im Magneten sich Nichts ändert, werden im Strom durch die Bewegung des äusseren Magneten Inductionswirkungen hervorgerufen, also molekulare Energie erzeugt (und zwar kann man, ohne den Arbeitswert dieser Wirkungen zu alterieren, den Widerstand der Stromleitung so gross annehmen, dass der inducierte Strom gegen den schon bestehenden constanten vernachlässigt werden kann). Die so erzeugte Energie entsteht aber offenbar hier nicht auf Kosten der lebendigen Kraft des inducierenden Magneten, sondern auf Kosten der magnetischen Energie U , die durch das Vorhandensein der beiden Magnete bedingt ist. Wird der Strom unterbrochen (wozu keine Arbeitsleistung gehört), so kommt diese Energie zur ponderomotorischen Wirksamkeit. — Ähnlich verhält es sich, wenn an die Stelle des äusseren Magneten ein Strom gesetzt wird, nur kommt dann nicht die magnetische, sondern die elektrokinetische Energie: das negativ genommene elektrodynamische Potenzial W ins Spiel. Man sieht hieraus, wie notwendig es ist, die Trennung in dem Verhalten permanenter Magnete und dem ihnen äquivalenter Ströme durchzuführen.

[Die im Vorstehenden durchgeführte Anwendung des Princips der Erhaltung der Energie auf die Wechselwirkungen von Magneten und Strömen gründet sich allein auf That-sachen der Erfahrung, sie ist insbesondere, worauf wir namentlich Wert legen, unabhängig von jeglicher specielleren Vorstellung über die Natur des Magnetismus. Wenn wir uns nun aber der von vorneherein sehr plausiblen Annahme Ampères anschliessen, dass die Magnete nichts anderes sind, als Systeme von entsprechend orientierten Molekularströmen, so erleidet die Anwendung des Energieprinzips eine wesentliche Modification. Alle magnetischen und elektromagnetischen Wirkungen gehen dann in elektrodynamische über und müssen als solche behandelt werden. Es gibt nur noch ein elektrodynamisches Potenzial, dessen Grösse ist: $(U + V + W)$, und dementsprechend nur eine elektrokinetische Energie, die dem Potenzial gleich und entgegengesetzt ist. Ferner ist

die innere Energie eines permanenten Magneten nicht mehr constant, sondern — und über diesen Schluss kann keine Hypothese über die Natur der Molekularströme hinweghelfen — sie ändert sich in endlicher Weise bei einer endlichen Änderung des magnetischen Feldes, in dem er sich befindet. Wie man sich diese Veränderlichkeit im einzelnen vorzustellen hat, ist eine Frage, die nicht hieher gehört, wo wir es nur mit den unmittelbaren Ergebnissen der Erfahrung zu thun haben, und die erst im Zusammenhang mit allgemeineren, weiter unten kurz zu berührenden Problemen beantwortet werden kann.]

Wie bei der Wechselwirkung linearer unverzweigter Ströme und permanenter Magnete, so lassen sich die Gesetze von Ampère und F. Neumann auch in dem allgemeineren Falle körperlich ausgedehnter (geschlossener) Leiter und beliebiger magnetisierbarer Körper mit gleich befriedigendem Erfolge der Anwendung des Energieprinzips zu Grunde legen, nur hat man dann wieder wie bei den rein magnetischen Wirkungen (S. 225) zwischen magnetischer Energie U und magnetischem Potenzial P zu unterscheiden; im übrigen behalten die vorgetragenen Sätze ihren Wortlaut vollständig bei.

Eine besondere Bemerkung erfordern noch die durch das Vorhandensein von Gleitstellen in körperlich ausgedehnten Leitern bedingten Wirkungen, schon weil dieselben in der historischen Entwicklung der Theorie der Stromwirkungen eine interessante Rolle spielen. Wir haben schon oben (S. 230) darauf besonders aufmerksam gemacht, dass die bei irgend einer Veränderung des elektromagnetischen Feldes von den Strömen und Magneten geleistete ponderomotorische Arbeit gemessen wird nicht etwa durch die wirkliche, vollständige zeitliche Abnahme des gesamten magnetischen, elektromagnetischen und elektrodynamischen Potenzials $U + V + W$, sondern durch diejenige partielle Abnahme dieser Grösse, welche bei unveränderlich gedachten Stromintensitäten und Magnetismen durch die Bewegungen der Körper hervorgerufen wird. Wenn nun körperlich ausgedehnte Leiter, die auch mechanische Deformationen erleiden können oder mit Gleitstellen behaftet sind, sich im Felde bewegen, so hat man die Unveränderlichkeit der Strom-

intensitäten dahin zu verstehen, dass in jedem ponderablen Theilchen die Stromintensität die nämliche bleibt; daher können sich (bei Deformationen oder Gleitstellen) die Stromfäden bei der Bewegung biegen oder dehnen, dürfen aber nicht abgerissen werden. Man kann sich nämlich in jedem beliebig gegebenen Falle die vollständige zeitliche Änderung des Potentials zusammengesetzt denken aus zwei nacheinander erfolgenden partiellen Änderungen, die folgenden beiden Vorgängen entsprechen: 1) die ponderablen Leitertheile gehen in ihre neue Lage über, während die Stromfäden in ihnen erhalten bleiben, 2) die Stromfäden und Stromintensitäten nehmen, während die Leiter ruhen, die durch die neue Constellation bedingte Grösse und Richtung an. Nur die erste partielle Änderung kommt bei der Berechnung der ponderomotorischen Arbeit in Betracht. Die Anwendung dieser Vorschrift führt stets zu richtigen Resultaten; denn alle Einwände, welche gegen diesen (in der vorliegenden verallgemeinerten Form zuerst von Helmholtz¹⁾ ausgesprochenen) Satz erhoben worden sind, beruhen auf einer unberechtigten Verwechslung der beschriebenen partiellen Änderung des Potentials mit der vollständigen (welche für gewisse elektrodynamische Rotationen $= 0$ ist).

Denken wir uns z. B. den einfachen Fall, dass ein linearer Stromleiter L mit seinem einen Ende längs der Oberfläche eines leitenden Körpers K (etwa Quecksilber) gleitet. Der Strom, der durch L nach K fließen möge, verbreitet sich beim Austritt aus L nach allen Seiten durch K . Die bei der angenommenen Bewegung geleistete ponderomotorische Arbeit findet man durch die Betrachtung einer unendlich kleinen Verschiebung des Leiters längs der leitenden Oberfläche, etwa vom Punkte A der Fläche zu einem benachbarten Punkt B , und durch Berechnung derjenigen (partiellen) Änderung des Gesamtpotentials des Stromes auf sich selbst, die sich ergibt, wenn die Stromintensität dabei in allen Leitertheilen constant gedacht wird. Der Strom ist also nach vorgenommener Verschiebung nicht etwa von L durch B direct nach K fließend vorzustellen, sondern von L durch B erst

1) H. v. Helmholtz: Wiss. Abh. I, p. 692.

linear nach A , und von da in der nämlichen Weise wie vorher durch K hindurch. Hierbei heben wir noch besonders hervor, dass in dem Ausdruck des Potentials, wie immer bei Selbstpotentialen, jede Combination zweier Stromelemente nur einmal vorkommt. (Vgl. den allgemeinen Ausdruck der ponderomotorischen Arbeit S. 230.)

Ganz ähnlich, wenn auch etwas verwickelter, gestaltet sich die Anwendung des F. Neumann'schen Inductionsprincipes auf den vorliegenden Fall. Bei der Berechnung der zeitlichen Änderung des Potentials aller Ströme (und Magnete) auf eine vom Strome 1 durchflossene Leitung hat man genau zu unterscheiden zwischen den Veränderungen der Ströme (und Magnete), die inducierend wirken, und den Veränderungen der Stromleitung, in welcher eine elektromotorische Kraft induciert wird. Bei den ersteren ist immer die wirkliche, vollständige Änderung der Stromintensitäten (einerlei ob Gleitstellen vorhanden sind oder nicht) und der Magnetismen in Rechnung zu bringen, in der letzteren dagegen ist der Strom 1 in derselben Weise unveränderlich fließend zu denken, wie es oben dargestellt wurde, d. h. so, dass die Stromfäden auch bei eintretenden Deformationen ihre Lagen in den ponderablen Leitertheilen behalten und auch bei Gleitstellen nicht abgerissen werden.

Um also z. B. die Selbstinduction des vorhin betrachteten Stromes zu finden, der durch den linearen Leiter L in den körperlichen Leiter K fließt, längs dessen Oberfläche L gleitet, hat man zunächst zu bilden das Potential (zur Zeit t) des Stromes $L - A - K$ auf die vom Strome 1 durchflossene gedachte nämliche Leitung $L - A - K$, und diesen Ausdruck zu subtrahieren von dem Potential (zur Zeit $t + dt$) des vollständig veränderten Stromes, der mit seiner neuen Intensität $i + \frac{di}{dt} dt$ durch L fließt und sich von dem neuen Berührungspunkt B aus direct in den Leiter K verbreitet, auf die vom Strome 1 durchflossene gedachte Leitung $L - B - A - K$, wobei die Stromfäden in K gerade so liegen, wie zur Zeit t . Dividirt man die gefundene Differenz durch dt , so ergibt sich die inducierte elektromotorische Kraft. Hier hat man es natürlich nicht mit einem Selbst-

potenziale zu thun; denn jede Combination zweier Elemente kommt doppelt vor, je nachdem eins derselben vom Strome i resp. $i + \frac{di}{dt} \cdot dt$ oder vom Strome 1 durchflossen gedacht wird. (Vgl. S. 231.) Nur unter Beachtung der angegebenen Regel führt das Neumann'sche Inductionsprincip auch für körperliche Leiter immer zu richtigen Resultaten.

Bei der gleichförmigen elektrodynamischen Rotation ist die Stromstärke i und die elektrokinetische Energie constant, in der That findet man leicht, dass die ponderomotorische Arbeit gleich ist dem Arbeitswert der elektromotorischen Wirkungen, d. h. dass die zur Aufrechterhaltung der Rotation (Überwindung der Reibungswiderstände) nötige Arbeit geliefert wird von der molekularen Energie der Stromleiter. Auch die Erscheinungen der magnetelektrischen (einschliesslich der sogenannten unipolaren) Induction finden auf die angegebene Weise ihre unmittelbare Erklärung. Allerdings bleibt hiebei die Frage nach den in den einzelnen Leitertheilen wirkenden ponderomotorischen oder elektromotorischen Kräften noch vollständig offen¹⁾.

So tritt uns die Ampère-Neumann'sche Theorie der Wechselwirkungen geschlossener Ströme und Magnete als ein durch das Energieprincip innerlich zusammenhängendes vollendetes System entgegen, welches die feste, durch die Ergebnisse zahlreicher Experimente gesicherte Basis für fernere Untersuchungen bildet. Ob man sich dabei die Wirkungen der einzelnen Stromelemente nach dem Ampère'schen oder nach dem Grassmann'schen²⁾ Elementargesetz oder auch nach dem Helmholtz'schen Potenzialgesetz erfolgend denken will, bleibt dem Geschmack des Einzelnen überlassen.

Eine innere Lücke³⁾ zeigt diese Theorie nur dann,

1) Vgl. hierüber E. Riecke: Zur Theorie der unipolaren Induction und der Plücker'schen Versuche. Gött. Nachr. 1876, p. 332. (Wied. Ann. 1, p. 110, 1877.) Wied. Ann. 11, p. 413, 1880. Ferner F. Koch: Untersuchungen über magnetelektrische Rotationserscheinungen. Wied. Ann. 19, p. 143, 1883.

2) H. Grassmann: Neue Theorie der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 64. p. 1, 1845.

3) H. Hertz: Über die Beziehungen zwischen den Maxwell'schen

wenn man eine am Anfang von uns gemachte Voraussetzung (S. 228) fallen lässt, nämlich die, dass die Schnelligkeit der Änderungen des elektromagnetischen Feldes gegen die kritische Geschwindigkeit nicht in Betracht kommt. In diesem Falle machen sich gewisse Erscheinungen geltend, die als Äusserungen des Umstandes aufzufassen sind, dass die elektromagnetischen Wirkungen zu ihrer Fortpflanzung Zeit brauchen.

Bezeichnender Weise sind bis jetzt alle über das Wesen der Elektrizität aufgestellten Theorien, so wesentlich sie sich auch nach Ursprung und Ideengang unterscheiden — selbst diejenigen, welche von der Voraussetzung einer unmittelbaren Fernwirkung ausgehen — bei ihrer weiteren Entwicklung an diesem Einen Punkte angelangt. Schon Gauss¹⁾ betrachtete die Ableitung der durch die Bewegung der Elektrizität hervorgerufenen Kräfte aus einer nicht instantanen, sondern sich mit endlicher Geschwindigkeit fortpflanzenden Wirkung als den „Schlussstein“ der Elektrodynamik und bezeichnete das Scheitern seiner dahin gerichteten Bemühungen geradezu als den Grund, weshalb er das von ihm aufgestellte elektrische Grundgesetz noch nicht als reif für die Öffentlichkeit erachte. B. Riemann²⁾ verfolgte ähnliche Gedanken, und C. Neumann³⁾ gelang es in ausgezeichnete Weise, das Weber'sche Grundgesetz zurückzuführen auf die Annahme, dass das gewöhnliche elektrostatische Potenzial sich mit bestimmter Geschwindigkeit nach allen Seiten gleichmässig ausbreitet und dass diese Ausbreitung die alleinige Ursache ist, weshalb die elektrischen Kräfte auch von den Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der wirkenden Elektrizitätstheilen abhängig erscheinen.

elektrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Elektrodynamik. Wied. Ann. 23, p. 84, 1884.

1) C. F. Gauss: Brief an W. Weber. Werke V, p. 627. Vgl. R. Clausius: Über die von Gauss angeregte neue Auffassung der elektrodynamischen Erscheinungen. Pogg. Ann. 135, p. 606, 1868.

2) B. Riemann: Ein Beitrag zur Elektrodynamik. Pogg. Ann. 131, p. 237, 1867.

3) C. Neumann: Die Principien der Elektrodynamik. Gött. Nachr. 1868, p. 223. Ferner: Math. Annal. I, p. 317, 1868. VIII, p. 555, 1875.

Es fragt sich nun aber, ob eine solche Vorstellung überhaupt noch verträglich ist mit der Annahme einer unvermittelten Fernwirkung, und ob nicht die Voraussetzung einer endlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wirkungen direct dazu nötigt, mit Faraday, Maxwell und vielen andern Physikern eine die Fortpflanzung begleitende und vermittelnde Veränderung des Zwischenmediums anzunehmen. Denn der Zustand eines elektrischen Systems kann doch nicht von der Zeit explicite abhängig sein, sondern nur von den physikalischen Änderungen, welche die materiellen Theile des Systems (einschliesslich des Äthers) in dem betreffenden Zeitpunkt erlitten haben. Auch das Clausius'sche¹⁾ Grundgesetz, welches ohne jede Rücksicht auf ein vorhandenes Zwischenmedium abgeleitet ist, kann der Mitwirkung eines solchen nicht entbehren, da eine wirklich „absolute“ Geschwindigkeit physikalisch gar nicht definierbar ist.

Wenn nun schon die wesentliche Bedeutung des Zwischenmediums für das Zustandekommen der elektrisch-magnetischen Wirkungen anerkannt wird, so liegt der Gedanke nahe, die reine Fernwirkung ganz aufzugeben, und dem Zwischenmedium die vollständige Vermittelung jener Wirkungen zu übertragen, oder mit andern Worten: — nach einer Ausdrucksweise von C. Neumann — alle „teleskopischen“ Wirkungen auf „mikroskopische“ zurückzuführen.

Vor dieser principiellen Frage müssen nach meinem Dafürhalten alle andern zurückstehen, wie die, ob man zwei verschiedene Arten von Elektrizität zu unterscheiden hat, ob es ungeschlossene Ströme gibt, und wenn ja, wie sich dann die Wechselwirkungen zweier Stromelemente aus den Wechselwirkungen geschlossener Ströme ableiten lassen, ferner wie man sich die Molekularströme in den Magneten zu denken hat, welches endlich das Grundgesetz der elektrischen Wirkungen ist, u. s. w. Denn je nach der Beantwortung der Hauptfrage wird die Reihe der Vorstellungen und damit der

1) R. Clausius: Über ein neues Grundgesetz der Elektrodynamik. Pogg. Ann. 156, p. 657, 1875. Crelle J. 82, p. 85, 1876. Die mechanische Behandlung der Elektrizität. Braunschweig, 1879, p. 277.

Gang der Speculation in gänzlich verschiedenartige Bahnen gelenkt, ja, dieselbe bedeutet eventuell eine förmliche Umwälzung aller unserer durch Newton überkommenen und zur Gewohnheit gewordenen Anschauungen über das Wesen der in der Natur thätigen Kräfte. Denn wenn wir auch nach Newton's eigenem Vorgang nur die Erscheinung als das Gegebene betrachten und die Frage nach Processen, die sich etwa sonst noch irgendwo abspielen mögen, die sich aber einstweilen der Wahrnehmung entziehen, gänzlich unberührt lassen, so wird unsere jetzige Naturanschauung doch im Grossen und Ganzen durchdrungen und beherrscht von der Vorstellung der unmittelbaren Wirkung in die Ferne, in der kosmischen wie in der molekularen Welt, d. h. wir glauben, dass zwischen den Gestirnen, zwischen den Atomen Nichts weiter vorgeht, was mit den Bewegungen dieser Körper in einem notwendig bedingenden Zusammenhang steht — eine Anschauung, die darin ihren guten Grund hat, dass wir in der That bei der Bewegung der Gestirne von derartigen Vorgängen keine Wahrnehmung haben, während sie bei den Atomen nur auf einem Analogieschluss beruht.

Und doch: sollte es definitiv gelingen, — und dafür ist gegenwärtig ein hoher Grad von Wahrscheinlichkeit vorhanden — die Gesammtheit der elektrischen Erscheinungen auf Kräfte zurückzuführen, die nur in unendlich kleinen Entfernungen wirken, so kann wohl kaum ein Zweifel darüber obwalten, dass wir uns auch daran werden gewöhnen müssen, die Wirkungen der Gravitation, die doch so viel einfacheren Gesetzen folgen, und infolge dessen auch die chemischen Erscheinungen, von demselben Gesichtspunkt aus zu betrachten; denn die Vereinfachung, die durch die neue Anschauung in alle unsere Naturvorstellungen gebracht wird, kann, wie wir noch in der Folge näher darzuthun uns bemühen werden, nicht leicht hoch genug geschätzt werden. An dieser Aufgabe wird die Unbequemlichkeit, einer durch lange Zeiten hindurch festgewurzelten Ideenverbindung zu entsagen, Nichts ändern können; denn so gut es der mühsamen Arbeit vieler Jahrhunderte bedurfte, die Vorstellung einer unmittelbaren Fernwirkung zur lebendigen Gewohnheit zu machen, so gut muss es gelingen, diese Gewohnheit

wieder abzustreifen, wenn einmal wirklich festgestellt ist, dass jene Vorstellung ihren Dienst gethan hat.

Ohne allzu voreilig der endgiltigen Entscheidung dieser fundamentalen Frage vorzugreifen, wollen wir am Schluss unserer Untersuchungen noch die hauptsächlichsten Folgen hervorheben, welche aus der allgemeinen Durchführung der neuen Theorie für die Anwendung des Princip's der Erhaltung der Energie entspringen. In Ermangelung eines kurzen passenden Namens für diese Theorie werde ich mir im folgenden erlauben, dieselbe als Infinitesimaltheorie zu bezeichnen.

Zunächst ist es wichtig zu betonen, dass die beiden sich gegenüberstehenden Theorien keineswegs als coordiniert zu betrachten sind, sondern dass die Theorie der Fernwirkung sich als die allgemeinere erweist, geradeso wie eine endliche Grösse eine unendlich kleine als speciellen Fall in sich enthält. Denn nach der Infinitesimaltheorie hängen die Kräfte, welche auf die Theile eines Körpers wirken, nur von seinem eigenen Zustand ab, nach der andern Theorie dagegen ausserdem noch von sämmtlichen Körpern, welche das ganze Universum erfüllen; dieser Umstand bildet auch den Grund, weshalb wir uns in unserer bisherigen Darstellung und Ausdrucksweise mehr an die allgemeinere Vorstellung der directen Fernwirkung gehalten haben. Wenn die Infinitesimaltheorie sich also bestätigt, so ist damit zugleich ein neues allgemeines Naturgesetz erwiesen, nämlich das Gesetz, dass alle Veränderungen, die in und an irgend einem materiellen Element vor sich gehen, vollständig bestimmt sind durch die augenblicklichen Vorgänge innerhalb und an der Grenze des Elements. Es versteht sich, dass dieser Satz tief hineingreift in das Wesen und die Wirkungsweise aller Naturkräfte.

Dadurch gewinnt nun auch der Begriff der Energie eine wesentlich einfachere Bedeutung, indem sich das Verhalten der Energie noch enger an das der Materie anschliesst. Die Menge der Materie kann in der Welt weder vermehrt noch vermindert werden, aber, was noch mehr sagt, Materie kann auch nicht an einem Orte verschwinden, um gleichzeitig an einem andern endlich davon entfernten Orte wieder aufzutau-chen, sondern sie kann nur stetig mit der Zeit ihren Platz wechseln. Die Menge der in einem geschlossenen Raum

befindlichen Materie kann nur dadurch verändert werden, dass durch die Grenzfläche des Raumes Materie ein- oder austritt, und die Grösse der Veränderung wird gemessen gerade durch das die Fläche passierende Quantum.

Mit der Energie steht es anders, solange die Theorie der Fernwirkung aufrecht erhalten wird. Zwar bleibt die Summe der Energien in der Natur unverändert, jedoch kann die Energie plötzlich aus einem Körper in einen endlich davon entfernten übergehen, ein Planet kann seine lebendige Kraft unmittelbar auf einen andern übertragen, ein Magnet erzeugt durch die Energie seiner Bewegung momentan Wärme in einer inducierten Stromleitung u. s. w. Nach der Infinitesimaltheorie dagegen kann Energie, wie Materie, nur stetig mit der Zeit ihren Ort verändern. Die in einem geschlossenen Raum befindliche Energie kann vermehrt oder vermindert werden nur durch solche äussere Wirkungen, die durch physikalische Vorgänge in der Grenzfläche des Raumes vermittelt werden, man kann also auch hier von einem Hindurchgehen der Energie durch diese Fläche reden. Dann lässt sich die Energie eines materiellen Systems stets in Elemente zerlegen, deren jedes Einem bestimmten materiellen Element zukommt und in diesem ihren Platz findet (während z. B. die potenzielle Energie zweier aus der Ferne auf einander wirkenden Körper immer nur als ein untheilbares Ganze auftritt). Wenn daher mehrere materielle Systeme in ein einziges zusammengefasst werden, so ist die Energie des Gesamtsystems gleich der Summe der Energien der Einzelsysteme — ein Satz, der der Infinitesimaltheorie eigentümlich ist. (Vgl. S. 123.)

Bei dieser grossartigen Vereinfachung der Naturanschauung, wie sie die Infinitesimaltheorie bietet, wird es der physikalischen Forschung um so dringender nahe gelegt, die Berechtigung dieser Theorie eingehend zu prüfen, indem ihre Consequenzen bis ins Einzelne aufgedeckt werden; denn nur dadurch erlangt man die Mittel, sie entweder zu bestätigen oder zu widerlegen. Und zwar ist es offenbar zunächst von grösster Wichtigkeit, das Wesen dieser Theorie vollkommen zu trennen von allen Hypothesen, mit denen man der Anschauung zu Hilfe kommt, die aber mit der Theorie an und

für sich nichts zu thun haben. Die Schwierigkeiten, welche dabei unserem Vorstellungsvermögen erwachsen können, kommen durchaus nicht in Betracht; dass z. B. der Äther sich nicht so verhält wie einer der uns bekannten festen, flüssigen oder gasförmigen Körper, ist ein Umstand, welcher der Infinitesimaltheorie nicht die mindeste Verlegenheit bereitet. Wir werden uns mit der Zeit an die specifische Wirkungsweise des Äthers ebenso gewöhnen können, wie an die Eigenschaften, die uns irgend ein anderer Körper zeigt, und werden dieselbe dann bald in die Reihe der uns durch vielfache Erfahrung vertrauten Erscheinungen aufnehmen.

Allerdings ist nicht zu läugnen, dass durch die Annahme eines besonderen, von allen bekannten so wesentlich verschiedenartigen Körpers unserem Streben nach möglichst einfacher Naturbeschreibung nicht gedient wird; indes ist ja doch die Vereinfachung, welche die einheitliche Durchführung der Infinitesimaltheorie im ganzen Bereich der Natur gewährt, unendlich viel höher zu veranschlagen, als der Nachtheil, der durch die Einführung eines neuen Körpers erwächst, welcher ja ohnehin in der Theorie des Lichtes unentbehrlich ist und schon dort durch seinen hohen Grad von Elasticität und seine minimale Dichte in der Reihe der festen Körper eine ganz exceptionelle Stellung einnimmt. Jedenfalls darf die endgiltige Entscheidung dieser Frage als eine der wertvollsten Errungenschaften bezeichnet werden, welche für die nächste Zeit der naturwissenschaftlichen Forschung in Aussicht stehen.

Schliesslich möchte ich hier noch auf eine bemerkenswerte Analogie hinweisen. Man glaubte früher, dass alles Geschehen in der Natur, der geistigen wie der physischen, seinen Grund und seine ausreichende Erklärung findet nicht allein in gleichzeitig wirkenden Umständen, sondern dass im allgemeinen sowohl Vergangenes wie auch Zukünftiges (Teleologie) direct mitbestimmend in den Gang der Dinge eingreift und so das Causalitätsgesetz beeinflusst. Die moderne Naturwissenschaft — und darin beruht gerade der mächtige Vorsprung, den sie vor der antiken voraus hat — hat diesen Glauben zerstört, sie nimmt an, dass in letzter Linie der gegenwärtige Zustand: das, was gerade augenblicklich in der

gesamten Welt vorgeht, die vollständig bestimmende Ursache dessen bildet, was im nächsten Moment eintreten wird, dass also in der fortlaufenden Kette der Veränderungen jedes Glied durch das unmittelbar vorhergehende selbstständig und in seinem ganzen Umfange bedingt wird. Mit anderen Worten: In bezug auf zeitliche Wirkungen ist die Infinitesimaltheorie zur durchgreifenden Anerkennung gelangt. Den nächsten Jahrzehnten dürfte es vorbehalten sein, dasselbe für die räumlichen Wirkungen durchzuführen, indem gezeigt wird, dass es einen unvermittelten Einfluss aus der räumlichen Ferne ebensowenig gibt wie aus der zeitlichen Ferne, sondern dass alle räumlichen Wirkungen ebenso wie die zeitlichen in letzter Linie zusammengesetzt erscheinen aus solchen Wirkungen, die sich von Element zu Element verbreiten. Dann findet jede Erscheinung ihre vollständige Erklärung in den räumlich und zeitlich unmittelbar benachbarten Umständen, und alle endlichen Processe setzen sich aus Infinitesimalwirkungen zusammen. Dieser zweite Schritt scheint sich mir vollkommen ebenbürtig an den ersten anzureihen, dem wir in so hervorragenden Maasse die Erfolge der heutigen Naturwissenschaft verdanken, und man ist berechtigt zu erwarten, dass auch er sich von ähnlich weittragender Bedeutung für ihre Weiterentwicklung erweisen wird.

ENGINEERING LIBRARY

QC 73 .P6 1887 C.2
Das Princip der Erhaltung der
Stanford University Libraries



3 6105 030 416 783

[illegible]

STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
STANFORD, CALIFORNIA 94305-6004

